

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
CORSO DI LAUREA IN FISICA

VALENTINA GIORDANO

STUDIO DEL TERMINE DI SIMMETRIA AD ALTA
DENSITÀ BARIONICA TRAMITE COLLISIONI TRA
IONI PESANTI AD ALTA ENERGIA

TESI DI LAUREA

RELATORI:
PROF. MASSIMO DI TORO
DOTT. JOSEPH RIZZO
DOTT.SSA MARIA COLONNA

ANNO ACCADEMICO 2007/2008

A Nonno Tury

Indice

Introduzione	1
1 Il Problema a Molti Corpi	7
1.1 Trattamento semiclassico della teoria a molti corpi	9
1.2 L'equazione di Vlasov	13
1.3 L'integrale di collisione	15
2 Risoluzione numerica dell'equazione BNV	18
2.1 L'equazione di Vlasov ed il metodo delle particelle test .	19
2.2 Calcolo dell'integrale di collisione	23
2.3 Calcolo del potenziale coulombiano	24
2.4 Calcolo del termine di correzione superficiale	25
3 Interazioni effettive	28
3.1 Il campo medio locale	28
3.2 Il potenziale non-locale	29
3.3 L'equazione di stato nucleare (EOS)	31
3.4 Il funzionale densità di energia	33
3.5 L'energia di simmetria	35
3.6 Masse efficaci per neutroni e protoni	38
3.7 Parametri del BGBD usati nella simulazione	41
4 Le osservabili collettive	44
4.1 Definizioni iniziali	45

<i>INDICE</i>	iii
4.2 Flusso nel piano di reazione	47
4.3 Flussi nel piano azimutale	52
5 Risultati della simulazione	55
5.1 Overview sul codice TWINGO	56
5.2 Scelta della box	58
5.3 Dinamica di reazione	61
5.4 Risultati sul piano di reazione	67
5.5 Risultati sul piano azimutale: Flussi ellittici	70
5.6 Risultati sui rapporti di particelle emesse	80
5.7 Confronti con dati sperimentali	86
6 Conclusioni	90
Ringraziamenti	95
Bibliografia	96

Introduzione

Lo studio della materia nucleare é interessante per la spiegazione di molti fenomeni fisici, che spaziano dal comportamento dei sistemi quantistici a molti corpi fino alla cromodinamica quantistica ad alte densit , i cui studi vengono applicati agli oggetti compatti astrofisici. Si deve sempre tener presente che la maggior parte dell'energia e della massa visibile dell'Universo, vengono infatti concentrate nei nuclei atomici.

Ripercorrendo le pi  famose scoperte in fisica nucleare, dopo la scoperta del nucleo atomico massivo e carico ad opera di Rutherford 1911, fu Chadwick nel 1932 a provare la presenza di particelle neutre in esso, chiamate appunto "neutroni".

Tra i possibili sistemi a due nucleoni, ne esiste solo uno, costituito da un neutrone ed un protone, che riesce a formare uno stato legato: il deutone. Tuttavia la forza che agisce sui nucleoni viene fortemente influenzata dallo spin, visto che solo il deutone nello stato di tripletto risulta essere legato. Le diffusioni a bassa energia p - p ed n - n inoltre permisero di affermare che, facendo esclusione degli effetti coulombiani e di spin, le interazioni nucleari sono indipendenti dalla loro carica.

Le propriet  delle forze nucleari sono frutto della natura composita delle componenti dei nucleoni, i quark.

In virt  di questi risultati é stato introdotto un nuovo numero quantico: l'"isospin" o "spin isotopico", che rende possibile inquadrare neutroni e protoni in uno spazio pi  generale semplicemente dalla proiezione della terza componente di isospin, che é positiva per i neutroni e negativa per

i protoni.

Lo studio dei nuclei prosegue con la ricerca delle proprietà delle interazioni nucleari stavolta all'interno del nucleo. Resta un mistero, ad esempio, la sezione d'urto delle collisioni nucleone-nucleone ad alte densità nucleari e queste sono lacune che incidono parecchio in molti campi della fisica e dell'astrofisica.

Allo stato attuale le conoscenze dell'equazione di stato (EOS) della materia nucleare si limitano infatti alle proprietà di equilibrio, ovvero quelle note per densità nucleari di saturazione ρ_0 pari a circa $0.16 \text{ nucleoni}/\text{fm}^3$. Da un punto di vista sperimentale, la materia nucleare è accessibile sia dalle osservazioni di oggetti stellari, o mediante collisioni tra ioni pesanti (HIC) in laboratori terrestri. Gli eventi astrofisici non sono poi così frequenti ed è meglio ricorrere alle collisioni di ioni pesanti per ottenere più informazioni sul funzionale energia-densità della materia nucleare.

Quando due nuclei collidono, si forma nella zona di overlap, una materia nucleare di alta densità; il suo studio permette di dare restrizioni per la EOS in un largo range di energia, densità e composizione isotopica e di studiare le interazioni nucleari nel mezzo.

Numerosi sforzi in ambito sia teorico che sperimentale, sono stati compiuti alla ricerca di osservabili che conducano ad una maggiore comprensione delle proprietà del mezzo nucleare, sia all'equilibrio, che in condizioni dinamiche. I flussi collettivi delle particelle emesse durante le collisioni tra ioni pesanti, sono tra gli strumenti più validi in questa esplorazione. Dalla loro analisi si possono trovare eventuali modifiche alle proprietà del trasporto della materia nucleare.

Nel trattare le reazioni nucleari vengono usati molti modelli; quello trattato in questa tesi è uno dei più efficienti ed è il modello di Boltzmann-Nordheim-Vlasov (BNV), basato sull'equazione di Landau-Vlasov.

Il modello BNV ha un approccio semiclassico¹ del problema a molti corpi, essendo caratterizzato da una funzione di distribuzione ad un corpo nello spazio delle fasi ed usando un potenziale medio nel mezzo che tiene conto delle correlazioni a due corpi mediante un termine di collisione.

L'equazione di Landau-Vlasov (o BNV) può quindi essere risolta numericamente usando un codice del trasporto che ci permette di studiare le proprietà delle interazioni effettive per un'osservabile ad un corpo come la compressibilità, l'energia di simmetria, la dipendenza dall'impulso e la sezione d'urto nucleone-nucleone. L'approccio di campo medio, ci dà una traiettoria media di sistemi stabili, ma non può provvedere ad una descrizione appropriata della dinamica in presenza di instabilità, quando cioè le grandi deviazioni dall'evoluzione media (come i processi che danno la formazione di frammenti) diventano importanti.

Per ovviare questo problema si usa l'equazione di Boltzmann-Langevin (BLE) che descrive l'evoluzione della densità fluttuante ad un corpo in termini di forze stocastiche simili alle forze delle particelle in un moto browniano.

Il tipo di potenziale usato nell'equazione BNV gioca un ruolo fondamentale. In questo lavoro di tesi si prende in considerazione la dipendenza dall'impulso del termine di simmetria del potenziale medio d'interazione. Il modello di potenziale usato è quello del campo medio, detto potenziale di Bombaci-Gale-Bertsch-Das Gupta (o semplicemente di BGBD), che dipende dall'impulso dei nucleoni e dalla densità locale. La dipendenza dall'impulso, che segna la non località del potenziale, induce delle modifiche nell'interazione media tra i nucleoni. In pratica la massa del nucleone cambia a seconda della dipendenza del potenziale dal suo impulso, e nasce il concetto di “massa efficace”; l'inerzia dei nucleoni nella materia nucleare non è la stessa dei nucleoni liberi, ma è più piccola. L'ipotesi di “mo-

¹Per “semiclassico” si intende che alcuni aspetti quantistici, come la statistica di Fermi, vengono conservati, ma le equazioni del moto restano di dinamica classica.

momentum dependence” del termine di simmetria permette di distinguere le masse efficaci per i neutroni e per i protoni; nel seguito della tesi le due diverse parametrizzazioni verranno ampiamente discusse. In letteratura si trova che le prime forze di Skyrme prevedevano neutroni piú massivi dei protoni ($m_n^* > m_p^*$) mentre le Skyrme-Lyon, l’opposto ($m_n^* < m_p^*$). Allora una possibile variabile esclusiva che permetta di distinguere tra la densità e la dipendenza dal momento nel canale isovettoriale può essere il rapporto di neutroni su protoni emessi con un’opportuna selezione di impulso. Utilizzando un’equazione di stato fissata e cambiando solo le parametrizzazioni, l’andamento dell’energia per nucleone in funzione di asimmetria e densità di massa é la stessa, ma si possono evidenziare gli effetti delle masse efficaci sulle proprietà dinamiche del trasporto.

Anche i flussi collettivi sono interessati dallo splitting delle masse. Questi risultano molto sensibili anche ad altri fattori tipo la EOS usata, la sezione d’urto nel mezzo, la centralità e la massa del sistema.

Nel presente lavoro si utilizzano due forme di equazione di stato, la asy-soft e la asy-stiff. La loro differenza consiste nell’andamento dell’energia potenziale di simmetria con la densità. Le maggiori differenze tra le due scelte sono ad alte densità barioniche, il che é di grande interesse per uno studio sugli oggetti astrofisici compatti.

La tesi si focalizza proprio su come rispondono le variabili collettive del sistema a potenziali di simmetria molto diversi generati da diverse scelte di masse efficaci ed EOS.

Ad alte energie le densità raggiungono valori di circa $1.7\rho_0$ e le dinamiche sono repulsive. I sistemi presi in considerazione nel lavoro di tesi, sono quelli con fasci radioattivi di $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ per urti centrali ($b = 1\text{fm}$) e semiperiferici ($b = 4\text{fm}$) a 400A MeV ed anche il sistema simmetrico $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ per urti semiperiferici di 400A MeV , che sperimentalmente viene accelerato dal SIS del GSI (Darmstadt, Germania).

Diversi aspetti della risposta collettiva sono stati presi in esame, distin-

guendo tra neutroni e protoni.

Oltre ai rapporti N/Z , sono stati analizzati i rapporti di ${}^3H/{}^3He$ e i flussi trasversi ed ellittici. Per avere un segnale ancora più forte è necessario distinguere tra flussi per protoni e per neutroni; tuttavia si sa che è sperimentalmente molto difficile rivelare i neutroni. Guardando i flussi collettivi degli isotopi leggeri come 3H ed 3He si può ovviare questo problema.

È proprio il flusso ellittico, che evidenzia l'asimmetria delle particelle emesse ortogonalmente al piano di reazione (fenomeno dello "squeeze-out") a mostrare che ad alta energia l'azione dinamica delle masse efficaci si fa sentire pesantemente sulla simmetria del sistema. Nei flussi vengono selezionati opportuni intervalli di rapidità per isolare gli eventi dello "squeeze-out".

Ciò detto, verranno mostrati gli andamenti della reazione come l'evoluzione della densità di massa e delle collisioni per vedere la loro dipendenza dall'equazione di stati e dalle masse efficaci.

I risultati ottenuti con l'oro sono, per quanto riguarda i flussi ellittici, direttamente confrontabili coi dati sperimentali dei rivelatori FOPI e LAND del GSI di Darmstadt, invece quelli dello stagno saranno oggetto di discussione con risultati ottenuti da altri modelli del trasporto come il semiclassico BUU (Boltzmann-Uehling-Ulenbeck).

La tesi si articola in sei capitoli.

- Primo Capitolo: Si introduce lo sviluppo teorico del modello semi-classico con il problema ad N corpi e viene introdotta l'equazione di Landau-Vlasov.
- Secondo Capitolo: É trattata la risoluzione numerica della equazione BNV adoperata nel codice di simulazione.
- Terzo Capitolo: Si introducono i concetti di equazione di stato (EOS) e viene descritto il campo medio non locale di BGBD con una breve descrizione dei parametri scelti nella simulazione.
- Quarto Capitolo: Si definiscono le variabili collettive come i flussi collettivi.
- Quinto Capitolo: Vengono presentati i risultati dello studio della dinamica di reazione e dei flussi ed i confronti con i dati sperimentali.
- Sesto Capitolo: Conclusioni.

Capitolo 1

Il Problema a Molti Corpi

Introduzione

Lo studio delle reazioni nucleari é un tipico problema a molti corpi. In realtà nella collisione ci sono in gioco particelle atomiche che richiederebbero un appropriato trattamento quantistico. Tuttavia la teoria dei campi relativistica diventerá un buon approccio a ben piú alte energie in gioco (dell'ordine del GeV per nucleone). Nel corso della ricerca nucleare si sono sviluppati diversi modelli teorici, su base fenomenologica, volti a spiegare i comportamenti della materia nucleare osservati in reazioni che coprono un ampio range energetico. Si possono distinguere due tipi di modelli; macroscopici e microscopici.

I modelli macroscopici, studiano le reazioni nucleari basandosi sull'evoluzione delle osservabili termodinamiche come entropia, densitá ed energia. Tra questi modelli c'è anche la trattazione “fluido-dinamica” nucleare (NFD) che viene applicata anche ad energie elevate utilizzando un'idrodinamica relativistica in cui il “fluido” prodotto nella zona di overlap della collisione si suppone non viscoso (il che rappresenta un'ipotesi molto forte e non sempre esatta). La condizione di applicabilitá di questa teoria é che il sistema si trovi in equilibrio termodinamico locale. Per verificare tale ipotesi, anch'essa molto forte, occorre che il numero di Knudsen Kn , che esprime il rapporto tra il libero cammino medio di una

particella tra due collisioni $\lambda = (\rho\sigma_{Pb})^{-1}$ e le dimensioni caratteristiche del sistema $\mathcal{R}$, sia molto minore di uno. Tenendo conto del “rilassamento” del Pauli-blocking, ci si aspetta che ciò possa accadere per collisioni relativistiche tra i nuclei.

Sperimentalmente si sono stabiliti dei limiti inferiori su Kn che confermerebbero la ragionevolezza dell’uso dell’idrodinamica. Tuttavia vi sono altre ipotesi da prendere in considerazione, come quella che il tempo di termalizzazione del sistema sia molto breve, tanto da far raggiungere l’equilibrio termodinamico in un tempo quasi nullo. Trattandosi di un approccio termodinamico é chiaro che il numero di particelle componenti il sistema deve essere elevato; quindi la descrizione della reazione sarà piú attendibile in collisioni tra ioni pesanti. Ulteriori prescrizioni sono inoltre necessarie per l’espansione idrodinamica del sistema; con la presenza di un tempo di freeze-out, in cui il sistema é molto diluito. Al RHIC di Brookhaven (U.S.A) urti fortemente energetici di sistemi come $p-p$ e $Au-Au$, hanno portato a spettri di masse trasverse e flussi ellittici che qualitativamente sono in accordo con la teoria idrodinamica relativistica [1]. Tuttavia effetti di deviazione da questa, probabilmente dovuti alla viscosità, inficiano parte dei risultati.

I modelli microscopici invece hanno come punto di partenza l’evoluzione temporale delle traiettorie dei singoli nucleoni. Seguendo la dinamica di reazione a livello microscopico si possono ricavare alcune grandezze che descrivono le proprietà medie del sistema. Un primo gruppo di questi modelli é rappresentato dalle teorie di dinamica quanto-molecolare (QMD), i quali utilizzano come parametri di input le interazioni nucleone-nucleone e quindi tengono conto delle correlazioni a molti corpi presenti nella materia nucleare. Tali modelli privilegiano una struttura a “clusters” dei sistemi nucleari interagenti con il principio di Pauli inserito in modo approssimato. Ci si aspetta una validità per processi veloci ad alta energia. In tal senso la teoria QMD risulta complementare all’approccio idrodi-

namico.

Il secondo gruppo di modelli microscopici utilizza le teorie di campo medio nucleare. Ogni particella reagisce al potenziale medio nel mezzo nucleare e dalla dinamica si ricavano quantità osservabili direttamente correlate alle proprietà della materia nucleare. Le fluttuazioni associate a correlazioni a più corpi sono descritte da forze stocastiche costruite in modo consistente dal termine di collisione nucleone-nucleone. In ogni caso, l'effetto del campo medio resta importante anche ad alte energie, dove le collisioni dirette nucleone-nucleone dominano la dinamica di reazione. I nucleoni interagenti sono “vestiti” (potenziale e masse efficaci) dalla presenza del mezzo nucleare.

Il modello che si andrà a descrivere in questo paragrafo è quello utilizzato nel lavoro di tesi, cioè il modello di campo medio di tipo Boltzmann-Nordheim-Vlasov (BNV).

1.1 Trattamento semiclassico della teoria a molti corpi

Per sviluppare il modello di interazione nucleare si deve partire dalla teoria dei sistemi a molti corpi.

L'evoluzione di un sistema quantistico ad N corpi è descritta dalla nota equazione di Schrödinger dipendente dal tempo [2] :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \mathbf{H}\psi$$

la cui soluzione è la funzione d'onda:

$$\psi = \psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, t)$$

e dove $\mathbf{H}$ è l'Hamiltoniana del sistema e la si può scrivere come somma di più operatori. Se avessimo solo interazioni a due corpi, $\mathbf{H}$ si scriverà come :

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} + \mathbf{V} = \sum_{i=1}^N \mathbf{T}_i + \sum_{i<j=1}^N \mathbf{U}_{ij} \quad (1.1)$$

dove $\mathbf{T}_i$ é un operatore ad un corpo (relativo alla particella i -sima) che si riduce all'energia cinetica se non sono presenti altri potenziali ad un corpo. $\mathbf{U}_{ij}$ é invece l'interazione a due corpi. La matrice di densità a due corpi nello spazio fisico, ϱ_N , si ricava a partire dalla funzione d'onda ψ soluzione dell'equazione di Scrödinger, ed é :

$$\varrho_N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_N, t) \equiv \psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, t) \psi^*(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_N, t) \quad (1.2)$$

La (1.2) é la soluzione dell'equazione di Von Neumann, che ha la forma di equazione di Heisenberg per la matrice densità :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_N(t) = [\mathbf{H}, \varrho_N(t)] \equiv \mathcal{L} \varrho_N(t) \quad (1.3)$$

dove con il simbolo $\mathcal{L}$ si é introdotto l'operatore Liouvilliano, $\mathcal{L} = [\mathbf{H}, \dots]$. Questo tipo di formalismo é abbastanza vantaggioso in quanto consente di semplificare il problema ad N corpi che non ha una soluzione analitica per $N > 2$.

Si definisce la matrice di densità ridotta di ordine k , mediante l'integrazione delle rimanenti $N-k$ variabili, ovvero :

$$\begin{aligned} \varrho_k &= \varrho_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_k, \vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_k) = \\ &= \frac{N!}{(N-k)!} \int \varrho_N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_N) d\vec{r}_{k+1} \dots d\vec{r}_N d\vec{r}'_{k+1} \dots d\vec{r}'_N \end{aligned}$$

Integrando l'equazione di Von-Neumann sulle opportune coordinate, si ottiene una catena di equazioni che accoppiano di volta in volta la matrice densità di ordine k a quella di ordine immediatamente successivo; tale classe di equazioni é detta "gerarchia BBGG" dai nomi Born, Bogoliubov, Green, Gurov. Per ricavare la forma esplicita dell'equazione-tipo di questa catena si introducono i seguenti operatori:

$$\mathcal{L}_0 = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}; \quad \mathcal{L}_j = [\mathbf{T}_j, \dots]; \quad \mathcal{L}_{ij} = [\mathbf{U}_{ij}, \dots] \quad (1.4)$$

che vanno sostituiti nella (1.3), la quale viene cosí a diventare:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_N(t) = \left(\sum_{i=1}^N \mathcal{L}_i + \sum_{i < j=1}^N \mathcal{L}_{ij} \right) \varrho_N$$

Integrando sugli indici $k+1, \dots, N$ si ottiene l'espressione:

$$\mathcal{L}_0 \varrho_k = \left(\sum_{j=1}^k \mathcal{L}_j + \sum_{i < j=1}^k \mathcal{L}_{ij} \right) \varrho_k + Tr(k+1) \left(\sum_{j=1}^k \mathcal{L}_{j,k+1} \varrho_{k+1} \right) \quad (1.5)$$

e l'operatore di traccia, indica l'integrazione sulle $k+1, \dots, N$ variabili.

La (1.5) descrive la gerarchia BBGG ed é esatta non essendo state impiegate approssimazioni di alcun tipo. Uno dei metodi di approssimazione piú comuni é dovuto ad Hartree e Fock e sfrutta l'ordine piú basso della BBGG ovvero l'equazione del moto della matrice di densitá ad un corpo [3].

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_1(t) = \mathcal{L}_1 \varrho_1(t) + Tr(2) \mathcal{L}_{12} \varrho_2(t) \quad (1.6)$$

In questo modo, i nucleoni del nucleo vengono descritti da un'unica grandezza cioé la densitá $\varrho_1(t)$. Con tale approssimazione, chiamata Time-Dependent-Hartree-Fock (TDHF), viene trascurato ogni tipo di interazione residua tra i nucleoni e tratta questi ultimi, come se fossero tra loro totalmente non correlati [4]. La matrice densitá a due corpi $\varrho_2(t)$ é rappresentata da un prodotto antisimmetrizzato di matrici densitá ad un corpo, anche detto "determinante di Slater":

$$\varrho_2^{TDHF}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, t) = \varrho_1(\vec{r}_1, \vec{r}'_1, t) \varrho_1(\vec{r}_2, \vec{r}'_2, t) - \varrho_1(\vec{r}_1, \vec{r}'_2, t) \varrho_1(\vec{r}_2, \vec{r}'_1, t) \quad (1.7)$$

Questa condizione insieme alla (1.6) definisce l'approssimazione di campo medio autoconsistente di Hartree-Fock. Ogni nucleone nel nucleo cosí sentirá solo l'effetto medio del campo generato dall'insieme degli altri nucleoni, e non viene perturbato dalle interazioni residue a molti corpi. Questo sará valido solo se non avvengono altre interazioni inter-nucleoniche, ovvero fino a valori di energia di eccitazione inferiori all'energia di Fermi nucleare (circa 35 MeV); e questo perché c'é il principio di esclusione di Pauli a bloccare le collisioni.

Fino a basse energie quindi l'approccio TDHF é efficiente, ma per urti piú energetici le interazioni diventano importanti e non possono piú essere trascurate.

Un termine che mantenga l'autoconsistenza e tenga conto delle collisioni, non si é finora riusciti ad introdurlo, ma per trattare le collisioni di alta energia si utilizza un approccio semiclassico in cui un opportuno termine simula il meccanismo di collisione.

Una formulazione equivalente della gerarchia BBGG può anche essere derivata dalla meccanica statistica classica partendo dalla definizione di spazio delle fasi Γ a $6N$ dimensioni generato dalle coordinate canoniche delle i -particelle $\{s_i\} = \{r_i, p_i\}$. Un punto dello spazio delle fasi rappresenta uno stato del sistema così che la sua evoluzione risulti una traiettoria dello spazio delle fasi. Sulle basi di questa definizione, Gibbs introdusse l'idea di "insieme statistico": poiché lo stato macroscopico del sistema (ad esempio le variabili macroscopiche come temperatura, pressione e volume) é fissato, c'è un insieme di stati microscopici che corrispondono a questo.

Il sistema può essere descritto dalla funzione di distribuzione spazio tempo f_N che rappresenta la probabilità di trovare un dato insieme a condizione che sia normalizzato all'unità:

$$\int f_N(s_1, \dots, s_N, t) ds_1 \dots ds_N = 1$$

L'evoluzione di f_N é data dal teorema di Liouville che rappresenta un'equazione di continuità nello spazio delle fasi. La f_N evolve nello spazio delle fasi come un "fluido" ideale incompressibile [5] infatti il teorema é espresso da:

$$\frac{Df_N}{Dt} = 0 \iff \frac{\partial f_N}{\partial t} = \{\mathbf{H}, f_N\} \quad (1.8)$$

Le parentesi graffe in (1.8) sono le parentesi di Poisson:

$$\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \vec{r}_i}$$

La (1.8) é formalmente identica all'equazione di Von Neumann se si rimpiazza il commutatore con le parentesi di Poisson.

Esplicitando la dipendenza da momento e posizioni nella (1.8) segue:

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f_N}{\partial \vec{r}_i} \dot{\vec{r}}_i + \frac{\partial f_N}{\partial \vec{p}_i} \dot{\vec{p}}_i \right] = 0 \quad (1.9)$$

Le particelle che soddisfano la (1.9) sono quelle che soddisfano le equazioni di Hamilton:

$$\dot{\vec{r}}_i = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \vec{p}_i} ; \quad \dot{\vec{p}}_i = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \vec{r}_i} \quad (1.10)$$

Partendo dal (1.8) si possono considerare le funzioni di distribuzioni ridotte di ordine k e derivare una gerarchia formalmente equivalente a quella BBGG chiamata BBGKY (Born-Bogoliubov-Green-Kirkwood-Yvon) le cui equazioni sono esatte [6].

La connessione tra le gerarchie classiche e quantistiche é data dall'approccio di Wigner che si basa sulla "trasformata di Wigner" che é la trasformata di Fourier della matrice densit  . Da questa definizione e dall'equazione (1.3) si deriver  una nuova gerarchia di equazioni. Questa trasforma formalmente la funzione di distribuzione classica f_N . L'inclusione del termine $\hbar^2$ d  delle correzioni quantistiche alle variabili $(\vec{r}, \vec{p})$ che perdono il significato classico.

La funzione di Wigner f_N nel limite classico é associata alla probabilit  e diventa la funzione di distribuzione classica ad un corpo.

1.2 L'equazione di Vlasov

La derivazione della gerarchia di Wigner ci permette di passare alle equazioni classiche per l'evoluzione dello spazio delle fasi di un sistema a molti corpi. Si pu  ricavare cos  l'equazione di Vlasov e i corrispondenti analoghi semiclassici della TDHF. La gerarchia BBGKY é data dalla (1.5) sostituendo i commutatori degli operatori di Liouville con le parentesi di Poisson. L'equazione di Vlasov pu  essere derivata dalla funzione di distribuzione ad un corpo:

$$f_1(s_1, t) = N \int f_N(s_1, \dots, s_N, t) ds_2 \dots ds_N \quad (1.11)$$

dove normalizzando si ha:

$$\int f_1(\vec{r}, \vec{p}) d^3r d^3p = N$$

cioé la densità di distribuzione ad un corpo é data dal numero di particelle per unità di volume nello spazio delle fasi. L'evoluzione di f_1 é data dalla prima equazione della gerarchia BBGKY:

$$\frac{\partial f_1(s_1, t)}{\partial t} + \frac{\partial f_1(s_1, t)}{\partial \vec{r}_1} \dot{\vec{r}}_1 = N \int \frac{\partial f_2(s_1, s_2, t)}{\partial \vec{p}_1} \frac{\partial U_{12}}{\partial \vec{r}_1} ds_2 \quad (1.12)$$

L'equazione di sopra può essere risolta senza approssimazioni perché richiede la conoscenza della funzione di distribuzione a due corpi f_2 :

$$f_2(s_1, s_2, t) = N(N-1) \int f_N(s_1, \dots, s_N, t) ds_3 \dots ds_N \quad (1.13)$$

Se si rigettano i termini di correlazione dati dal potenziale a due corpi, la distribuzione a due corpi può essere approssimata da una funzione ad un corpo valutata in differenti punti dello spazio delle fasi. Quest'assunzione é conosciuta come “assunzione del caos molecolare” e considera le particelle come indipendenti. Così la probabilità di trovare due particelle in due punti dello spazio delle fasi s_1 e s_2 allo stesso tempo t , é il prodotto delle probabilità di trovare la prima in s_1 e la seconda in s_2 . In altre parole, si ritiene che la minima informazione possibile sulla coppia di particelle, renda massima l'entropia.

La simmetria spazio-tempo é inoltre preservata fino a che l'Hamiltoniana non dipenda dalle derivate temporali di $\vec{r}$ e $\vec{p}$. Con l'assunzione di caos molecolare f_2 diventa:

$$f_2(s_1, s_2, t) \simeq f_1(s_1, t) f_1(s_2, t)$$

che sostituita in (1.12) porta all'equazione di Vlasov [7]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \bar{U}(\vec{r}, t) \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \right] f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0 \quad (1.14)$$

Nell'equazione (1.14) si descrive l'evoluzione della funzione di distribuzione in un campo medio dato da:

$$\bar{U}(\vec{r}, t) \equiv \int d\vec{r}' \vec{p}' U(|\vec{r} - \vec{r}'|) f_1(\vec{r}', \vec{p}', t) \quad (1.15)$$

Ogni particella interagisce col potenziale medio generato dalle rimanenti $N-1$ particelle.

L'equazione di Vlasov definisce un problema auto-consistente, come il potenziale di campo medio stesso dipende dalla funzione di distribuzione; così é anche non lineare e la sua validit  é collegata all'assunzione a caos molecolare.

1.3 L'integrale di collisione

Sfruttando il vantaggio della trattazione semiclassica, si pu  inserire un termine di collisione nell'equazione di Vlasov. Tale termine si costruisce in maniera puramente classica.

Si considerano due particelle che collidono in un dato punto dello spazio fisico con impulsi iniziali $(\vec{p}, \vec{p}_1)$ e finali $(\vec{p}', \vec{p}'_1)$. La collisione introduce una sorgente di non conservazione che rompe l'incompressibilit  dello spazio delle fasi.

Il flusso di particelle uscenti dalla regione $d\vec{p}$ dello spazio degli impulsi é proporzionale al rate di transizione $w(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1)$, al grado di occupazione degli stati iniziali $f f_1 d\vec{p} d\vec{p}_1$ ed al volume degli stati finali $d\vec{p}' d\vec{p}'_1$ sommato sugli impulsi $\vec{p}_1$, $\vec{p}'_1$ e $\vec{p}'$.

Tale rate é quindi:

$$d\vec{p} \int d\vec{p}_1 d\vec{p}'_1 d\vec{p}' w(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1) f f_1 \quad (1.16)$$

in cui le quantit  f ed f_1 sono le funzioni di distribuzioni ad un corpo. Analogamente il numero di particelle che entrano nel volumetto $d\vec{p}$ per unit  di tempo sar  proporzionale alla probabilit  del processo inverso

$w(\vec{p}'\vec{p}'_1 \mapsto \vec{p}\vec{p}_1)$, ed é dato da:

$$d\vec{p} \int d\vec{p}_1 d\vec{p}'_1 d\vec{p}' w(\vec{p}'\vec{p}'_1 \mapsto \vec{p}\vec{p}_1) f' f'_1 \quad (1.17)$$

Il rate di transizione deve essere simmetrico per permutazione degli stati iniziali e finali per il “principio di equilibrio dettagliato” [8] cioè:

$w(\vec{p}'\vec{p}'_1 \mapsto \vec{p}\vec{p}_1) = w(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1)$. Il rate inoltre é proporzionale alla sezione d'urto del processo e deve assicurare la conservazione dell'energia e dell'impulso totali (si usano delle delta di Dirac). Quindi si ha:

$$w(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1) \propto \frac{d\sigma(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1)}{d\Omega} \delta(\vec{p}' + \vec{p}'_1 - \vec{p} - \vec{p}_1) \delta(E' + E'_1 - E - E_1) \quad (1.18)$$

Imponendo che gli stati finali del processo diretto e del suo inverso non siano occupati da altre particelle visto che il sistema é fermionico, si dovranno effettuare le sostituzioni :

$$f f_1 \Rightarrow f f_1 (1 - f') (1 - f'_1) ; f' f'_1 \Rightarrow f' f'_1 (1 - f) (1 - f_1)$$

In seguito alle precedenti considerazioni, si puó scrivere l'espressione completa dell'integrale di collisione di Boltzmann-Nordheim, come il rate di perdita (1.16) meno il rate di guadagno (1.17) :

$$I_{coll}(f) = \int d\vec{p}_1 d\vec{p} d\vec{p}'_1 w(\vec{p}\vec{p}_1 \mapsto \vec{p}'\vec{p}'_1) \cdot [f' f'_1 (1 - f) (1 - f_1) - f f_1 (1 - f') (1 - f'_1)] \quad (1.19)$$

L'equazione di Landau-Vlasov é uno sviluppo dell'equazione di Vlasov con l'aggiunta del termine di collisione; é esprimibile come:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_{\vec{r}} f - \vec{\nabla}_{\vec{r}} U(f) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} f = I_{coll}(f) \quad (1.20)$$

L'equazione (1.20) é anche detta BNV (Boltzmann-Landau-Vlasov) o BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) e stabilisce l'evoluzione temporale della funzione di distribuzione. In questa sono presenti un termine

puramente cinetico $\frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_{\vec{r}} f$ ed un termine che descrive l'influenza sul sistema del campo medio autoconsistente $\vec{\nabla}_{\vec{r}} U(f) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} f$.

L'equazione BNV non é lineare nella funzione di distribuzione, per cui non può essere trattata analiticamente; serviranno opportuni metodi numerici che verranno illustrati nel prossimo capitolo.

Capitolo 2

Risoluzione numerica dell'equazione BNV

Introduzione

Questo capitolo descrive in dettaglio le procedure principali del codice numerico impiegato per risolvere l'equazione BNV. Si basa sul modello delle particelle test originariamente ideato da Wong [9] come una rappresentazione pseudo-particellare semiclassica dell'equazione TDHF. Attualmente l'idea di simulare un insieme N di runs di reazione simultanei, viene fuori da recenti modelli a “cascade” [10], dove comunque non c'è mixing tra gli eventi.

L'idea principale del metodo a particelle test, è di rappresentare i nucleoni come un insieme di N_{test} particelle, così da bloccare vicendevolmente la comunicazione tra i runs differenti, perdendo così la descrizione evento per evento. Questo ci permette una agevole rappresentazione dello spazio delle fasi così da risolvere correttamente le equazioni del moto. Ogni nucleone è così rappresentato in modo molto semplificato, in quanto viene considerato come un insieme di particelle puntiformi distribuite in maniera casuale dentro una sfera. Le proprietà quantistiche dei nucleoni verranno introdotte per mezzo delle sezioni d'urto sperimentali, le distribuzioni iniziali soddisferanno la statistica di Fermi-Dirac e gli effetti del

Pauli-blocking.

Ci sono varie implementazioni al metodo delle particelle test; ad esempio il codice BUU impiega funzioni delta per rappresentare le posizioni di ogni particella test. Il codice di BNV tratta in modo piú appropriato di altri modelli “cascade” la disposizione dei nucleoni nello spazio delle fasi. In tali modelli ogni nucleo era trattato come un insieme di nucleoni distribuiti con tecniche Monte Carlo in un volume sferico. Nel metodo delle particelle test invece, ogni evento é identificabile, ma i nucleoni perdono la loro identitá proprio a causa del mixing tra i runs.

2.1 L'equazione di Vlasov ed il metodo delle particelle test

Supponiamo intanto che non sia presente il termine di collisione I_{coll} ; cioé di risolvere l'equazione di Vlasov, non piú la BNV.

Il potenziale di campo medio é trattato dal codice TWINGO [11].

Il numero totale di particelle test di un sistema collidente di A totali nucleoni é AN_{test} e la funzione di distribuzione di queste particelle test sará $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$. Lo spazio fisico si suppone discretizzato in cellette cubiche cosí che le particelle presenti in ogni celletta siano soggette allo stesso potenziale ed i calcoli delle grandezze fisiche siano dati dai valori medi calcolati entro ogni celletta. Per particelle puntiformi, come abbiamo ipotizzato essere le particelle test, la funzione di distribuzione sará una sommatoria sulle AN_{test} particelle di opportune funzioni nello spazio delle fasi, che sarebbero semplici delte di Dirac nello spazio $\vec{r}$.

Tuttavia questa ipotesi non soddisferebbe la continuitá dell'equazione di Vlasov per cui si deve scegliere un opportuno fattore di forma $S(\vec{r})$ per le particelle, le quali acquistano cosí un'estensione, e la f sará:

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{N_{test}} \sum_{i=1}^{AN_{test}} S(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)) \quad (2.1)$$

La scelta di $S(\vec{r})$ non é arbitraria ma deve soddisfare la normalizzazione data da :

$$l^3 \sum_{\alpha} S(\vec{r}_{\alpha} - \vec{r}) = \frac{1}{N_{test}} \quad (2.2)$$

con l , spaziatura del reticolo delle cellette, ed α il numero totale delle cellette. Il numero di nucleoni totali del sistema, A , deve essere conservato; per cui, indicando con $\varrho_l(\vec{r}_{\alpha})$ la densit  di particelle media di ogni celletta α di volume l^3 , si avr :

$$l^3 \sum_{\alpha} \varrho_l(\vec{r}_{\alpha}) = A \quad (2.3)$$

Un fattore di forma gaussiano, non andrebbe a soddisfare la conservazione in (2.3), quindi si dovranno andare a testare opportuni fattori che conservino la massa.

La forma migliore di S , che offre agevolazioni nei calcoli e conserva il numero di nucleoni,   data dalla seguente:

$$S(\vec{r}) = \frac{g(x)g(y)g(z)}{N_{test}(nl)^6} \quad (2.4)$$

con le g , funzioni di tipo triangolare date da:

$$g(q) = (nl - |q|)\Theta(nl - |q|) ; \quad \Theta(h) = \begin{cases} 0 & \text{per } h < 0 \\ 1 & \text{per } h > 0 \end{cases}$$

I valori ottimali di n ed l , sono stati ottenuti con test sul codice. La scelta migliore   quella che minimizza la rottura di invarianza galileiana, data dall'introduzione del reticolo e riduce la discontinuit  collegata al numero finito di particelle test. Il numero n non deve essere troppo piccolo per evitare effetti di discontinuit , mentre le dimensioni della celletta con spaziatura reticolare l influenzano i tempi di calcolo. I valori scelti saranno allora [12] :

$$n = 2 \text{ fm} ; \quad l = 1 \text{ fm}$$

La figura seguente   proprio la forma di $g(q)$ con questi parametri. La g   un fattore di forma di particella in cui la base del triangolo   l'estensione

della particella nelle cellette adiacenti al sito dove si trova il suo centro (4 cellette con i valori scelti sopra); e l'altezza dà il massimo contributo alla densità media.

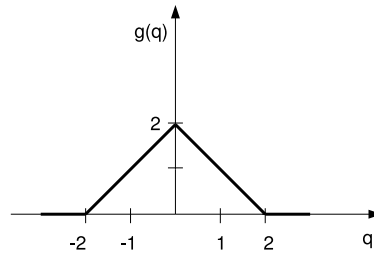


Figura 2.1: Fattore di forma $g(q)$

Ricordando il teorema di Liouville, la funzione di distribuzione ad N corpi, deve comportarsi come un flusso incompressibile nello spazio delle fasi. L'equazione di Vlasov è classica ma può essere considerata come un'equazione di Liouville per una funzione di distribuzione ad un corpo che evolve secondo l'Hamiltoniana effettiva dove il termine di potenziale è dato dal campo medio autoconsistente.

L'equazione di Vlasov viene soddisfatta in principio se il numero di particelle test fosse infinito, il che assicurerebbe che tutte le correlazioni a due corpi spariscono. In questo caso la distribuzione ad un corpo evolvebbe come un fluido incompressibile e rispetterebbe il principio di Pauli premettendo che lo rispetti anche la distribuzione iniziale. Da questo ragionamento si deduce che più è grande il numero di particelle test per nucleone, più sono ridotti gli effetti a due corpi.

Quando si costruisce con le particelle test la funzione di distribuzione ad un corpo, l'equazione di Vlasov implica che valgano le equazioni di Hamilton per le particelle con una Hamiltoniana che è la somma di N_{test} Hamiltoniane di sistemi indipendenti ciascuno costituito da A nucleoni [10];

cioé:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{p}}_i &= -\frac{\partial H_{eff}}{\partial \vec{r}_i} \\ \dot{\vec{r}}_i &= \frac{\partial H_{eff}}{\partial \vec{p}_i} \\ H_{eff} &= \sum_{i=1}^{AN_{test}} \frac{p_i^2}{2m} + N_{test}V\end{aligned}\tag{2.5}$$

V é l'energia potenziale totale, definita come:

$$V = \int d^3r \varepsilon(\vec{r}) = l^3 \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}$$

con ε_{α} densità di energia della celletta α . Sostituendo nelle (2.5) l'espressione completa di H_{eff} si ha:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{p}}_i &= -N_{test} \vec{\nabla}_{\vec{r}}^i V(\vec{r}_i, \vec{p}_i) \\ \dot{\vec{r}}_i &= \frac{\vec{p}_i}{m} + N_{test} \vec{\nabla}_{\vec{p}}^i V(\vec{r}_i, \vec{p}_i)\end{aligned}\tag{2.6}$$

Le derivate del potenziale possono essere sostituite dalle derivate del potenziale di particella singola mediato su tutte le cellette su cui si estende la particella test; ovvero:

$$\frac{\partial V}{\partial \vec{r}_i} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \langle U(\vec{r}_i, \vec{p}_i) \rangle \quad \text{con} \quad \langle U(\vec{r}_i, \vec{p}_i) \rangle = \sum_{\alpha} S(\vec{r}_{\alpha} - \vec{r}_i) U(\vec{r}_{\alpha}, \vec{p}_i) \tag{2.7}$$

dove U é il potenziale di particella singola. Se il potenziale U non dipende dall'impulso, l'energia totale si conserva anche per particelle che acquistano una struttura con il fattore di forma. La non conservazione proviene dalla sostituzione, nella simulazione, delle espressioni analitiche delle equazioni di Hamilton (2.5), con il loro sviluppo in serie per piccoli intervalli di tempo Δt all'ordine più basso.

Lo sviluppo usato esatto fino al secondo ordine é:

$$\begin{aligned}\vec{p}_i(t + \Delta t) &= \vec{p}_i(t) - \vec{\nabla}_{\vec{r}}^i U \left(\vec{r}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t), \vec{p}_i(t) \right) \\ \vec{r}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t) &= \vec{r}_i(t - \frac{1}{2}\Delta t) + \frac{\vec{p}_i(t)}{m} \Delta t + \vec{\nabla}_{\vec{p}}^i U \left(\vec{r}_i(t - \frac{1}{2}\Delta t), \vec{p}_i(t) \right) \Delta t\end{aligned}$$

Anche l'integrale di collisione non sarà consistente con l'equazione di Vlasov in presenza di un campo medio non locale.

Questo infatti conserverá solo l'energia cinetica, cosí il potenziale auto-consistente dovrebbe essere modificato dopo ogni collisione per conservare l'energia totale; tuttavia tale punto viene trascurato e si vedrá sempre un piccola non conservazione dell'energia totale nei risultati finali.

2.2 Calcolo dell'integrale di collisione

Avendo descritto l'approssimazione numerica usata per il calcolo dell'equazione di Vlasov in assenza di termini di collisione; si devono ora prendere in considerazione proprio questi ultimi, i quali simulano le interazioni nucleone-nucleone.

Il concetto che sta alla base dell'integrale di collisione é molto semplice: due particelle collideranno se la loro distanza relativa é inferiore alla distanza di massimo avvicinamento $\sqrt{\sigma_{NN}} \setminus \pi$, dove σ_{NN} é la sezione d'urto nucleone-nucleone nel mezzo. Tale procedura veniva originariamente usata anche nei modelli “cascade”, che non contemplano però la distribuzione di impulso di Fermi. Chiaramente nel processo di scattering devono essere rispettati il principio di Pauli e la conservazioni di energia ed impulso.

Nel modello “Inter Nuclear Cascade”, si sfrutta l' approssimazione ad “insiemi paralleli” che applica la regola precedente separatamente per ogni evento, in ciascuno dei runs simultanei. La naturale estensione al modello BNV é la procedura “full phase space”, la quale considera tutte le possibili collisioni tra particelle test, senza distinguere tra i vari runs.

Nella simulazione numerica la subroutine che calcola l'integrale di collisione ricerca per ogni particella test, la particella ad essa piú vicina e stabilisce se l'urto può avvenire o meno.

Le condizioni affinché l'urto avvenga sono spiegate di seguente.

Assegnato il libero cammino medio locale $\lambda(\vec{r})$ dato da:

$$\lambda(\vec{r}) = (\sigma_{NN} \varrho(\vec{r}))^{-1}$$

si definisce l'intervallo di tempo medio tra due collisioni τ_{coll} (ricordando che questo sarà legato alla velocità relativa tra le due particelle v_{rel}) come:

$$\tau_{coll} = \frac{\lambda(\vec{r})}{v_{rel}}$$

La probabilità di collisione Ξ_{coll} é cosí:

$$\Xi_{coll} \cong \frac{\Delta t}{\tau_{coll}}$$

La scelta dell'intervallo temporale Δt é legata al valore di τ_{coll} dalla condizione che sia $\Delta t \ll \tau_{coll}$. Ciò significa che lo step temporale per il calcolo dell'integrale di collisione, deve essere piccolo rispetto l'intervallo di tempo medio tra un urto ed il successivo.

La tecnica Monte Carlo continua con l'estrazione di un numero casuale z compreso tra 0 ed 1; se risulta $z < \Xi_{coll}$, la collisione avviene e alle particelle verranno assegnati impulsi in modo casuale, tali però da rispettare i principi di conservazione di energia ed impulso. Gli impulsi finali dovranno inoltre trovarsi in una zona libera dello spazio degli impulsi affinché il principio di Pauli venga rispettato.

2.3 Calcolo del potenziale coulombiano

La determinazione del potenziale coulombiano avviene mediante una risoluzione numerica dell'equazione di Poisson per il potenziale φ e la densità di carica ϱ_c :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi = -4\pi \varrho_c \quad (2.8)$$

Con questo metodo si ridurranno i tempi di eleaborazione rispetto al calcolo diretto della somma dei contributi di tutte le particelle test.

L'equazione di Poisson viene discretizzata approssimando le derivate seconde con differenze finite:

$$\frac{\partial^2}{\partial q^2} \varphi \longrightarrow \frac{\varphi_{i+1,j,k} - 2\varphi_{i,j,k} + \varphi_{i-1,j,k}}{l^2} \quad (2.9)$$

Nella (2.9) si sono assegnati i valori medi nelle cellette identificate dagli indici (i, j, k) . La condizione al contorno da accoppiare all'equazione (2.8) é il valore del potenziale generato dalle cariche ai limiti del volume di calcolo. La (2.9) diventa cosí un sistema di equazioni lineari tipo $\mathbf{M}\varphi = s$. Questo sistema é di facile risoluzione in quanto molti degli elementi della matrice $\mathbf{M}$ saranno nulli visto che l'approssimazione (2.9) coinvolge solo celle tra loro adiacenti.

2.4 Calcolo del termine di correzione superficiale

Una delle caratteristiche del fattore di forma in (2.1) é che produce un termine di superficie. La larghezza delle funzioni triangolari per nuclei freddi é stata provata essere troppo grande, alterandone le densità di profilo [12].

Si può vedere che l'energia dello stato fondamentale é più grande di quella calcolata usando delle funzioni delta perché il nucleo é più diffuso. Proprio per questo motivo deve essere introdotto un termine di correzione superficiale, che riproduca le proprietà dello stato fondamentale.

Il termine correttivo peserà considerevolmente anche sulla dinamica. Se vi fosse un fattore di forma S di tipo gaussiano questo termine diventerebbe analogo a quello di Skyrme. Ipotizzando allora:

$$S(\vec{r}, \vec{r}') = e^{-(\vec{r}-\vec{r}')^2/2\sigma^2}$$

e costruendo la densità effettiva come:

$$\varrho_{eff}(\vec{r}) \sim \int d^3r' S(\vec{r}, \vec{r}') \varrho(\vec{r}')$$

si può prendere la trasformata di Fourier, espandendo la densità efficace in onde piane, ed il coefficiente corrispondente al numero d'onda k (risultante dalla convoluzione del fattore di forma e della densità $\varrho(\vec{r})$) sarà dato da:

$$\varrho_{eff}^{\vec{k}} = \int d^3r e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \varrho_{eff}(\vec{r}) \sim \varrho_k e^{-k^2\sigma^2/2} \approx \varrho_k \left(1 - \frac{k^2\sigma^2}{2}\right)$$

Quindi con un'espansione all'ordine più basso in k^2 si è ritrovata una proporzionalità con k^2 . La stessa dipendenza si troverebbe se si calcolasse il laplaciano della soluzione dell'equazione di Vlasov. Infatti se si espandesse in onde piane ϱ ,

$$\varrho(\vec{r}) \sim \sum_{\vec{k}} \varrho_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

e si applicasse il laplaciano, si otterrebbe:

$$\Delta \varrho(\vec{r}, \vec{p}, t) \sim \sum_{\vec{k}} (k^2 \varrho_{\vec{k}}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

Questo suggerisce che il fattore di forma gaussiano nella funzione di distribuzione è equivalente (all'ordine più basso di approssimazione) all'aggiunta di un contributo di superficie all'Hamiltoniana.

Il corretto termine di superficie da aggiungere alla densità di energia sarà proporzionale al laplaciano della densità, cioè:

$$\varepsilon_{surf} = -C_s |\nabla \varrho|^2 \quad (2.10)$$

dove il segno meno indica che si sta sottraendo questa quantità all'energia totale affinché si riduca la superficie. Il termine di superficie nelle forze di Skyrme sarà incluso nell'energia potenziale.

La seguente formula dovrà essere aggiunta allo spettro di particella singola:

$$U_{surf} = -2C_s \nabla^2 \varrho$$

Il coefficiente C_s é opportunamente tarato di modo tale da riprodurre il profilo di densità di ioni pesanti allo stato fondamentale.

Capitolo 3

Interazioni effettive

Introduzione

Si analizzeranno nel presente capitolo, le interazioni effettive utilizzate poi nell'equazione del trasporto e l'equazione di stato nucleare.

Ad alta densità la conoscenza della materia nucleare è indirettamente ricavabile dalle osservabili di reazioni tra ioni pesanti. Parametri come la centralità di reazione o la massa dei nuclei collidenti, giocano un ruolo importante sulle densità massime raggiunte. Se si cambiano le condizioni iniziali allora si cambieranno le dinamiche della reazione. I parametri d'ingresso vanno quindi tenuti sempre in considerazione quando si interpretano i risultati.

3.1 Il campo medio locale

Un modo semplice per ricavare informazioni sull'equazione di stato, ovvero quella relazione funzionale tra diverse grandezze del sistema, che possono essere estensive o intensive; è mediante l'uso di modelli di campo fenomenologici. Tra questi, uno dei primi ad essere utilizzato è stato un primo tipo di potenziale di Skyrme:

$$U(\varrho) = A \frac{\varrho}{\varrho_0} + B \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^\sigma \quad (3.1)$$

Con

$$A < 0 ; B > 0 ; \sigma > 1$$

Il primo termine sarà quindi attrattivo e responsabile delle forze che tengono compatto il nucleo; mentre il secondo sarà repulsivo e determinerà l'instabilità nucleare ad alte densità. La costante σ maggiore dell'unità garantisce che il nucleo non collassi.

3.2 Il potenziale non-locale

L'espressione del potenziale come (3.1) corrisponde all'approssimazione a zero range delle forze nucleari.

Il potenziale libero nucleone-nucleone ha la proprietà di essere fortemente repulsivo a piccole distanze ma di essere attrattivo su lungo range. Questo comportamento è simile a quello della maggior parte dei fluidi. A piccolo range, l'interazione repulsiva renderebbe discutibile l'utilizzo di una teoria di campo medio. In ogni caso l'interazione nucleone-nucleone nel mezzo resta soggetta a modifiche, poiché i nucleoni seguono la statistica di Fermi-Dirac ed il principio di esclusione di Pauli rende scarse le collisioni nel fluido quantistico e vieta ai fermioni di stare troppo vicini. Avendo necessità di risolvere l'equazione BNV con un opportuno campo medio che riproduca le principali proprietà della materia nucleare e che determini il range finito della forza nucleare; si sceglierà [4] :

$$\langle \vec{p} | V | \vec{p}' \rangle = \int \frac{d\vec{r}}{(2\pi\hbar)^3} \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r} \right] V_{12}(\vec{r}) \quad (3.2)$$

con V_{12} che dipenderà dalla posizione relativa tra le due particelle. La (3.2) è una rappresentazione nello spazio del momento, per cui se il potenziale V_{12} è a range finito si introduce un'effettiva dipendenza dall'impulso; se invece è una delta di Dirac $\delta(\vec{r})$, il secondo membro della (3.2) è una costante.

La "momentum dependence" (MD) è presente in molti modelli fenomenologici, come le forze di Skyrme [13]. In queste, l'interazione a due corpi

proviene dall'approssimazione dei termini di scambio non locali con interazioni effettive che sono locali nello spazio delle coordinate, ma esplicitamente dipendenti dal tempo. Un potenziale di Skyrme a zero range, é il seguente:

$$\begin{aligned} V_{Sky}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = & t_0(1 + x_0 \mathbf{P}_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + t_2(1 + x_2 \mathbf{P}_\sigma) \vec{k}' \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \\ & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 \mathbf{P}_\sigma) \left[\vec{k}'^2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}^2 \right] \\ & + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 \mathbf{P}_\sigma) \varrho(\vec{r})^\alpha \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + i \mathbf{W}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{k}' \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \end{aligned}$$

Con $\mathbf{P}$ si indicano gli operatori di scambio nello spazio degli spin σ , $\vec{k} = (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2)/(2i)$ e $\vec{k}'$ il suo complesso coniugato. I parametri $t_0, x_0, x_1, t_1, t_2, x_2, t_3, x_3$, ed α sono invece fissati per riprodurre le proprietà nucleari di saturazione.

Se il campo é non locale; all'equazione BNV si aggiungerá il gradiente del potenziale con l'impulso. La nuova forma di BNV sará:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left(\frac{\vec{p}}{m} + \vec{\nabla}_{\vec{p}} U(f) \right) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} f - \vec{\nabla}_{\vec{r}} U(f) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} f = I_{coll}(f) \quad (3.3)$$

Proprio questa variazione del potenziale con l'impulso in (3.3) genera la ridefinizione della massa del nucleone, che nel mezzo, non é piú una costante, ma varia a seconda dal gradiente del potenziale. L'equazione (3.3) é formalmente identica all'equazione BNV sostituendo la massa m con il suo valore efficace m^* dato da:

$$m^* = \frac{p_F}{\frac{p_F}{m} + \left. \frac{\partial U}{\partial p} \right|_{p=p_F}} \quad (3.4)$$

con l'impulso di Fermi pari a:

$$p_F = \left(\frac{3\pi^2}{2} \varrho_0 \right)^{1/3} \sim 1.333 f m^{-1} \quad (3.5)$$

Il concetto di “massa efficace” rappresenta un altro punto del tutto nuovo che nasce dall'aver supposto il potenziale (3.2) come non locale.

Con modelli microscopici, si é calcolata una riduzione della massa anche del 30%. Questo aumenta la capacità del sistema di trasferire impulso dalle zone di densità maggiore verso zone a densità minore.

La minore massa dei nucleoni nel mezzo inoltre tende ad inibire la formazione di zone a densità elevata favorendo una più omogenea distribuzione della materia nel mezzo nucleare. Si verifica quindi un aumento del libero cammino medio rispetto al campo medio locale ed una conseguente diminuzione del numero di collisioni.

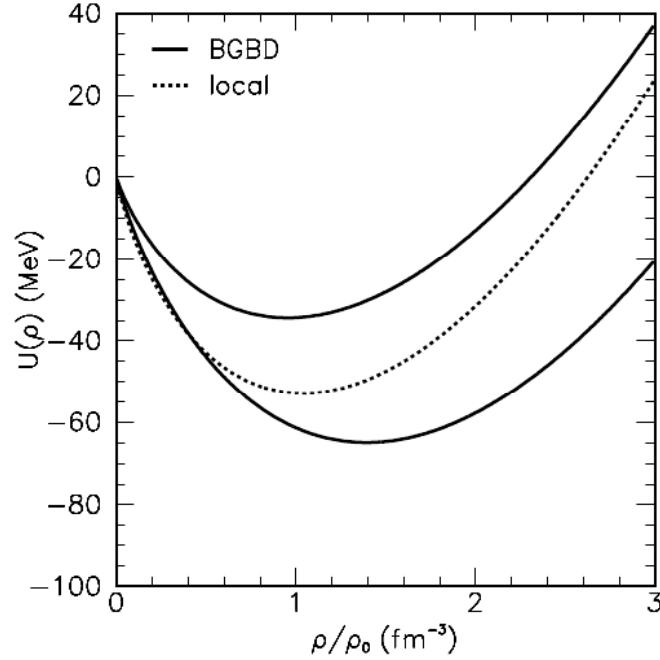


Figura 3.1: Confronto tra un potenziale di BGD con “momentum dependence” (linee piene) per due valori di impulsi ($k = 1 \text{ fm}^{-1}$, curva bassa e $k = 2 \text{ fm}^{-1}$, curva alta) ed un potenziale locale (linea tratteggiata)

3.3 L'equazione di stato nucleare (EOS)

L'energia contenuta in una porzione di volume V con densità e temperatura locali ϱ e T é:

$$\int_V \varrho(\vec{r}) W(\varrho(\vec{r}), T(\vec{r})) d\vec{r}$$

Si identifica con il funzionale della densità W , che rappresenta l'energia per nucleone, l'equazione di stato.

L'analisi della EOS offre tra l'altro la possibilità di studiare in modo termodinamico il nucleo, evidenziandone le transizioni di fase. Nella materia nucleare sono state ipotizzate finora due tipi di transizioni di fase; quella liquido-gas, osservabile a basse energie (ordine della decina di MeV) tramite lo studio della multiframmentazione e la seconda transizione, che porta allo stato di plasma a quark e gluoni. Quest'ultima è ad energie relativistiche ma non si sono avuti ancora riscontri sperimentali di oggetti colorati liberi tanto da giustificarne la scoperta; resta però un validissimo argomento teorico.

L'equazione di stato ha andamento diverso a secondo del modello nucleare utilizzato. Ipotizzando un opportuno potenziale che regoli le interazioni nucleone-nucleone, si sviluppa una teoria a molti corpi che riproduce le principali proprietà della materia nucleare, dando una specifica EOS.

In questo modo Yukawa tentò (senza successo) di spiegare la saturazione della densità, mediante l'uso di una teoria che spiegasse la forza nucleare facendola derivare dallo scambio di particelle mesoniche. L'approccio fenomenologico del potenziale (usato nel presente lavoro con il potenziale Bertsch-Gale-Das Gupta BGBD), consente invece numerosi vantaggi. I parametri possono essere aggiustati in modo da spiegare il fenomeno della saturazione ed inoltre è particolarmente facile da usare nei calcoli matematici.

Verranno derivate adesso le principali proprietà della materia nucleare. La densità di energia ε è data da:

$$\varepsilon = \varrho \frac{E}{A} = \int_0^{\varrho} H(\varrho') d\varrho' \quad (3.6)$$

con $\mathbf{H}$, l'Hamiltoniana del sistema ed E/A , l'energia per nucleone, una prima osservabile adatta a descriverne lo stato. La pressione sarà invece

data dalla variazione di energia su volume, cioè:

$$P(V, T) = - \left(\frac{\partial E(\varrho)}{\partial V} \right)_{T, A=const} = \frac{A}{V^2} \left(\frac{\partial E(\varrho)}{\partial \varrho} \right)_{T, A=const} = \varrho^2 \left(\frac{\partial}{\partial \varrho} \frac{E}{A}(\varrho) \right)_{T, A=const} \quad (3.7)$$

Quindi la pressione é fortemente legata all'equazione di stato ed il sistema risulterà in equilibrio quando P si annullerà; cosa che avviene nel punto di densità di saturazione $\varrho = \varrho_0$:

$$\left. \frac{\partial}{\partial \varrho} \frac{E}{A}(\varrho) \right|_{\varrho=\varrho_0} = 0 \quad (3.8)$$

Un'altra interessante grandezza é data dal modulo di compressibilità della materia nucleare ς , definito dalla risposta della pressione alla variazione di densità:

$$\varsigma \varrho = \left(\frac{\partial P(\varrho)}{\partial \varrho} \right)^{-1} = 9 \left(\frac{P}{\varrho} + \varrho^2 \frac{\partial^2}{\partial \varrho^2} \frac{E}{A}(\varrho) \right)_{T, N=const} \quad (3.9)$$

La costante di compressibilità K all'equilibrio, cioè a pressione nulla, é data invece da:

$$K = 9 \varrho_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \varrho^2} \left(\frac{E}{A}(\varrho) \right) \Big|_{\varrho=\varrho_0} \quad (3.10)$$

Si può dire che la compressibilità K indichi la capacità della materia nucleare ad opporsi agli sforzi di pressione.

3.4 Il funzionale densità di energia

Con un opportuno potenziale dipendente dal momento tipo (3.2), scegliendo il BGBD la densità di energia sarà dalla (3.6):

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_{kin}(\vec{r}) + \varepsilon_A(\varrho(\vec{r})) + \varepsilon_B(\varrho(\vec{r})) + \varepsilon_{C,z}(\vec{r}) \quad (3.11)$$

Il termine cinetico é espresso da:

$$\varepsilon_{kin}(\vec{r}) = \int \frac{d^3p}{\hbar^3/2} [f_n(\vec{r}, \vec{p}) + f_p(\vec{r}, \vec{p})] \frac{p^2}{2m} \quad (3.12)$$

I termini in A e B nella (3.11) tengono conto della saturazione delle forze nucleari e contengono quantità dipendenti dall'asimmetria di carica del sistema.

$$\varepsilon_A(\vec{r}) = \frac{A}{2} \frac{\varrho^2}{\varrho_0} - \frac{A}{3} \left(\frac{1}{2} + x_0 \right) \frac{\varrho^2}{\varrho_0} I^2 \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_B(\vec{r}) = \frac{B}{\sigma + 1} \frac{\varrho^{\sigma+1}}{\varrho_0^\sigma} - \frac{2}{3} \frac{B}{\sigma + 1} \left(\frac{1}{2} + x_3 \right) \frac{\varrho^{\sigma+1}}{\varrho_0^\sigma} I^2 \quad (3.14)$$

Dove per un sistema con numero di neutroni N e di protoni Z , l'asimmetria di carica I é:

$$I = \frac{N - Z}{N + Z}$$

I parametri A , B , σ fissano le proprietà della materia nucleare, come la densità di saturazione ϱ_0 , la minima energia per nucleone e la compressibilità K . I parametri x_0 e x_3 sono parametri addizionali usati per fissare il valore dell'energia di simmetria a densità normale, termine di cui si discuterà in seguito.

L'ultimo termine in (3.11) é quello che dà la dipendenza dal momento. Può essere scritto con la parametrizzazione di Bombaci [14] usata per l'applicazione in astrofisica e in collisioni di ioni pesanti:

$$\varepsilon_{C,z}(\vec{r}) = \frac{4(C + 2z)}{5\varrho_0} I_{np}(\vec{r}) + \frac{2(C - 8z)}{5\varrho_0} (I_{nn}(\vec{r}) + I_{pp}(\vec{r})) \quad (3.15)$$

con gli integrali $I_{\tau,\tau'}$ per neutroni e protoni della forma:

$$I_{\tau,\tau'}(\vec{r}) = \int d^3p d^3p' f_\tau(\vec{r}, \vec{p}) f_{\tau'}(\vec{r}, \vec{p}') g(\vec{p}, \vec{p}') \quad (3.16)$$

L'espressione (3.15) permette di studiare le proprietà della dinamica di isospin con un'appropriata scelta della funzione $g(\vec{p}, \vec{p}')$, che in potenziali di Skyrme poteva andare con il quadrato del momento.

Adesso i nuovi parametri A , B , C , z , σ , x_0 ed x_3 sono combinazioni lineari dei parametri utilizzati nei potenziali di Skyrme [15].

$$A = \frac{3}{4} t_0 \varrho_0 \quad B = \frac{\alpha + 2}{16} t_3 \varrho_0^{\alpha+1} \quad \sigma = \alpha + 1$$

$$C = \frac{\varrho_0}{16} [3t_1 + (5 + 4x_2)t_2] \quad z = \frac{\varrho_0}{64} [t_1(5x_1 + 4) - 3x_2 t_2]$$

Il comportamento di g é ricavato dalla funzione GBD come:

$$g(\vec{p}, \vec{p}') = \left[1 + \left(\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\Lambda} \right)^2 \right]^{-1} \quad (3.17)$$

Con il parametro addizionale $\Lambda = 1.58p_F(\varrho_0)$ che fissa il valore di saturazione del potenziale di campo medio ad alti momenti relativi. Nella materia simmetrica si avrà $f_n(\vec{r}, \vec{p}) = f_p(\vec{r}, \vec{p})$.

3.5 L'energia di simmetria

Nella descrizione dei modelli di campo medio é importante prendere in considerazione la dipendenza dall'isospin.

Con il passare degli anni lo studio dell'equazione di stato per materia fortemente asimmetrica, ha assunto un'importanza sempre maggiore per i nuovi scenari offerti dalla creazione nei laboratori di nuovi fasci di ioni radioattivi.

L'espressione generale dell'energia per nucleone nella materia nucleare asimmetrica, si basa sul dato empirico che la dipendenza con il parametro di asimmetria sia parabolica:

$$\frac{E}{A}(\varrho, I) = \frac{E}{A}(\varrho) + \frac{E_{sym}}{A}(\varrho)I^2 \quad (3.18)$$

Piccole deviazioni dall'andamento parabolico sono state trovate da calcoli di Dirac-Brueckener, ma ad alte densità e dovute essenzialmente a correlazioni a due corpi. Questa equazione può essere vista come uno sviluppo dell'energia per nucleone in potenze di I^2 , troncato all'ordine più basso. L'energia di simmetria per nucleone allora é:

$$\frac{E_{sym}}{A}(\varrho) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial I^2} \frac{E}{A}(\varrho, I) \right)_{I=0} \quad (3.19)$$

e viene calcolata come differenza tra l' energia per nucelone per materia puramente neutronica ($I = 1$) e per materia simmetrica ($I = 0$).

All'energia di simmetria danno il contributo due termini, uno cinetico ed uno potenziale:

$$\frac{E_{sym}}{A}(\varrho) = \frac{1}{3}\varepsilon_F(\varrho) + \frac{E_{sym}^{pot}}{A}(\varrho) \quad (3.20)$$

Questo avviene perché neutroni e protoni hanno un grado differente di occupazione nello spazio delle fasi (primo termine in (3.20)), mentre il termine di campo medio é dovuto alle interazioni tra i nucleoni.

Dell'energia di simmetria si conosce il valore solo per densità pari a quella di saturazione, visto che é collegato alla formula di Weizsäcker delle masse dalla costante a_4 , ed il valore si aggira intorno ai $27 \div 36 \text{ MeV}$. La parte di potenziale in (3.20) porta a contributi di diverso tipo a seconda del comportamento ad alte o basse densità. Questo punto é di estrema importanza visto che una parola definitiva sul tipo di andamento della EOS a densità lontane da quella di saturazione, non c'è ancora.

Nel presente lavoro di tesi sono stati usati due comportamenti di equazione di stato: la “asy-soft” nel caso in cui E_{sim}^{pot}/A saturi o decresca a $\varrho > \varrho_0$ e la “asy-stiff” per un andamento lineare con la densità. Esistono anche tante altre scelte come la “asy-superstiff” che cresce con esponente superiore ad uno o la “asy-supersoft” che decresce più velocemente ancora della asy-soft (vedi figura 3.2). In figura 3.3 sono invece graficati

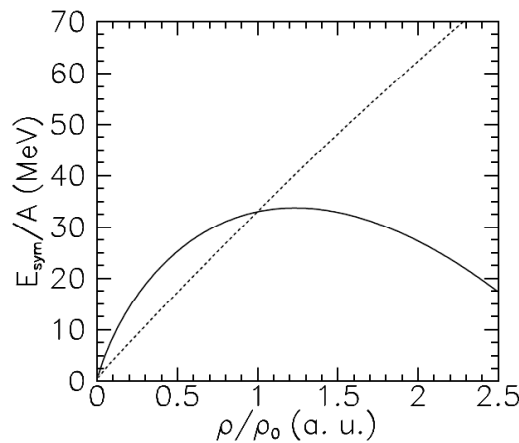


Figura 3.2: Potenziale di simmetria in funzione della densità per diverse scelte di EOS; asy-stiff é la linea tratteggiata, asy-soft la piena

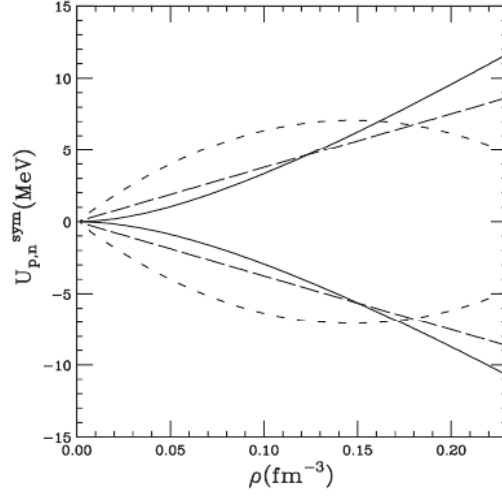


Figura 3.3: Contributo di simmetria al campo medio ad $I = 0.2$ per neutroni (curve alte) e protoni (curve basse). Linee tratteggio stretto=asy soft, a tratteggio lungo=asy-stiff, continue=asy-superstiff

i potenziali di simmetria che sentirebbero protoni o neutroni per diverse scelte di EOS. All'energia di simmetria si associano una pressione di simmetria ed una compressibilità, in analogia a ciò che si fa per l'energia nella materia simmetrica.

$$P_{sym} = \varrho_0^2 \left. \frac{d(E_{sym}/A)}{d\varrho} \right|_{\varrho=\varrho_0} ; K_{sym} = 9\varrho_0^2 \left. \frac{d^2(E_{sym}/A)}{d\varrho^2} \right|_{\varrho=\varrho_0}$$

Espandendo al secondo ordine attorno la densità normale si ha :

$$\frac{E_{sym}}{A}(\varrho) = \frac{E_{sym}}{A}(\varrho_0) + \frac{L}{3} \left(\frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} \right) + \frac{K_{sym}}{18} \left(\frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} \right)^2 \quad (3.21)$$

con L parametro di "slope":

$$L \equiv 3\varrho_0 \left. \frac{d(E_{sym}/A)}{d\varrho} \right|_{\varrho=\varrho_0} = \frac{3P_{sym}(\varrho_0)}{\varrho_0} \quad (3.22)$$

È interessante guardare agli effetti di asimmetria sulla densità di saturazione e sulla compressibilità. Nella materia nucleare asimmetrica, la densità di saturazione si riduce proporzionalmente allo slope L , come si può dedurre dall'espansione lineare intorno $I = 0$:

$$\Delta \varrho_0(I) = -\frac{9\varrho_0^2}{K(I=0)} \left. \frac{d(E_{sym}/A)}{d\varrho} \right|_{\varrho=\varrho_0} I^2 = -\frac{3\varrho_0 L I^2}{K} < 0 \quad (3.23)$$

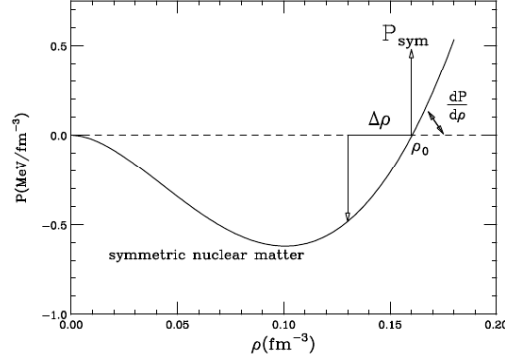


Figura 3.4: Andamento della pressione con la densità in materia nucleare asimmetrica

Dalla figura 3.4 si osserva che l'asimmetria causa una pressione aggiuntiva P_{sim} che può essere compensata muovendo verso il basso il punto di saturazione. Secondo lo stesso procedimento, anche la costante di compressibilità subirà una diminuzione pari a:

$$\Delta K(I) = 9\rho_0 \left(\rho_0 \frac{d^2}{d\rho} - 2 \frac{d}{d\rho} \right) \frac{E_{sym}(\rho)}{A} \Big|_{\rho=\rho_0} I^2 \quad (3.24)$$

3.6 Masse efficaci per neutroni e protoni

Se dalla dipendenza del potenziale dall'impulso ne deriva una massa modificata per i nucleoni, si può vedere che la differenza è anche in seno all'isospin del nucleone, con due masse efficaci diverse per protoni e neutroni.

Infatti ricavando il potenziale di campo medio dalla (3.11):

$$U_\tau(\vec{r}, \vec{p}) = U_A(\rho(\vec{r})) + U_B(\rho(\vec{r})) + U_{C,z}(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.25)$$

c'è un termine che dipenderà dall'isospin e che porterà a diverse masse efficaci. Ma intanto dal calcolo dei vari termini che compongono la (3.25), che rappresentano i termini di U di BGBD usati nel codice, si ha:

$$U_A(\rho(\vec{r})) = A \frac{\rho}{\rho_0} \pm \left[-\frac{2}{3} A \left(\frac{1}{2} + x_0 \right) \frac{\rho}{\rho_0} I \right] \quad (3.26)$$

$$U_B(\varrho(\vec{r})) = B \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^\sigma - \frac{2}{3} \frac{B}{\sigma + 1} \left(\frac{1}{2} x_3 \right) \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^\sigma I^2 \pm \left[-\frac{4}{3} \frac{B}{\sigma + 1} \left(\frac{1}{2} x_3 \right) \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^\sigma I \right] \quad (3.27)$$

$$U_{C,z}(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{8}{5\varrho_0} (C + 2z) I_{\tau'}(\vec{r}, \vec{p}) + \frac{4}{5\varrho_0} (3C - 4z) I_\tau(\vec{r}, \vec{p}) \quad (3.28)$$

con

$$I_\tau(\vec{r}, \vec{p}) = \int d^3p \frac{1}{\hbar^3/2} f_\tau(\vec{r}, \vec{p}) g(\vec{p}, \vec{p}') \quad (3.29)$$

Con i segni “+” per i neutroni e “-” per i protoni, rispecchiando la terza componente di isospin. La scelta di un potenziale di tale tipo portava ad un’equazione come in (3.3).

Poiché la dipendenza dall’impulso é presente solo nell’ultimo termine della (3.25), la massa efficace in funzione dell’isospin sarà data da:

$$\frac{m_\tau^*}{m} = \left(1 + \frac{m}{p} \frac{\partial U_\tau}{\partial p} \right)_{p=p_F}^{-1} \quad (3.30)$$

da cui segue la differenza tra le due masse efficaci

$$m_n^* - m_p^* \propto \frac{4(C - 8z)}{5\varrho_0} \left[\left(\frac{m}{p} \frac{\partial I_n}{\partial p} \right)_{p=p_{Fn}} - \left(\frac{m}{p} \frac{\partial I_p}{\partial p} \right)_{p=p_{Fp}} \right] \quad (3.31)$$

con I_n ed I_p dati dalla (3.29).

Lo splitting delle masse aumenta con l’asimmetria del sistema ed é fissata dal parametro z che sparirebbe dalle (3.11) e (3.25) per $I = 0$. La costante C é legata invece alla parte isoscalare della massa efficace. In figura 3.6 si vede la forma assunta dal potenziale di BGBD per diverse parametrizzazioni delle masse. I due splitting sono uguali non appena l’impulso assume i valori di Fermi per protoni o neutroni. Nel caso $m_n^* < m_p^*$ il potenziale sentito dai neutroni sarà piú attrattivo per $p < p_F$ e piú repulsivo per $p > p_F$ rispetto lo splitting inverso. La determinazione del segno dello splitting é direttamente correlato al cosiddetto “potenziale di Lane” definito come:

$$U_{Lane} = \frac{U_n - U_p}{2I} \quad (3.32)$$

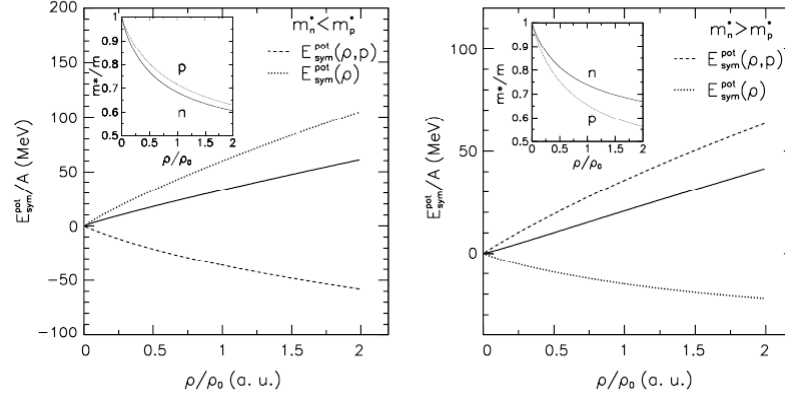


Figura 3.5: Energia potenziale di simmetria in funzione dell'entità, per le scelte di splitting $m_n^* < m_p^*$ e $m_n^* > m_p^*$ con potenziale BGBD. Nel riquadro piccolo vi sono i corrispettivi andamenti m^*/m

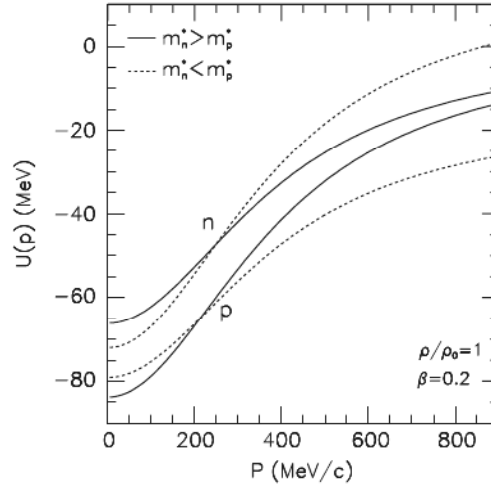


Figura 3.6: Potenziale di BGBD in funzione del momento a densità normale ed $I = 0.2$, per le scelte di splitting $m_n^* < m_p^*$ e $m_n^* > m_p^*$.

che calcolato mediante il campo BGBD diventa:

$$U_{Lane} \propto \frac{4(C - 8z)}{5\rho_0}(I_n - I_p) \quad (3.33)$$

così che il suo slope sia proporzionale allo splitting delle masse, come si vede in figura 3.7.

Nel presente lavoro si prenderà sempre in considerazione la presenza di due masse efficaci differenti per neutroni e protoni.

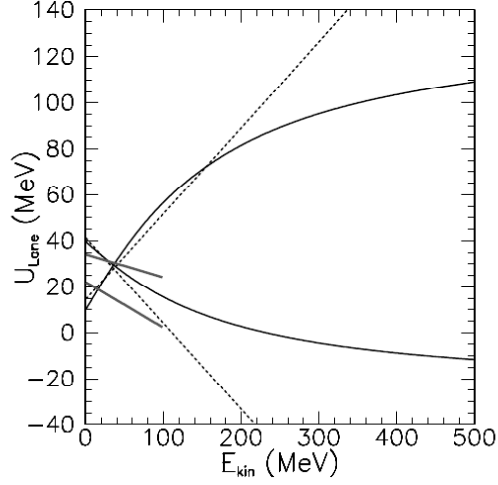


Figura 3.7: Potenziale di Lane a densità ϱ_0 per interazioni BGBD (linee piene) e di Skyrme (linee tratteggiate). La curva alta a slope negativa vale per lo splitting $m_n^* > m_p^*$, quella bassa a slope positiva per $m_n^* < m_p^*$.

3.7 Parametri del BGBD usati nella simulazione

Per concludere si elencheranno qui di seguito, i parametri usati nella simulazione che sono stati inseriti nel potenziale di BGBD (3.25).

I parametri isoscalari, ovvero senza dipendenza dall'isospin e dall'energia di simmetria, sono A, B, C, σ .

$$A = -111.252 ; B = 141.276 ; C = -64.544 ; \sigma = 1.242$$

Questi parametri fissano i valori di saturazione

$$E(\varrho_0)/A = -16 \text{ MeV} ; \varrho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3} ; K = 215 \text{ MeV} ; m^*/m = 0.67$$

Ora passiamo ai parametri isovettoriali, che dipendono dallo splitting e dalla stiffness.

$$m_n^* > m_p^* , \text{asy-stiff}$$

$$x_0 = -1.614 ; x_3 = -1.210 ; z = -35.467$$

* * *

$$m_n^* < m_p^*, \text{ } asy - stiff$$

$$x_0 = 2.487 ; x_3 = 0.582 ; z = 44.971$$

* * *

$$m_n^* > m_p^*, \text{ } asy - soft$$

$$x_0 = 1.111 ; x_3 = 1.196 ; z = -35.467$$

* * *

$$m_n^* < m_p^*, \text{ } asy - soft$$

$$x_0 = 5.212 ; x_3 = 2.988 ; z = 44.971$$

* * *

Questi parametri fissano, oltre alla percentuale di splitting (pari al 10%), l'energia di simmetria e la sua derivata alla saturazione

$$\frac{E_{sym}(\varrho_0)}{A} = 33 \text{ MeV}$$

$$\left. \frac{d(E_{sym}/A)}{d\varrho} \right|_{\varrho=\varrho_0}^{asy-stiff} = 31 \text{ MeV} \cdot fm^3 ; \left. \frac{d(E_{sym}/A)}{d\varrho} \right|_{\varrho=\varrho_0}^{asy-soft} = 6.5 \text{ MeV} \cdot fm^3$$

Si usa inoltre un taglio sulle sezioni d'urto a bassa energia. Questo taglio é importante per ridurre le collisioni spurie di bassa energia dovute al rilassamento del Pauli-blocking per accumulo di effetti di “rumore numerico”; inoltre permette di limitare di sottostimare l'energia di bilanciamento dei flussi trasversi, come si vedrá in seguito. I cut per basse energie sono posti a $50mbarn$, come evidente in figura 3.8.

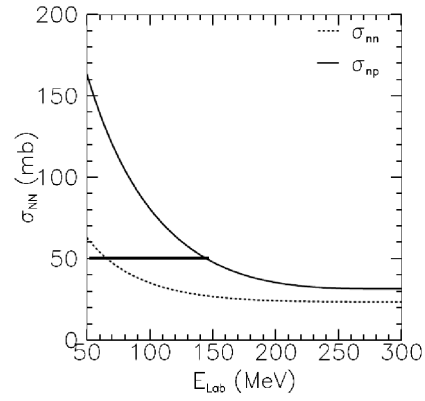


Figura 3.8: Sezioni d'urto a $\varrho = 0$ per n - n e p - p , in funzione dell'energia delle particelle collidenti. É anche mostrata la linea di cut usata nella simulazione.

Capitolo 4

Le osservabili collettive

Introduzione

Nella ricerca dell'equazione di stato della materia nucleare in varie condizioni di densità e temperatura, un importante ruolo è giocato dallo studio di osservabili collettive come i flussi.

Il primo ad approcciarsi ad una descrizione idrodinamica delle reazioni nucleari fu Landau già negli anni cinquanta. L'idea è che la materia nucleare generata nella zona di overlap durante la collisione si comporti come un fluido che inizialmente subisce una forte compressione, venendo quindi riscaldato, e successivamente si raffredda per espansione. In questa fase finale, si raggiungerà un punto di densità estremamente bassa, che è detto “punto di freeze-out”. Da tale punto in poi la diluizione è tale da far interrompere i processi collettivi; l'unico tipo di interazione che resta tra le particelle è solo quella coulombiana.

La determinazione del tempo di freeze-out nel lavoro di tesi, viene effettuata dall'osservazione dei “contour-plot” sul piano di reazione e dall'andamento temporale del numero di collisioni delle particelle test. Nel momento in cui le collisioni saturano si può fissare il freeze-out. La non perfetta precisione nella determinazione di questo punto non inficia comunque le osservabili collettive.

Supponendo di avere sovrastimato questo tempo, i valori collettivi sono

un'istantanea del sistema al freeze-out; se li si calcola a tempi maggiori, daranno sempre gli stessi andamenti.

L'interesse sperimentale per le collisioni tra ioni pesanti, con la nascita di acceleratori in grado di portare i nuclei ad energie sempre più elevate, si è spostato verso una sistematica di collisioni ad energie sempre crescenti e tra nuclei sempre più massivi. Le simulazioni hanno mostrato che durante le diverse fasi di overlapping dei nuclei, si emettono particelle e frammenti con caratteristiche cinematiche comuni e che possono essere osservati sperimentalmente dei flussi collettivi di materia dalla zona di reazione.

4.1 Definizioni iniziali

Le osservabili determinate per le analisi sui flussi si determinano nel cento di massa del sistema.

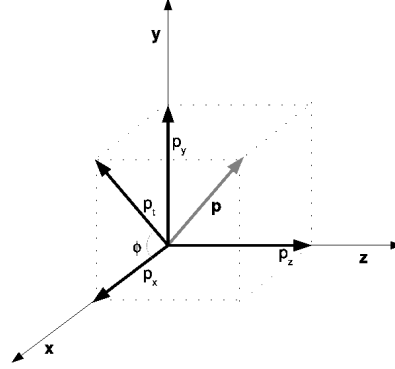
Il piano di reazione viene per convenzione definito dal piano xz , mentre quello ortogonale sarà xy . Nel riferimento del laboratorio, il nucleo proiettile si muoverà a velocità avente componente solo sull'asse $\vec{z}$, v_z , così il parametro d'urto sarà parallelo ad $\vec{x}$.

Affinché i due nuclei, di massa A_{proj} e A_{targ} , interagiscano, il massimo parametro d'urto consentito deve essere:

$$b_{max} = r_0 \left(A_{proj}^{1/3} + A_{targ}^{1/3} \right) \quad (4.1)$$

Le particelle prodotte nell'urto e deviate dalla traiettoria iniziale dentro il piano di reazione, identificano i flussi "in-plane", quelle che ne escono invece caratterizzano i flussi "out-of-plane". L'impulso trasverso p_t è la componente di impulso ortogonale all'asse del fascio. Se ϕ è l'angolo azimutale tra p_t e l'asse $\vec{x}$ si ha:

$$\begin{aligned} p_x &= p_t \cos\phi \\ p_y &= p_t \sin\phi \end{aligned} \quad (4.2)$$



La rapidità Y lungo l'asse del fascio é invece:

$$Y = \text{tgh}^{-1} \left(\frac{v_z}{c} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (4.3)$$

dove E é la componente temporale del quadrivettore impulso $p \equiv (E, \vec{p})$.

La Y del proiettile viene per convenzione definita positiva.

Se si sviluppasse la (4.3) in serie per $v_z \ll c$ risulterebbe $Y \rightarrow v_z/c$; per energie non relativistiche la rapidità tende alla velocità classica.

Il vantaggio delle rapidità é che si sommano con le trasformazioni di Lorentz, così come le velocità si sommano con le trasformazioni di Galileo. La rapidità delle particelle emesse dà un'informazione importante sulla sorgente ed é indipendente dal riferimento, dalla zona proiettile o bersaglio e dalla zona del centro di massa.

Un'informazione complementare si può avere anche selezionando intervalli di impulso trasverso. Ad alte energie lo stopping collisionale porta alla formazione di una fase compressa con successiva espansione ad alta velocità radiale. In corrispondenza si ci aspetta che particelle emesse ad alto p_t “trasportino” importanti informazioni da regioni ad alta densità barionica della materia nucleare.

Nello studio teorico di collisioni fra ioni pesanti, le caratteristiche della collisione vengono fissate e servono da “input” al programma di simulazione. In particolare il piano di reazione é ben determinato dalle condizioni iniziali; ovvero dalla distanza iniziale dei nuclei lungo l'asse del

fascio e dal parametro d'urto.

Una prima differenza tra la simulazione e l'analisi sperimentale, sta proprio nel problema dell'individuazione del piano di reazione, che sperimentalmente non é noto a priori e deve essere ricostruito a partire dai prodotti di reazione.

Il parametro d'urto viene anch'esso stabilito come input iniziale nella simulazione ma ci sono metodi sperimentali per discriminarlo entro un certo range e stimare cosí la centralit  di un evento. Grandezze come i flussi collettivi, ben riflettono l'evoluzione dinamica di una reazione.

Per caratterizzare i flussi si pu  espandere in serie di Fourier in ϕ e p_t il numero di particelle emesse arrestandosi al secondo ordine:

$$\frac{d^2N}{dp_t d\phi} = \frac{dN}{dp_t} [1 + 2V_1(Y, p_t) \cos(\phi) + 2V_2 \cos(2\phi) + O(3\phi)] \quad (4.4)$$

4.2 Flusso nel piano di reazione

Il flusso nel piano é una deflessione delle particelle che si muovono avanti e indietro entro il piano di reazione . La sua formazione é dovuta alla materia compressa ed eccitata che devia dalla direzione del fascio incidente. Il flusso sul piano medio per nucleone, é di solito presentato in termini di media della componente del momento trasverso nel piano di reazione ad una data rapidit :

$$\left\langle \frac{p_x}{A} \right\rangle \equiv \frac{1}{N(Y)} \sum_{i=1}^{N(Y)} p_{x_i} \quad (4.5)$$

con A pari al numero di nucleoni totali di proiettile e targhetta ed $N(Y)$ il numero di particelle emesse di rapidit  Y .

Per una distribuzione continua, la precedente relazione diventa:

$$\left\langle \frac{p_x}{A} \right\rangle \equiv \left(\frac{dN}{dY} \right)^{-1} \int p_t \frac{d^2N}{dp_t dY} \langle \cos(\phi) \rangle dp_t \quad (4.6)$$

Questa osservabile fornisce informazioni sulla predominanza di interazioni attrattive o repulsive della materia nucleare. In letteratura si fa

spesso riferimento ad un'altra variabile di flusso, il flusso differenziale F_{pn} definito come:

$$F_{pn}(Y) \equiv \frac{1}{N(Y)} \sum_{i=1}^{N(Y)} p_{x_i} \tau_i \quad (4.7)$$

In questo modo si separano i contributi di neutroni e protoni.

Se si é a basse energie, le sfere di Fermi di proiettile e targhetta risulteranno coi centri quasi sovrapposti; questo significa che gli impulsi che soddisfano la conservazione di energia-impulso, nello stato finale saranno tutti occupati e le collisioni nucleone-nucleone vengono cosí inibite dal Pauli-blocking. In questa situazione le densitá raggiunte non sono elevate e l'effetto globale della collisione sará un'attrazione dovuta al campo medio, la quale devierá le particelle del proiettile ad angoli negativi.

Giá ad energie della ventina di MeV per nucleone si osserva, con un codice OMEGA, che la dinamica di collisioni di ioni pesanti é di tipo attrattivo e la separazione tra i due nuclei avviene a tempi lunghi (sui 400 fm/c) [16].

Quando domina l'attrazione, la distribuzione di impulso trasverso nel piano in funzione della rapiditá descrive delle curve ad “S” rovesciata; le particelle provenienti dal proiettile hanno rapiditá positiva e $\langle p_x \rangle$ negativo, mentre quelle provenienti dalla targhetta, rapiditá negativa e flusso positivo. Quando le energie cominciano ad aumentare, gli effetti attrattivi cedono pian piano il passo a quelli di tipo repulsivo. Infatti lo spazio delle fasi di impulsi consentiti dal principio di Pauli, si apre sempre di piú all'aumento dell'energia per nucleone e ció significa che sono sempre piú favorite le collisioni nucleone-nucleone. A questo si aggiunge che la crescente compressione fa predominare la parte repulsiva del campo medio, quindi i residui del proiettile assumeranno impulso p_x positivo e la curva di $\langle p_x/A \rangle$ in funzione di Y si invertirá diventando ad “S” e complessivamente facendo diventare piú rapida l'evoluzione del sistema. Si possono vedere in figura 4.1 gli impulsi “in-plane” del sistema

$Sn^{132} + Sn^{124}$ per urto semiperiferico ad energie di 400 MeV/A e notare la curva ad S per differenti particelle . La figura mostra come il flusso a tali energie sia ormai uguale per tutte i prodotti di reazione, indifferente dalla loro specie.

Questo é un segno di dinamica repulsiva sul piano; le cose cambiano invece guardando i flussi “out-of-plane”, dove le specie prodotte assumono valori di flussi differenti. L’inversione delle curve ad S , fa supporre che ci

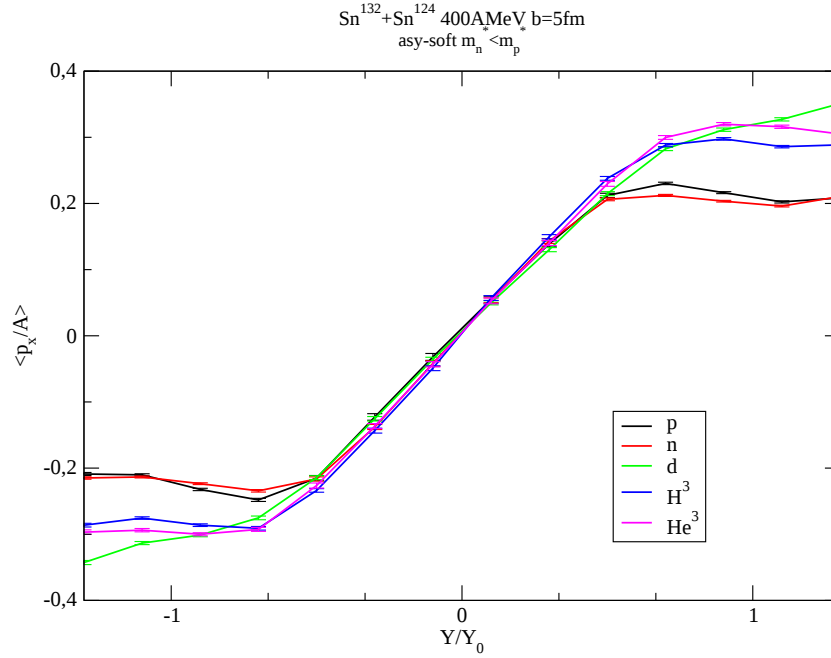


Figura 4.1: Tipica curva ad “S” dei flussi in-plane per diversi frammenti di reazione. La Y_0 é la rapidità del proiettile

sia un punto in cui il flusso di sideward si annulli totalmente. Indicando con F , il “parametro di flusso” definito da:

$$F = \left. \frac{d \langle p_x/A \rangle}{dY} \right|_{Y=Y_{cm}} \quad (4.8)$$

si avrà che il cambio da un regime attrattivo ad uno repulsivo, passerá per l’energia di bilanciamento (balance energy), che é quella per cui il

parametro di flusso F si annulla.

$$F(E_{bal}) = 0 \quad (4.9)$$

L'energia di bilanciamento dipende da vari fattori che regolano l'incidenza di effetti attrattivi o repulsivi. Sicuramente la massa del sistema rappresenta uno di questi fattori e viene sperimentalmente mostrato [16] che l'energia di bilanciamento viene a questa legata dalla relazione:

$$E_{bal} \approx (A_{proj} + A_{targ})^{-\frac{1}{3}} \quad (4.10)$$

La parte attrattiva del campo é data da un termine proporzionale alla superficie del nucleo $R^2 \propto A^{2/3}$, mentre la pressione cinetica originata dalle collisioni é proporzionale al volume del sistema $V \propto A$. La compensazione tra queste componenti dará un fattore $A^{-1/3}$ presente nella (4.10). Il valore dell'energia di bilanciamento é anche influenzato dalla centralitá della reazione [15], perché sará questo parametro a determinare il grado di compressione del sistema. Ad urti centrali $b = 0$, il sistema ha simmetria cilindrica rispetto all'asse del fascio; conseguentemente il piano di reazione non é definito ed il flusso si annulla. A b/b_{max} crescenti la deflessione nel piano di reazione aumenta.

La stima dell'energia di balance per la collisione $Au-Au$ con il codice di simulazione TWINGO usato nel lavoro di tesi é di circa 42 ± 4 MeV.

La sezione d'urto nucleone-nucleone gioca anch'essa un ruolo importante nell'andamento dell'energia di bilanciamento. La teoria di Dirac-Brueckner stima il valore della sezione d'urto nel mezzo nucleare e ne calcola un valore ridotto rispetto quella libera a causa del Pauli-blocking esistente.

Nelle simulazioni numeriche si introduce un valore di cut-off per le sezioni d'urto, cosí che per basse energie nel laboratorio σ_{cut}^{NN} sia 50 mbarn . Se si usasse un cut-off piú alto si é provato che si andrebbe a sottostimare il valore dell'energia di balance [15].

Guardando adesso lo sviluppo (4.4) al primo ordine, si definisce il flusso trasverso V_1 come:

$$V_1(Y, p_t) \equiv \left\langle \frac{p_x}{p_t} \right\rangle = \langle \cos(\phi) \rangle = \left(\frac{dN}{dp_t} \right)^{-1} \int \cos(\phi) \frac{d^2N}{dp_t d\phi} d\phi \quad (4.11)$$

V_1 fornisce informazioni importanti sull'anisotropia dell'emissione trasversa dei nucleoni e viene usato per studiare la EOS e la sensibilità sulla sezione d'urto dell'energia di bilanciamento.

Infatti proprio attorno al valore di E_{bal} , dove il parametro F é circa zero, che il flusso trasverso, come funzione di p_t , permette di distinguere tra la parte attrattiva del campo medio (i cui effetti sono piú evidenti a bassi p_t) e la parte repulsiva dovuta agli urti a due corpi, che influenza le particelle di alto p_t . Integrando su un certo intervallo di rapidit  é possibile eseguire un'opportuna analisi in funzione di p_t . Ad esempio in urti con parametri d'impatto non nulli, i nucleoni provenienti da zone centrali, subiranno uno stopping maggiore rispetto a quelli piú periferici e la loro rapidit  iniziale verr  convertita in moto trasversale. Questo effetto aumenta all'aumentare dell'energia del fascio, visto che si passa gradualmente ad un meccanismo di reazione del tipo "partecipante-spettatore". In questo caso i nucleoni nella zona di overlap vengono fortemente devianti dal piano di reazione o espulsi perpendicolarmente, mentre le restanti parti dei nuclei proiettile e targhetta non partecipano alla reazione e proseguono indisturbati ("spettatori" appunto).

Si possono notare alcune peculiarit  dell'impulso trasverso al variare dell'energia; infatti mentre ad energie pi  basse dell'energia di bilanciamento le forze attrattive deflettono le particelle ad angoli azimutali negativi, ad energie superiori di E_{bal} , V_1 in funzione dell'impulso trasverso cresce a piccoli impulsi, satura e poi decresce ad alti impulsi. Il motivo é legato alla direzione delle particelle nel piano azimutale. Visto che l'impulso trasverso é $p_t = (p_x^2 + p_y^2)^{1/2}$, al crescere di p_y aumenta anche p_t quindi il flusso trasverso per la (4.11) tende a diminuire; ecco che diventano

importanti i contributi esterni al piano.

4.3 Flussi nel piano azimutale

L'espansione di Fourier (4.4) consente anche di analizzare le componenti dei flussi esterne al piano di reazione.

Il secondo coefficiente di espansione della (4.4) aiuta a studiare tali contributi ed é chiamato “flusso ellittico” V_2 .

$$V_2(Y, p_t) \equiv \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_t^2} \right\rangle = \langle \cos(2\phi) \rangle = \left(\frac{dN}{dp_t} \right)^{-1} \int \cos(2\phi) \frac{d^2N}{dp_t d\phi} d\phi \quad (4.12)$$

Questa variabile collettiva misura le competizioni tra le emissioni nel piano e fuori dal piano. Nel caso in cui l'emissione sia perfettamente simmetrica nel piano azimutale, il flusso ellittico si annulla, indicando quindi una simmetria cilindrica della reazione.

Il segno di V_2 indica la deformazione della distribuzione di momento trasverso nel piano perpendicolare alla direzione del fascio: sarà positivo se le particelle vengono preferibilmente deflesse nel piano di reazione, negativo se l'emissione avviene fuori dal piano (meglio conosciuto come “squeeze-out”).

Questo effetto si verifica poiché i nucleoni fortemente compressi nella zona centrale di overlap non riescono ad uscire nel piano di reazione a causa della presenza dei nucleoni spettatori (effetto di “shadowing”), per cui escono ortogonalmente a questo. Un primo cambiamento di segno del flusso ellittico, da positivo a negativo, fu osservato dalle collaborazioni INDRA e FOPI attorno ai 150 AMeV per $Au-Au$ [17].

L'inversione di segno é indice di transizione da una dinamica di campo medio dominata da deflessioni sul piano di reazione, ad uno scenario collisionale del tipo partecipante-spettatore. Anche l'energia di transizione dipende dalla centralità, come pure dal tipo di particella e dal momento trasverso. L'analisi su p_t del flusso V_2 a basse rapidità ha avuto molto

interesse, specialmente perché le particelle che mostrano grandi deflessioni possono trasportare informazioni non modificate circa il loro stato originario nella materia ad altissima densità nucleare.

Usando i flussi trasversi ed ellittici é possibile osservare effetti della momentum-dependence del potenziale di simmetria. Per riuscire a isolare tali effetti, si considerano i due segni dello splitting della massa efficace, $m_n^* < m_p^*$ e $m_n^* > m_p^*$, e si aggiustano opportunamente i parametri di campo medio per ottenere la stessa dipendenza dalla densità del potenziale di simmetria in entrambi i casi.

Nella valutazione dei flussi non si deve trascurare una proprietà molto importante, che é la dipendenza dall'isospin. In sistemi a diversa asimmetria infatti, i flussi mostrano delle differenze significative, sia nei calcoli teorici che sperimentalmente. Una prima differenza é certamente il potenziale coulombiano. Questo dará effetti diversi sul flusso a secondo del maggiore o minore contenuto di protoni in un sistema; tuttavia a sempre più alte energie la sua incidenza sarà minore.

Un altro problema dei sistemi a diversa asimmetria é la stima della sezione d'urto, che per i sistemi n - p é sensibilmente più alta di p - p o n - n . Questo effetto repulsivo per nuclei ricchi in neutroni é però parzialmente bilanciato dal fatto che le sfere di Fermi per i neutroni saranno più sovrapposte perché questi occupano una regione più ampia dello spazio delle fasi, per cui si bloccano più le collisioni n - n rispetto le altre.

Si trova spesso in letteratura, le analisi dei flussi differenziali (trasverso o ellittico) che come già visto nel secondo paragrafo, sono sostanzialmente dati dalla differenza tra flussi di protoni e neutroni.

$$V_{1,2}^{(p-n)}(Y, p_t) \equiv V_{1,2}^p(Y, p_t) - V_{1,2}^n(Y, p_t) \quad (4.13)$$

Ciò avviene perché é molto complicato sperimentalmente rivelare neutroni, ma sarebbe necessario. Infatti anche quando la loro rivelazione é possibile, le misure sono affette da considerevoli inefficienze.

Un modo per risolvere il problema risulta guardare gli isotopi leggeri co-

me il trizio ed He^3 , che hanno differente N/Z ma uguale peso atomico. Gli isotopi leggeri si possono facilmente rilevare per cui il confronto con i flussi teorici può facilmente farsi.

Capitolo 5

Risultati della simulazione

Introduzione

Avendo spiegato come trattare numericamente l'equazione di BNV ed il significato delle variabili collettive ai fini dell'indagine sulla dinamica delle reazioni; si passerá ai risultati delle simulazioni.

I sistemi osservati, con relativo parametro di asimmetria I , sono i seguenti:

1. $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$, 400 AMeV , $b_{urto} = 1\text{ fm}$, $I = 0.219$
2. $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$, 400 AMeV , $b_{urto} = 5\text{ fm}$, $I = 0.219$
3. $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$, 400 AMeV , $b_{urto} = 5\text{ fm}$, $I = 0.198$

I risultati sui flussi sono sempre calcolati nel centro di massa del sistema e normalizzati ai valori di rapiditá ed impulso del proiettile, Y_0 e p_{proj} .

$$Y_0^{^{132}\text{Sn } 400\text{ AMeV}} = 0.43$$

$$Y_0^{^{197}\text{Au } 400\text{ AMeV}} = 0.45$$

$$p_{proj}^{^{132}\text{Sn } 400\text{ AMeV}} = 2.13\text{ fm}^{-1} = 420.31\text{ MeV}/c$$

$$p_{proj}^{^{197}\text{Au } 400\text{ AMeV}} = 2.19\text{ fm}^{-1} = 432.15\text{ MeV}/c$$

5.1 Overview sul codice TWINGO

Il codice di simulazione TWINGO, usato nel presente lavoro, consta di due programmi scritti in linguaggio FORTRAN che lavorano in coppia: il PRE-PANDA ed il TWINGO.

Il PRE-PANDA crea i nuclei proiettile e targhetta nell'istante zero, prima quindi che essi interagiscano, li posiziona nel riferimento del centro di massa e li distanzia del parametro d'urto scelto. Il file di uscita, servirá da input al programma di simulazione vero e proprio, cioè il TWINGO. I nuclei iniziali saranno creati tramite le ipotesi che i raggi siano dati dalla:

$$R_{proj/targ} = 1.75 A_{proj/targ}^{1/3} [fm] \quad (5.1)$$

I nucleoni sono distribuiti nello spazio delle fasi, secondo distribuzione di Fermi-Dirac, ed hanno impulso massimo per $p = p_F$.

Oltre all'output del PRE-PANDA c'è un file di input del TWINGO con i valori delle costanti del campo medio di BGBD (cioè i parametri isoscalari ed isovettoriali $A, B, C, \sigma, x_0, x_3$ e z), il valore di densità di saturazione ρ_0 e valori inerenti all'energia e alla centralità della reazione e al tipo di nuclei. A questi si aggiungono dei valori di iterazione della scala dei tempi che stabiliscono ogni quanti fm/c il programma calcola le posizioni nello spazio delle fasi $(\vec{r}, \vec{p})$ delle AN_{test} particelle imponendo di chiamare la subroutine che calcola l'integrale di collisione per ogni iterazione (subroutine "coll").

I nuclei, i cui profili sono stati ottenuti con il PRE-PANDA, vengono inizialmente sistemati nella box dalla subroutine "kepler", la quale va a sommare alle posizioni ed impulsi iniziali nel piano xz un termine dovuto allo scattering puramente coulombiano. A questo punto segue il calcolo del potenziale per ogni celletta in cui è stato diviso lo spazio e i calcoli di impulsi e posizioni di ogni particella test tramite equazioni di Hamilton. Vengono anche calcolate, da una opportuna subroutine, ogni certo numero di iterazioni, le energie: totale, cinetica, di superficie, coulombiana,

di simmetria, nonché il raggio quadratico medio, il numero di particelle ai bordi della box ed il numero di collisioni.

L'uscita del TWINGO é un file che contiene impulsi e posizioni per ogni iterazione, di ogni particella test (a cui si assegna anche una carica di 0 o 1 per darle una specie isotopica di appartenenza) ; questo file deve essere opportunamente “letto” da appositi programmi di lettura che poi calcoleranno le variabili collettive.

Si possono calcolare i flussi in due modi differenti. Il primo consiste nell'usare un apposito taglio in densità (si usa il valore di $\varrho_{cut} = \varrho_0/8$) per individuare i protoni o i neutroni del “gas” di particelle uscenti dalla zona di interazione e quindi calcolarne flussi e rapporti di particelle. Tale metodologia non consente però di individuare clusters di particelle come trizio o 3He . Il secondo metodo sfrutta il criterio di coalescenza nello spazio delle fasi e permette di ricavare dei frammenti che possono essere nucleoni o clusters leggeri. Il procedimento é abbastanza semplice: si prende a random una particella e si stabilisce (mediante l'uso dei parametri di coalescenza (r_0, p_0) nello spazio delle fasi) se in un suo intorno vi siano altre particelle con impulso parallelo. Se ciò si verifica, viene riapplicata la procedura alle particelle “candidate” ad appartenere al cluster fino a quando questo risulta definito.

Una volta applicata la coalescenza a tutte le particelle presenti nel sistema, la “mappa” dei clusters viene completata e si controlla se l'energia totale é conservata entro un certo limite o meno; nel secondo caso questa verrà rigettata. Il metodo si applica per un certo numero di volte, creando delle campionature (“samplings”) da rigettare e da tenere; dalle medie dei samplings accettabili si otterranno le variabili collettive.

É utile mostrare gli andamenti dei flussi collettivi per i nucleoni sia per il metodo di taglio in densità, che per quello di coalescenza, onde verificare l'ulteriore correttezza di quest'ultimo.

5.2 Scelta della box

Per “box” si intende quel volume dello spazio delle coordinate $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ dove si applica l’equazione di BNV.

La box scelta inizialmente nella simulazione é stata di tipo cubico, di 40 fm per lato.

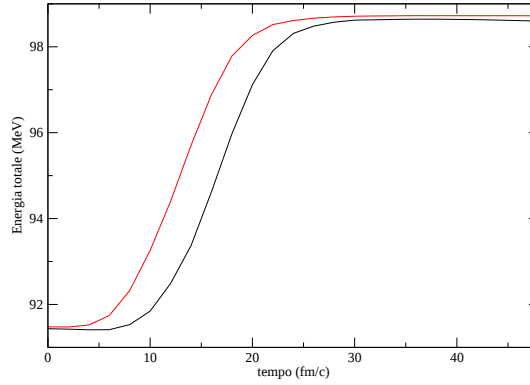


Figura 5.1: E_{totale} funzione di t . La linea nera é la box piccola, mentre quella rossa é la box piú grande.

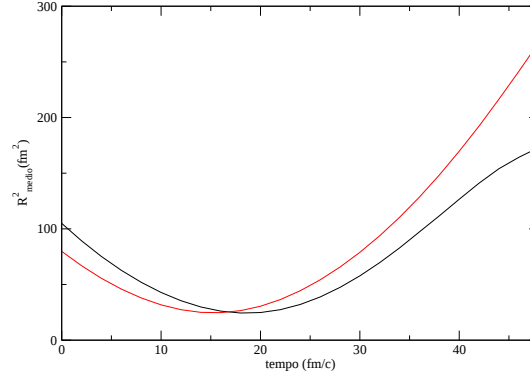


Figura 5.2: Raggio quadrato medio funzione di t (legenda linee come in Figura 5.1)

Questa scelta tuttavia fa sì che al tempo di freeze-out stabilito alle energie qui di interesse, si vadano ad “attaccare” alle pareti della box moltissime particelle test. Ciò si verifica perché quando le particelle arrivano alle pareti della box non vengono eliminate dal programma di simulazione,

ma restano ivi posizionate. Questo rappresenterá un problema quando si analizzeranno le variabili collettive perché tali particelle test verranno interpretate dal programma come nucleoni ed inficiano i risultati finali. Nel sistema $^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ a $b = 1\text{ fm}$ e 400 AMeV con un numero di particelle test per nucleone $N_{test} = 50$, si trovano le seguenti percentuali di particelle test sulla box al tempo di freeze-out $t_{fo} = 48\text{ fm}/c$:

	asy-soft	asy-stiff
$m_n^* > m_p^*$	9,5%	9,7%
$m_n^* < m_p^*$	9,5%	10,5%

Le percentuali non sono drammaticamente alte, ma se si scegliessero tempi di freeze-out piú alti andrebbero anche queste ad aumentare.

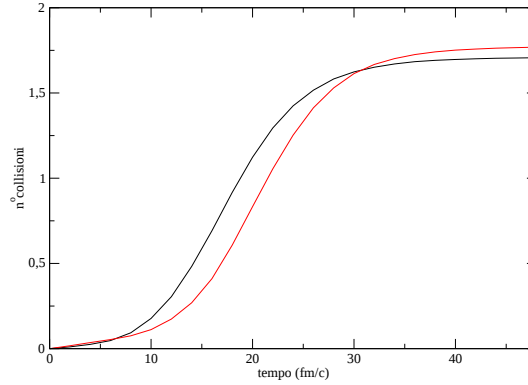


Figura 5.3: Collisioni tra particelle test normalizzate al numero totale di N_{test} presenti, in funzione di t (legenda linee come in Figura 5.1).

La scelta migliore é utilizzare una box piú grande. Poiché questo comporta un allungamento dei tempi di calcolo considerevole, non conviene aumentare tutti i lati della stessa quantità. Infatti occorre che ci sia maggiore spazio sul piano di reazione, in particolare lungo la direzione $\vec{z}$ del fascio. Si sceglierá allora una nuova box a parallelepipedo di dimensioni $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = (60\text{ fm}, 60\text{ fm}, 80\text{ fm})$. Con la nuova scelta della box si é preferito andare ad aumentare anche il numero di particelle test per nucleone, $N_{test} = 100$.

Per la scelta asy-soft a splitting $m_n^* < m_p^*$ dello stesso sistema, si osserva piú in dettaglio l'andamento temporale di energia totale, raggio quadratico medio, numero di collisioni e numero di particelle test sui bordi e si mettono a confronto con gli stessi valori trovati con la scelta di box precedente.

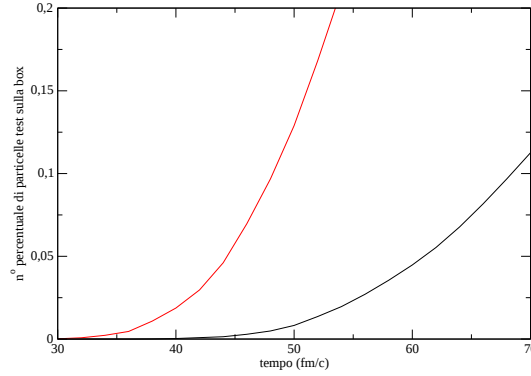


Figura 5.4: Numero di particelle test sulla box in percentuale, in funzione di t (legenda linee come in Figura 5.1).

L'energia totale é definita dalla somma del termine cinetico, coulombiano, potenziale, di simmetria, di Skyrme e di superficie. Riferendoci alla figura 5.1, si vede che l'energia non viene conservata durante la collisione; anche se la non conservazione non é drammaticamente alta, circa del 7.6% per entrambe le curve. La fonte della non conservazione é data sia dall'integrale di collisione, che dal metodo numerico di simulazione delle equazioni di Hamilton per le particelle test. Confrontando figure 5.1 ed 5.3, si vede che al tempo di salita delle collisioni, sale immediatamente l'energia totale e questa saturerá al tempo in cui le collisioni cessano. La non conservazione sará dunque generata anche dall'integrale di collisione. Il raggio quadratico del sistema, é visto negli istanti iniziali, decrescere per la compressione, per poi espandersi all'infinito a causa dell'espansione della zona di overlap. Infine in figura 5.4 si nota che la percentuale di particelle test sui lati della box a tempi di $40 \div 50 fm/c$ (tempi dove si

potrebbe ragionevolmente fissare il freeze-out) é molto bassa per la box grande; mentre ha un valore già alto per la piccola.

Visti tali risultati, si abbandona del tutto la scelta della box cubica per utilizzare quella più grande nei calcoli.

5.3 Dinamica di reazione

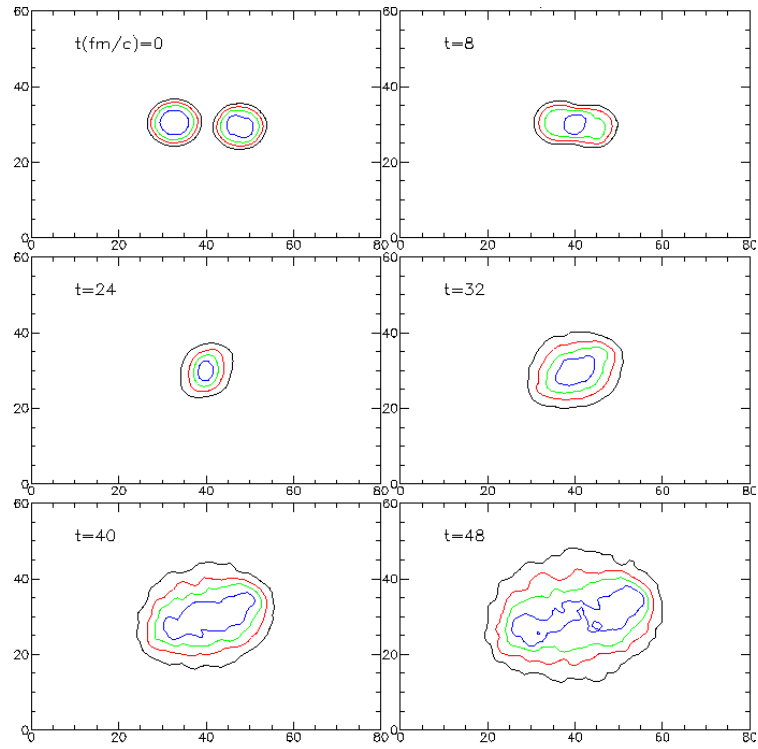


Figura 5.5: sistema $^{132}\text{Sn} - ^{124}\text{Sn}$ a $b=1\text{ fm}$ 400 MeV , asy-soft $m_n^* < m_p^*$

La dinamica della reazione sul piano longitudinale xz , é ben descritta da un plot in densità (“contour plot”). Questo in aggiunta ai dati estrapolati dagli andamenti di saturazione delle collisioni, può aiutare a stabilire il punto di freeze-out.

Nel caso della figura 5.5, l’urto é molto centrale, quindi il valore del freeze out viene posto a 48 fm/c dall’andamento di saturazione delle collisioni. Se si considerasse un urto periferico dello stesso sistema la dinamica

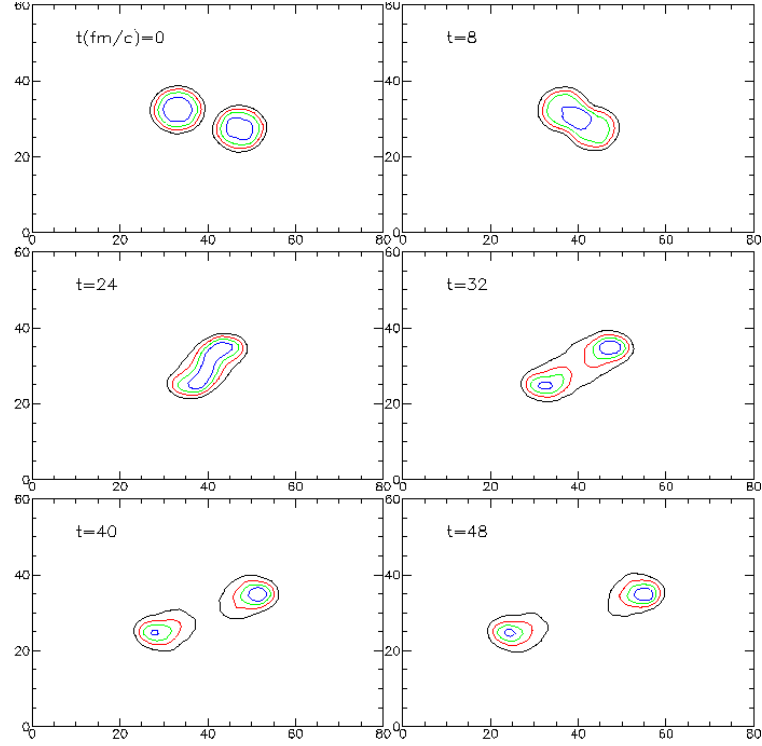


Figura 5.6: sistema $^{132}\text{Sn} - ^{124}\text{Sn}$ a $b=5\text{ fm}$ 400 MeV , asy-soft $m_n^* < m_p^*$

della reazione sarebbe di tipo nettamente diverso, e questo é chiaramente evidente anche dal contour plot in figura 5.6 dove, contrariamente al plot nel caso centrale, diventa anche “visivamente” evidente il punto di freeze-out (48 fm/c). Guardando la figura 5.6, si vede bene che all’inizio dello scontro, la dinamica di campo medio fa sí che i nuclei si attraggano e ruotino fino a circa 24 fm/c; poi la repulsione li fa staccare creando due frammenti “projectile-like” e “target-like” ed un certo numero di particelle. Questo é già un modello di reazione del tipo “partecipante spettatore”, nel caso semicentrale invece i frammenti target e projectile-like non vengono emessi. Dai contour-plot non si notano cambiamenti se, per un dato parametro d’urto, si cambia l’andamento dell’equazione di stato o si inverte il segno delle masse efficaci. Questi plot danno un’idea qualitativa del tipo di reazione che sta avvenendo; chiaramente non sono

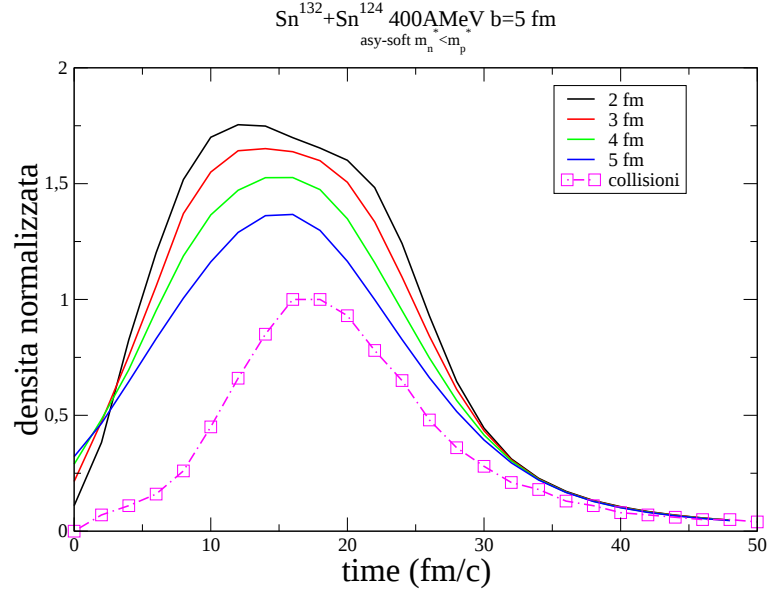


Figura 5.7: Andamento di ρ/ρ_0 in cellette nel centro di massa di varie misure di lato e frequenza delle collisioni per urti semiperiferici $Sn-Sn$.

sufficienti a fornire informazioni sul termine di simmetria.

A questo punto si vanno a guardare come variano nel tempo le varie osservabili del sistema.

La densità di particelle in una celletta posizionata nel centro di massa dello spazio fisico varia nel tempo, in modo consistente all'andamento delle collisioni. In figura 5.7 si confronta il valore della densità nella zona centrale, con diverse dimensioni per la celletta, con la frequenza delle collisioni nucleone-nucleone. Queste ultime sono state opportunamente normalizzate ad uno per avere un raffronto immediato. I processi dissipativi procedono abbastanza parallelamente con la compressione del sistema: buona parte delle collisioni infatti, avviene nell'intervallo di tempo in cui la densità è al di sopra del suo valore di equilibrio (ricordiamo che il libero cammino medio è $(\rho\sigma_{NN})^{-1}$). Dopo i 35 fm/c, i nucleoni avranno esaurito circa il 90% delle collisioni totali e la densità scende a valori molto bassi. Questo andamento è praticamente uguale per una scelta di splitting opposto. La figura 5.7 ci dice che ad energie di 400

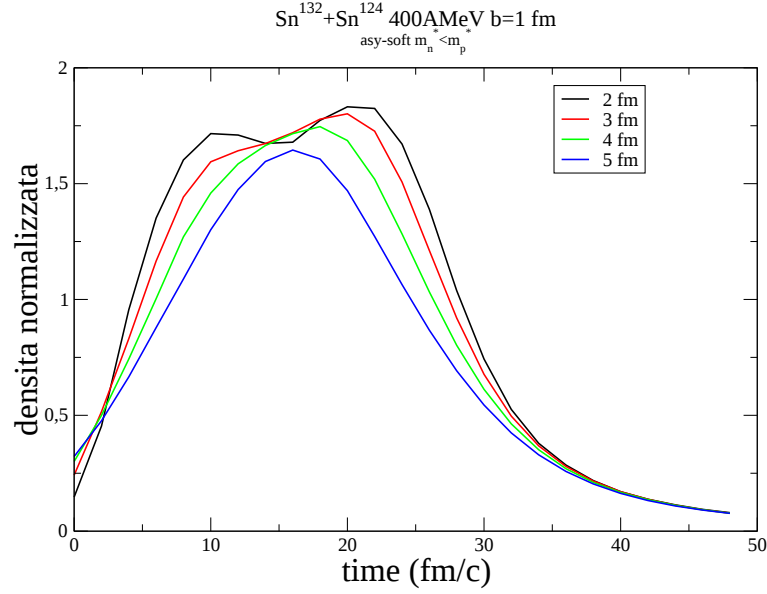


Figura 5.8: Andamento di ρ/ρ_0 in cellette nel centro di massa di varie misure di lato per urti centrali del sistema Sn-Sn .

A MeV é possibile studiare le proprietà di materia nucleare asimmetrica a densità di circa $1.5\rho_0$ per tempi dell'ordine dei $20\text{ fm}/c$. L'andamento temporale della densità per un urto più centrale, graficato in figura 5.8, mostra che vengono raggiunte densità più elevate e per un tempo maggiore (a $25\text{ fm}/c$ la densità normalizzata si mantiene sopra il valore di 1.5, mentre ad urti semiperiferici é già scesa abbondantemente sotto questo valore).

Dall'andamento del potenziale funzione del momento, con lo splitting in massa (graficato in figura 3.6); emerge che i neutroni a parametrizzazione di massa minore dei protoni ed alti impulsi sono più repulsivi della parametrizzazione inversa. Per questo splitting, si ci aspetta una maggiore emissione di neutroni. In figura 5.9 sono riportati i grafici di dN/dY in funzione della rapidità ("stopping power"), per varie particelle con diverse scelte di EOS e splitting per urti semiperiferici ($b = 5\text{ fm}$).

I risultati intanto mostrano una netta emissione di nucleoni a scapito delle particelle leggere come trizio o ^3He di circa 22 volte superiore.

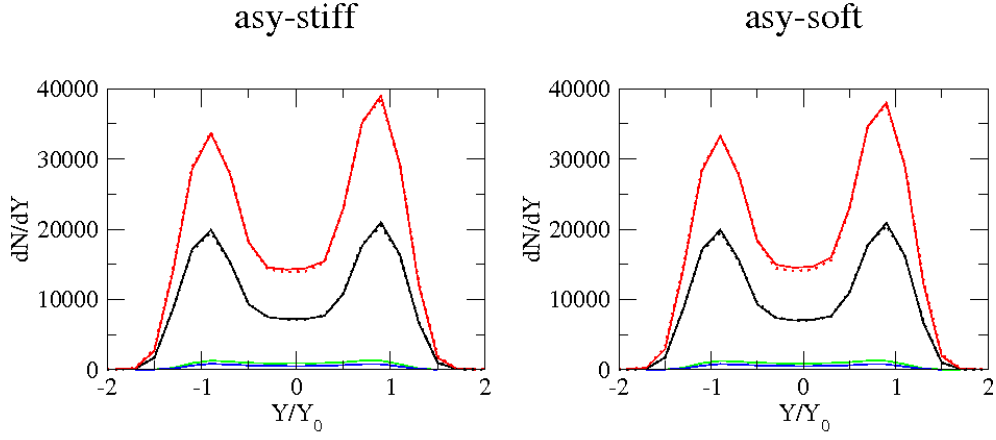


Figura 5.9: Sistema $Sn-Sn$ 400 AMeV semiperiferico. dN/dY per p (nero), n (rosso), H^3 (verde), 3He (blu), per scelte diverse di EOS e splitting $m_n^* > m_p^*$ (linea continua) e $m_n^* < m_p^*$ (linea tratteggiata).

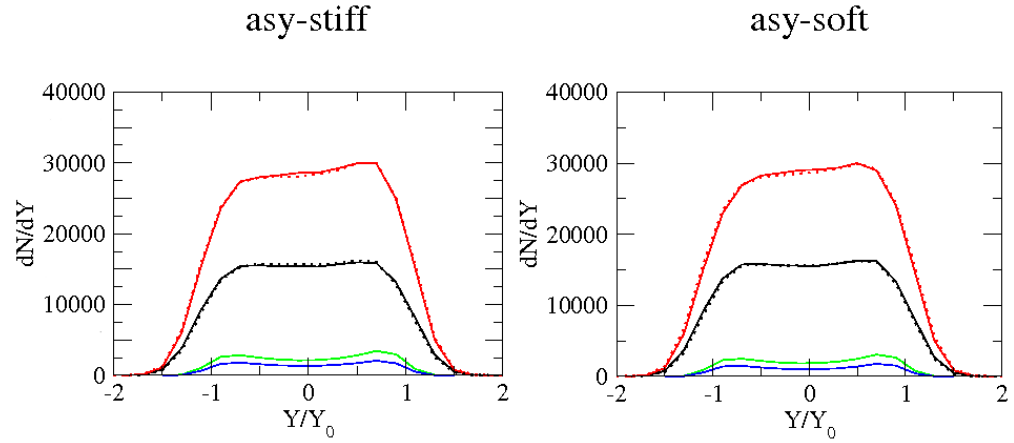


Figura 5.10: dN/dY per sistema $Sn-Sn$ 400 AMeV centrale, legenda come in figura 5.9.

L'effetto dello splitting delle masse viene tuttavia molto debolmente evidenziato in questa osservabile. L'andamento dello stopping power è di presentare due picchi di emissione in corrispondenza di $|Y/Y_0| = 1$. I nucleoni emessi a rapidità pari a quelle del proiettile sono quelli che prevalentemente escono sul piano di reazione. Si crea così una zona di bassa emissione a rapidità intorno lo zero; infatti lo squeeze-out riguarda quelle particelle provenienti dalla zona di overlap che sono una porzione molto

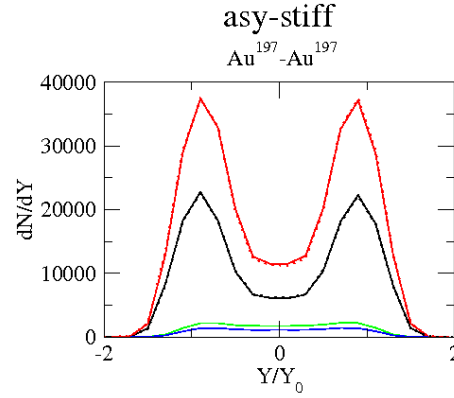


Figura 5.11: dN/dY per sistema $Au-Au$ 400MeV semiperiferico, legenda come in figura 5.9.

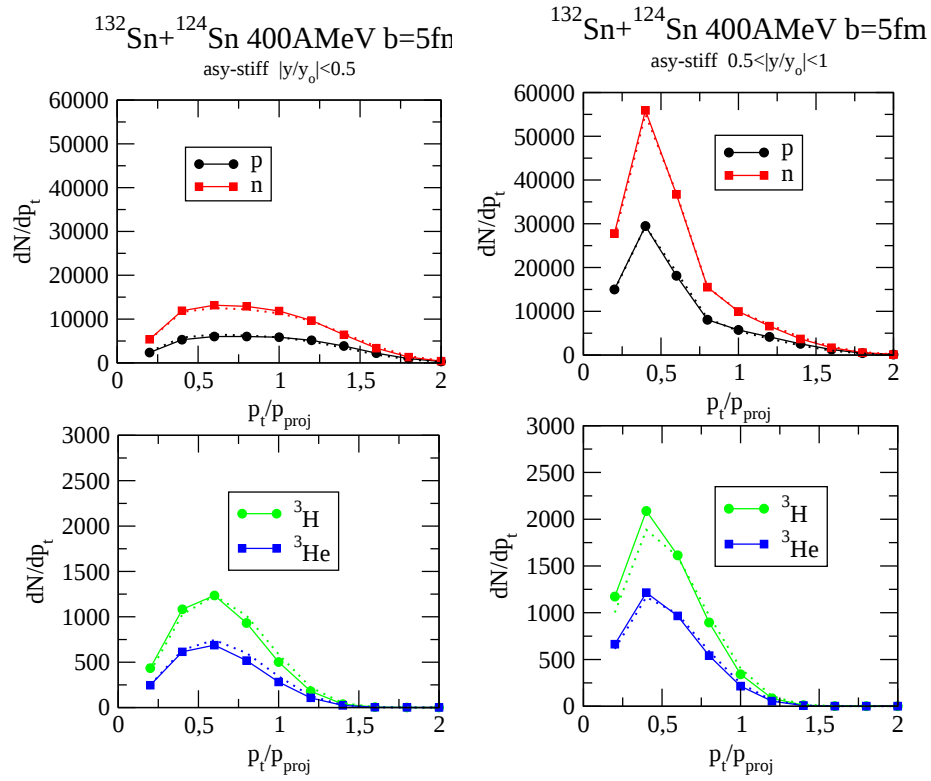


Figura 5.12: dN/dp_t per due tagli in rapidità per una asy-stiff EOS, legenda come in figura 5.9.

ridotta, per $b/b_{max} = 0.4$, del numero di nucleoni totali e che andrebbe a trovarsi a piccole rapidità nel dN/dY . È dunque in questa zona che si ci

mette ad osservare il piano azimutale, e le particelle uscenti ortogonalmente.

Se si riducesse il parametro d'urto fino a $b/b_{max} = 0.1$, il lack di particelle si andrebbe a riempire (vedere figura 5.10). Ad urti semicentrali infatti la dinamica cessa di essere del tipo “partecipante-spettatore” e non si osservano i due picchi corrispondenti alla targhetta ed al bersaglio.

Da notare anche il fatto che le curve di stopping power del sistema $Sn-Sn$ non sono simmetriche rispetto la rapidità. Questo é dovuto all’aver scelto un sistema di nuclei collidenti non uguali e tale asimmetria si rivedrá anche nei flussi collettivi. Nel caso di un sistema simmetrico come $^{197}Au + ^{197}Au$ sia le curve di emissione di particelle che i flussi risulteranno simmetrici (figura 5.11).

Poiché nell’analisi dei flussi si fará uno studio in funzione dell’impulso trasverso, sarebbe utile vedere il dN/dp_t con delle opportune selezioni in rapidità. In figura 5.12 si sono selezionati i tagli per rapidità basse $|Y/Y_0| < 0.5$ ed alte $0.5 < |Y/Y_0| < 1$ per il sistema $Sn-Sn$. Oltre l’andamento uguale per entrambi gli splitting delle masse, si nota che trizio ed 3He sono nettamente meno emessi rispetto i nucleoni, e che selezionando in rapidità alta (ovvero simile a quella del proiettile) si ha un picco maggiore di emissione per impulsi trasversi dell’ordine di $0.4p_t/p_{proj}$. Il picco di emissione a basse rapidità invece é più soffice e ha il suo centro per i nucleoni a $0.75p_t/p_{proj}$.

5.4 Risultati sul piano di reazione

Nel piano di reazione si controlla l’andamento del flusso trasverso e di $\langle p_x \rangle$.

Giá si era mostrato l’andamento, per il sistema $Sn-Sn$ semiperiferico, del flusso nel piano di reazione per vari frammenti come nucleoni e clusters leggeri. Il flusso “in-plane” $\langle p_x \rangle$ mostra chiari segni di una dinamica di tipo repulsivo presentando l’andamento ad “S” (come in figura 5.13,

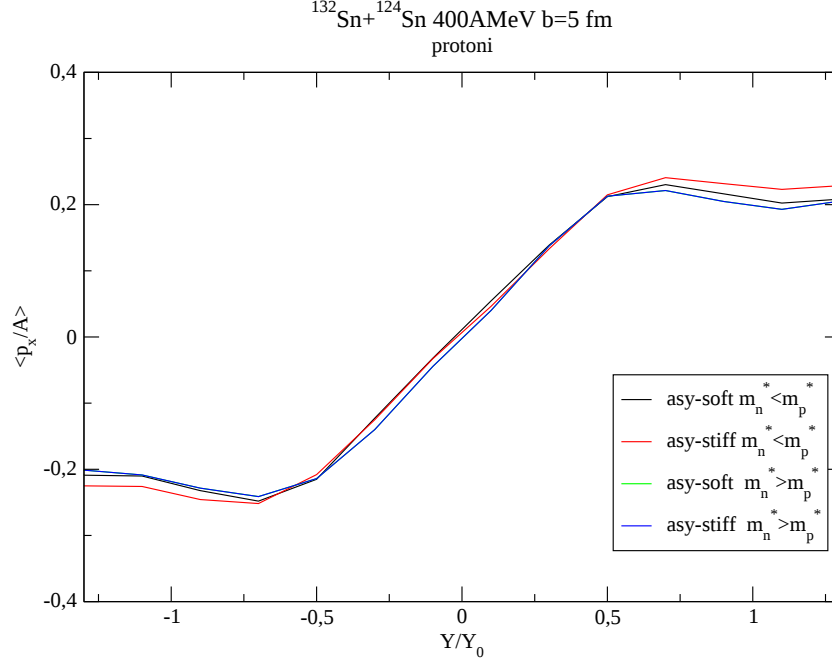


Figura 5.13: Flusso in-plane per i protoni a diverse scelte di splitting delle masse ed EOS

graficato solo per i protoni) e non viene influenzato da diverse scelte di EOS o splitting delle masse. Non ci sono differenze nemmeno fra i diversi tipi di frammenti, come visto nel capitolo 4.

É cosí evidente che sul piano di reazione, le influenze del termine di simmetria dell'equazione di stato non sono assolutamente evidenti. Questo é un effetto dovuto allo “shadowing” dei nucleoni “spettatori”, i quali impediscono alle particelle della zona di overlap di essere emesse sul piano conservando le loro informazioni originarie. Analogamente anche il flusso trasverso V_1 in funzione della rapiditá per il sistema $Sn-Sn$ ad urti semiperiferici risulta lo stesso per protoni e neutroni per qualsiasi scelta di EOS e splitting sulle masse (vedi figura 5.14). Le differenze piú accentuate dalla figura 5.14 sono ad alte rapiditá. Andando ad effettuare un'analisi sull'impulso trasverso differenziale e scegliendo l'intervallo in

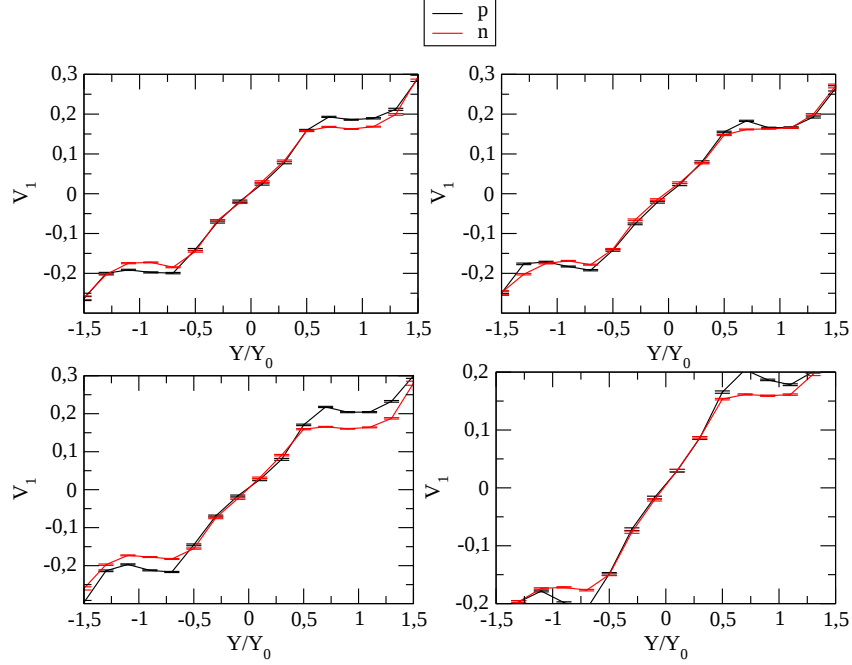


Figura 5.14: Flusso trasverso per diverse EOS e splitting delle masse per protoni e neutroni. Le curve sulla sinistra sono Asy-Stiff, quelle sulla destra Asy-Soft; in alto si ha lo splitting $m_n^* > m_p^*$, in basso $m_n^* < m_p^*$

rapidità $0.5 < |Y/Y_0| < 1$, si trova il risultato in figura 5.15.

Per piccoli intervalli di rapidità ed alti impulsi trasversi, si guarda il flusso delle particelle che sono le “candidate” ad uscire ortogonalmente al piano di reazione xz e qui l’andamento di V_1^{p-n} si mantiene sempre fluttuante attorno a zero, per tutte le possibili scelte di equazione di stato o splitting delle masse. Anche l’andamento dello “slope” in figura 5.14 non subisce rilevanti modifiche, solo nel caso asy-soft a massa del neutrone minore la pendenza aumenta leggermente. Questo ci dice che protoni e neutroni vengono deflessi sul piano di reazione allo stesso modo, non ci sono effetti di simmetria che predominano. Ampliando il range di rapidità invece, il flusso differenziale si mantiene sempre più negativo per la scelta in massa efficace $m_n^* > m_p^*$, sia per la scelta di EOS asy-soft, che per l’asy-stiff (ve-

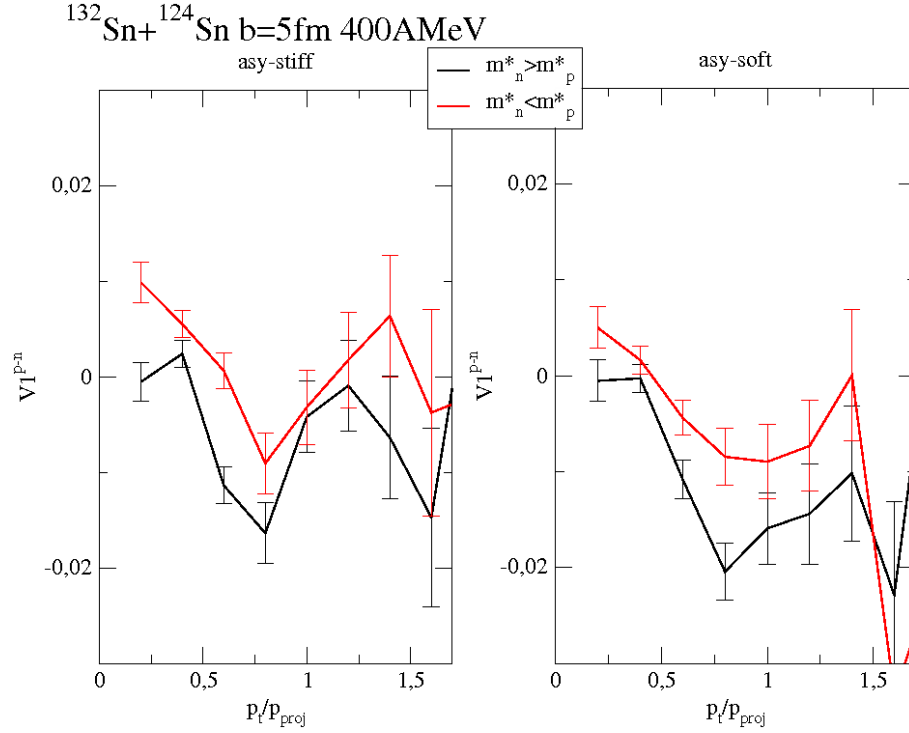


Figura 5.15: Flusso trasverso differenziale V_1^{p-n} in funzione di p_t/p_{proj} per taglio $0.5 < |Y/Y_0| < 1$.

dere figura 5.15). Questo significa una maggiore deflessione per i protoni che sentono una maggiore repulsione e vengono espulsi maggiormente sul piano di reazione. Da notare tuttavia che il porsi a rapidità circa quelle del proiettile, porta a guardare anche i nucleoni spettatori che proseguono indeflessi sull'asse $\vec{z}$.

É a questo punto interessante osservare quello che avviene sul piano azimutale.

5.5 Risultati sul piano azimutale: Flussi ellittici

Per urti semiperiferici, ove cioè vale all'incirca $b/b_{max} = 0.5$, il meccanismo di reazione ad alte energie é del tipo partecipante-spettatore, ed é ipotizzabile che le particelle dei “partecipanti”, escano ortogonalmente

al piano di reazione portando informazioni delle zone ad alta densità. La speranza sarebbe quella di osservare una differenza nei flussi “out-of-plane” tra protoni e neutroni. Allo stesso modo sarebbe interessante poter osservare eguali comportamenti per trizio ed ${}^3\text{He}$; tuttavia pesa il più basso numero di ioni leggeri prodotti rispetto ai nucleoni come messo in evidenza dalle figure 5.9 e 5.11. Sarà necessaria un’analisi nel dettaglio per le varie parametrizzazioni delle masse. Tenendo presente il comportamento del potenziale di simmetria per protoni e neutroni al variare della densità (graficato in figura 3.3) ed il comportamento del potenziale in funzione dell’impulso per i diversi splitting (figura 3.6) si osservano i dati sui flussi per diverse configurazioni iniziali.

Si analizzano intanto i dati sul sistema asimmetrico Sn-Sn per urti semiperiferici $b/b_{\text{max}} = 0.4$ ed energie di 400A MeV . In figure 5.16 e 5.17 (e corrispettivamente in 5.18 e 5.19), si mantiene lo stesso splitting delle masse cambiando solo la EOS.

Il flusso ellittico indica un $\langle \cos(2\phi) \rangle$ del flusso di particelle; quando questo è negativo l’angolo azimutale medio ϕ è compreso tra : $\pi/4 + k\pi < \langle \phi \rangle < 3\pi/4 + k\pi$ con k intero. Ciò significa che un V_2 molto negativo equivale a particelle che escono fuori quasi ortogonalmente al piano di reazione. Tra le possibili combinazioni di splitting delle masse ed equazioni di stato, la scelta asy-stiff con $m_n^* < m_p^*$ è in assoluto quella per cui si ci aspetterebbe ad alte densità ed impulsi trasversi, di trovare la maggiore repulsività dei neutroni. La scelta asy-stiff $m_n^* < m_p^*$ viene riportata in figura 5.18. Il flusso ellittico dei neutroni è nettamente più negativo di quello dei protoni, segno di una loro maggiore espulsione ortogonale al piano di reazione. L’altra scelta asy-stiff in figura 5.16 presenta lo stesso andamento, ma una differenza meno accentuata rispetto lo splitting inverso. Questo perché pur essendo ancora dominante l’effetto repulsivo della EOS asy-stiff, il termine della massa efficace fa sentire molto il

$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ 400A MeV $b=5\text{fm}$ asy-stiff EOS $m_n^* > m_p^*$
freeze out time 48 fm/c ; $-0.5 < y/y_0 < 0.5$

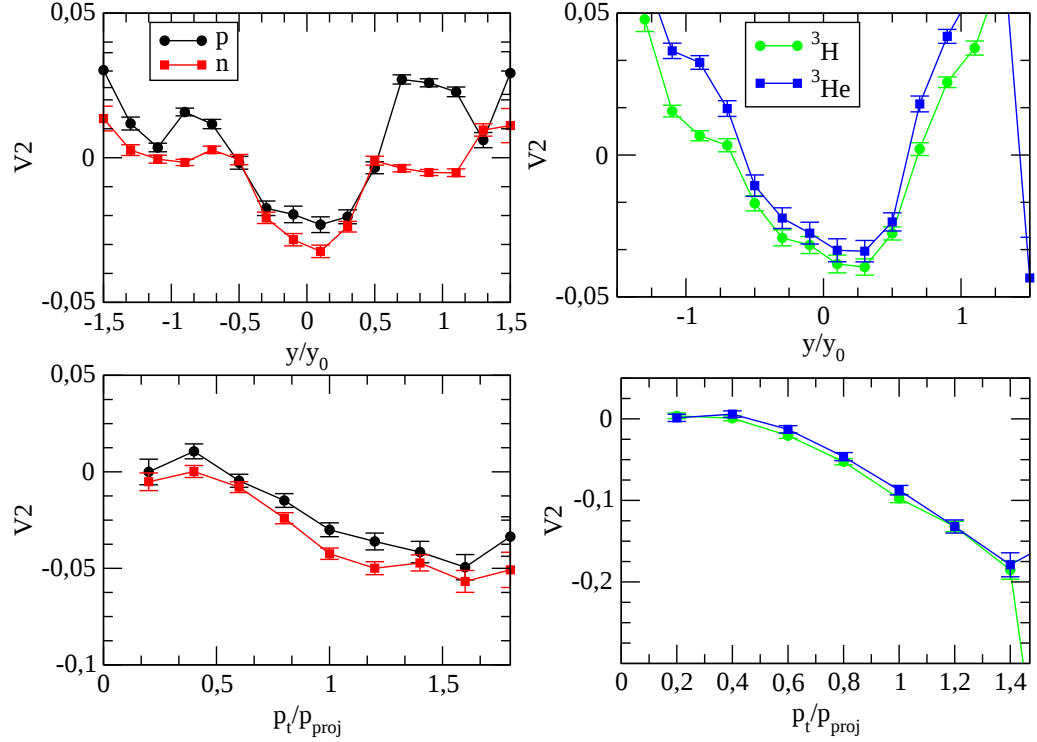


Figura 5.16: Flusso ellittico V_2 in funzione della rapidità (grafici alti) e di p_t/p_{proj} per tagli in rapidità $|Y/Y_0| < 0.5$ (grafici bassi). Le scale sono uguali tra i grafici in alto a destra (flussi di protoni e neutroni) ed in alto a sinistra (flussi di trizio ed ^3He).

suo peso. La scelta asy-soft invece presenta un effetto meno repulsivo per i neutroni ad alti impulsi trasversi. Questo é effettivamente trovato in figura 5.19, ma il termine di massa comanda in quanto si verifica un cambio tra le curve dei protoni e dei neutroni quando si va a splitting opposti.

Per quanto riguarda i flussi ellittici in funzione dell'impulso trasverso, sono graficati in tutti e quattro i sistemi per tagli in rapidità bassa $|Y/Y_0| < 0.5$. Questi grafici danno un'informazione aggiuntiva in quanto selezionano proprio il piano azimutale; gli andamenti seguono comunque quelli del V_2 in funzione della rapidità.

$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ 400A MeV $b=5\text{fm}$ asy-soft EOS $m_n^* > m_p^*$
freeze out time 48 fm/c ; $-0.5 < y/y_0 < 0.5$

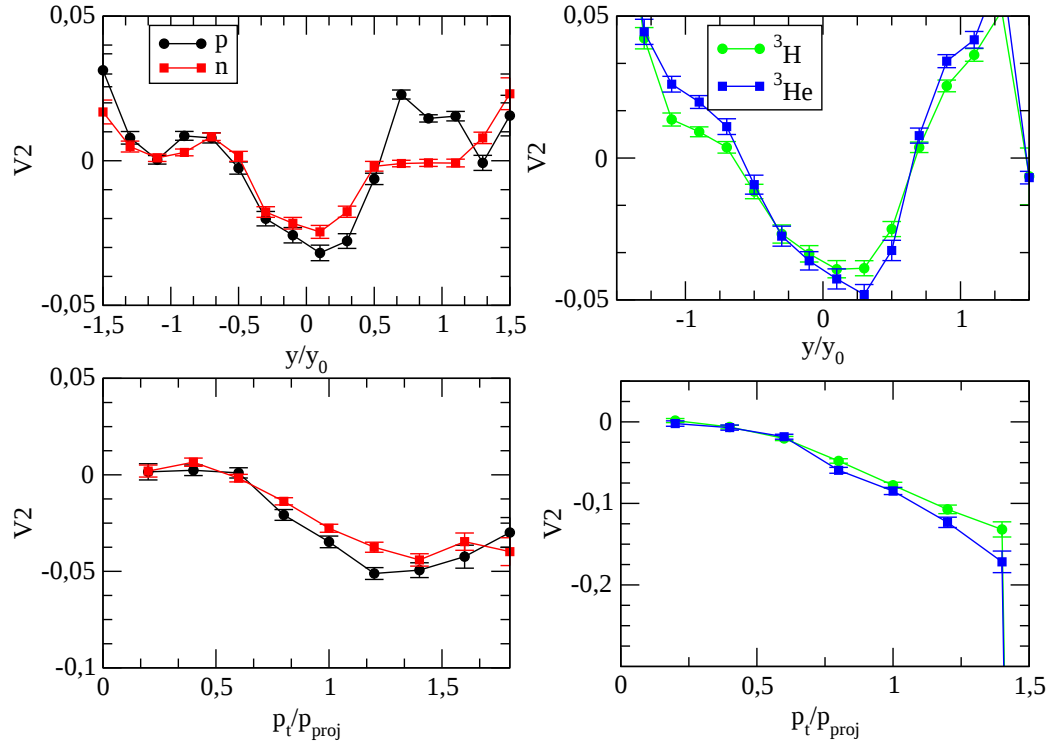


Figura 5.17: Legenda come in figura 5.16

Nella zona di compressione, che si va a guardare con tagli bassi in rapidità ed alti p_t , concorrono più processi alla formazione dei flussi. Tra questi vi sarà la pressione cinetica originata dalle collisioni, la repulsione di campo medio propria delle alte densità e anche effetti di compressione della “skin” neutronica di cui sono dotati ioni pesanti e radioattivi come quelli qui trattati, i quali portano all’espulsione di altri neutroni. Per il comportamento del V_2 in funzione di p_t per i clusters leggeri, non si evidenziano mai differenze significative.

Le curve di V_2 per trizio ed ^3He sembrano avere un andamento leggermente diverso solo in funzione della rapidità, ma senza prendere in considerazione l’errore su ciascun punto.

In figura 5.20 vi sono invece i flussi differenziali per protoni meno

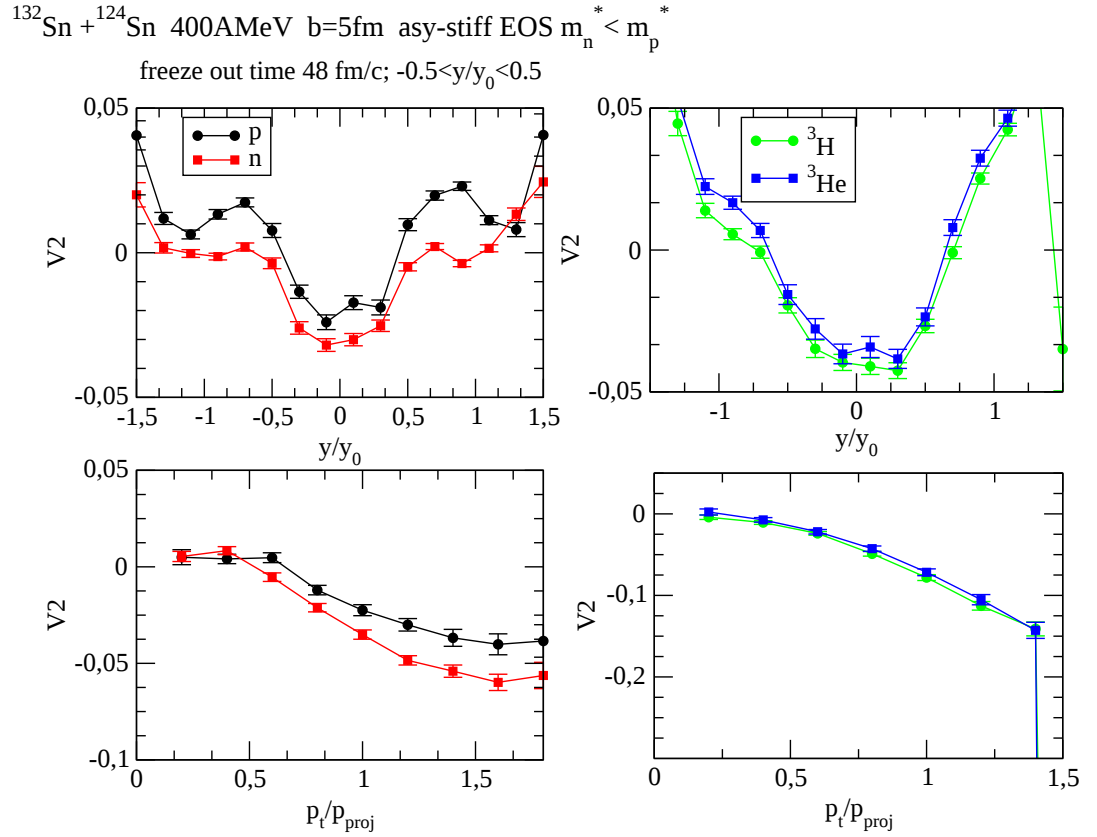


Figura 5.18: Legenda come in figura 5.16

neutroni con diversi tagli in rapidità.

I grafici per $|Y/Y_0| < 0.5$ mostrano che per le asy-soft le parametrizzazioni a massa del neutrone più bassa, danno un andamento meno positivo rispetto la scelta asy-stiff, in cui V_2^{p-n} si mantiene sempre positivo. La maggiore differenza tra i due splitting si mostra però in asy-soft in cui, ad alti impulsi trasversi V_2^{p-n} è negativo per la scelta a massa del neutrone maggiore, mentre l'inversa si mantiene positiva. Allora la scelta asy-soft $m_n^* > m_p^*$ è la più repulsiva per i protoni.

Gli andamenti dei flussi per i nucleoni ottenuti dai tagli in densità (curve azzurre per i protoni e rosa per i neutroni) seguono sempre l'andamento dei nucleoni ottenuti con la clusterizzazione. Questa è un'ulteriore verifica della bontà del programma di analisi.

$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ 400A MeV $b=5\text{fm}$ asy-soft EOS $m_n^* < m_p^*$
freeze out time 48 fm/c ; $-0.5 < y/y_0 < 0.5$

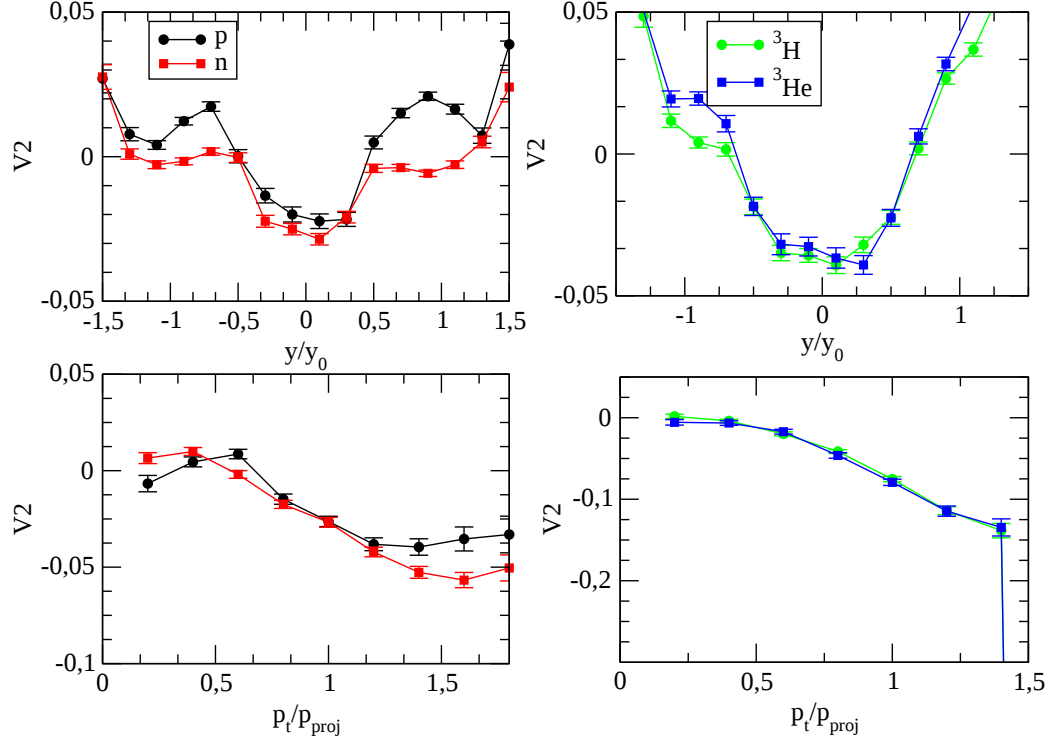


Figura 5.19: Legenda come in figura 5.16

A range di rapidità tra 0.5 ed 1 compare uno strano picco in figura 5.20.

Focalizzando su tale range allora, si guardino i flussi ellittici per protoni e neutroni in figura 5.21, e per trizio ed ^3He in figura 5.22. Risulta presente un picco ad impulsi trasversi di $0.6 \div 0.7 p_{t\text{proj}}$ per entrambi i grafici e gli andamenti dei flussi sembrano prescindere da particolari scelte di splitting delle masse o equazioni di stato. Questo può essere allora un effetto dovuto al coulombiano. In pratica quei picchi sarebbero nucleoni appartenenti alla parte “spettatrice” della reazione, visto che il range di rapidità è vicino a Y_0 e l’impulso trasverso del picco è circa pari a $p_{t\text{proj}}$. Passando alla scelta di un sistema simmetrico come $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ semiperiferico si ottengono dei flussi ellittici senza asimmetrie tra rapidità positive e negative come avveniva per il sistema precedente.

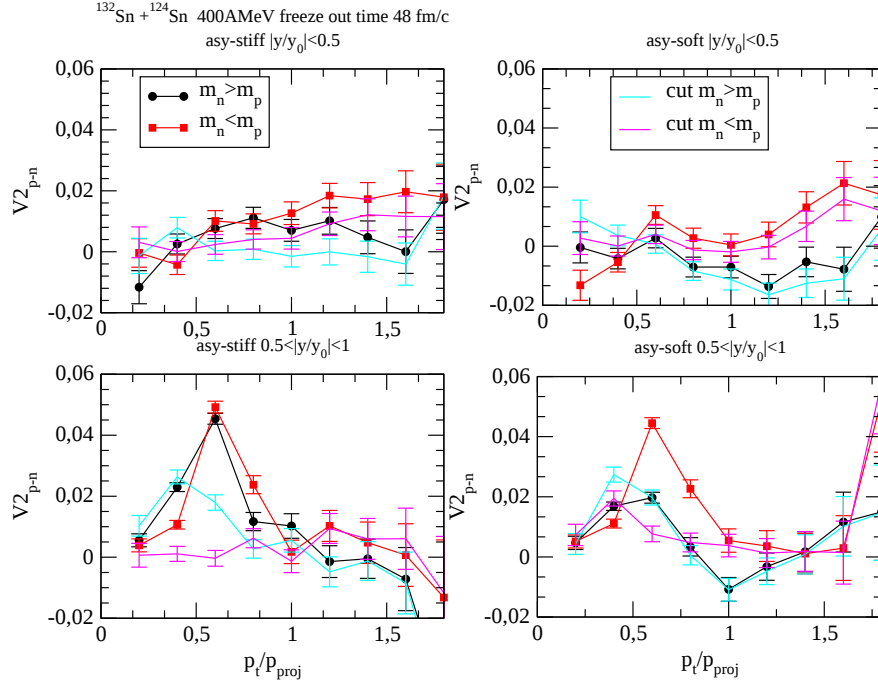


Figura 5.20: V_2^{p-n} su p_t/p_{proj} per i dati con clusterizzazione (nero e rosso) e con taglio in densità (corrispondentemente azzurro e rosa). I grafici a sinistra sono asy-stiff, quelli di destra asy-soft. In alto si taglia in rapidità per $|Y/Y_0| < 0.5$; in basso per $0.5 < |Y/Y_0| < 1$

Nel caso asy-stiff a massa efficace del neutrone maggiore, si vede in figura 5.23 che la differenza tra neutroni e protoni sparisce totalmente a basse rapidità. Ciò significa (anche tenendo presente il V_2 in funzione dell'impulso trasverso) che gli effetti della stiffness della EOS, la quale porterebbe una maggiore espulsione ortogonale di neutroni, e lo splitting che rende i protoni più leggeri e tenderebbe a farli scappare, si bilanciano rendendo le emissioni di squeeze-out indipendenti dalla specie nucleonica.

Cambiando lo splitting delle masse invece, l'effetto evidenziato dal sistema $Sn-Sn$ in figura 5.18, viene ad accentuarsi ulteriormente (figura 5.24) con un V_2 fortemente negativo per i neutroni.

Il flusso differenziale è graficato in figura 5.25. L'andamento è simile al corrispettivo flusso differenziale per il sistema $Sn-Sn$ ma la differenza tra gli splitting sembra ancora più pronunciata.

$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ 400 A MeV freeze out time 48 fm/c ; $0.5 < |y/y_0| < 1$

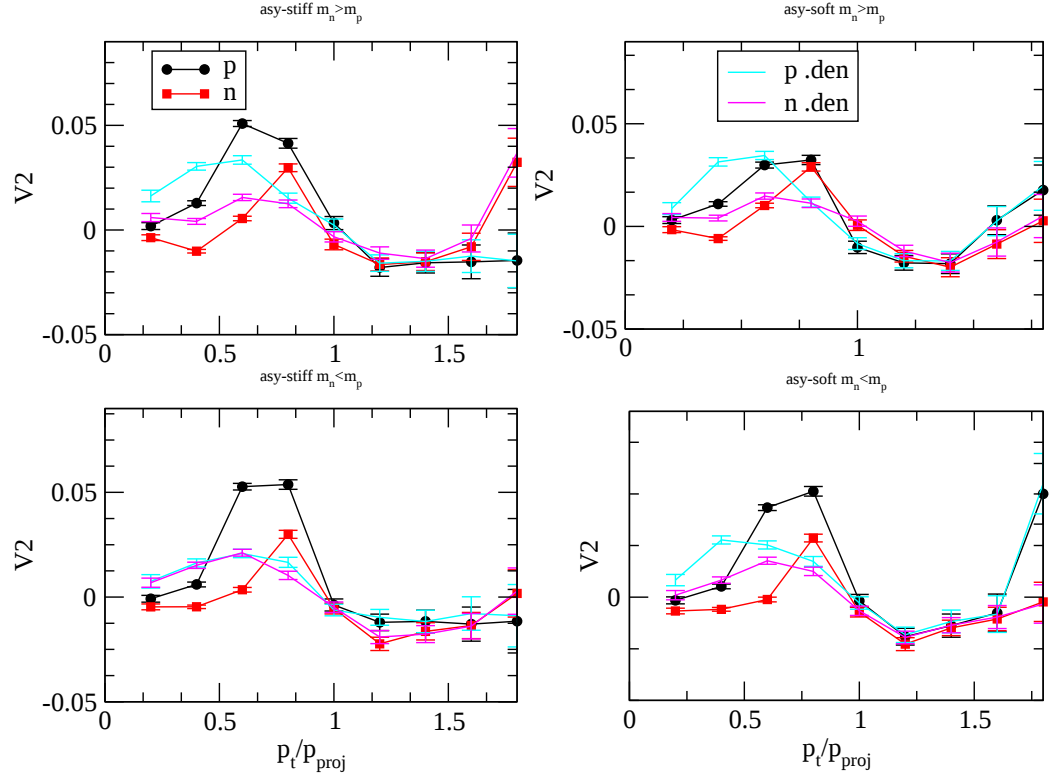


Figura 5.21: V_2 per protoni (nero/azzurro) e neutroni (rosso/rosa) su p_t/p_{proj} per $0.5 < |Y/Y_0| < 1$

Anche in questo caso compare l'effetto coulombiano degli spettatori ad alti range di rapidità e vi é un sostanziale accordo con le curve ottenute con il cut sulla densità.

Nel sistema $Au-Au$ é interessante andare a controllare anche i flussi ellittici differenziali per i clusters leggeri.

Già in figura 5.24, si notava a basse rapidità, un flusso leggermente più negativo per i trizi. Il taglio in rapidità usato per il calcolo in funzione di p_t , potrebbe non mettere abbastanza in rilievo la differenza tra i due clusters.

Si effettua allora un'analisi con un cut più stretto, in particolare con $|Y/Y_0| < 0.3$ e si riportano i risultati in figura 5.26 e i flussi differenziali

$^{132}\text{Sn} + ^{124}\text{Sn}$ 400 A MeV freeze out time 48 fm/c ; $0.5 < |y/y_0| < 1$

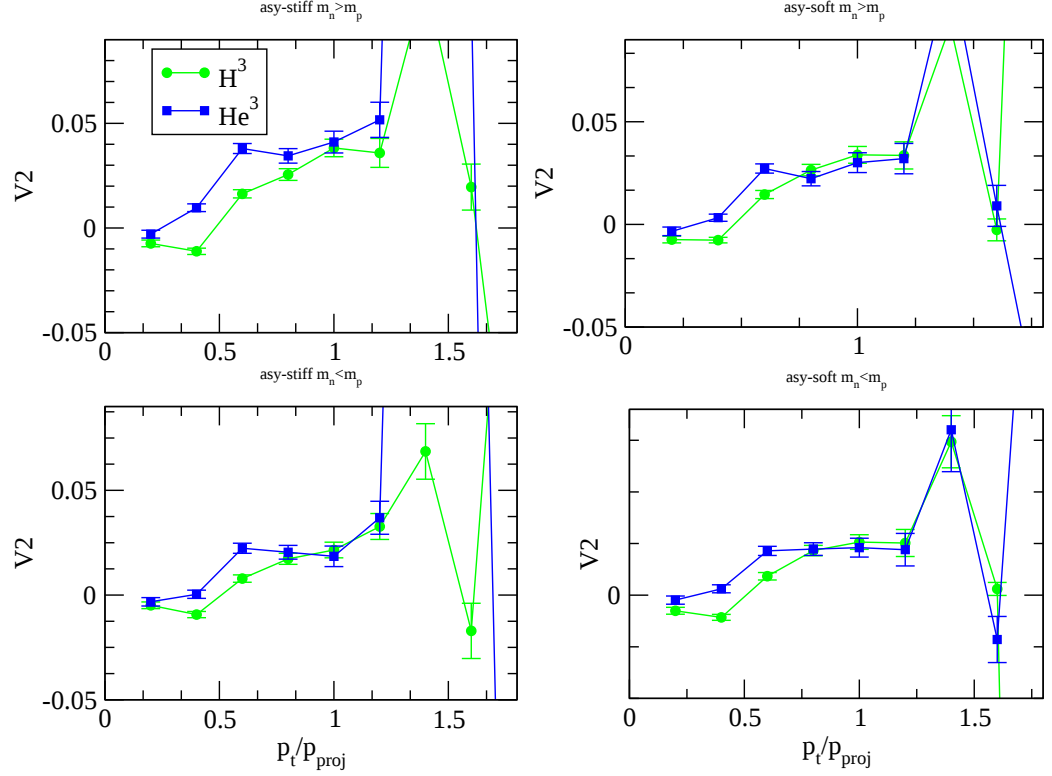


Figura 5.22: V_2 per ^3H (verde) e ^3He (blu) su p_t/p_{proj} per $0.5 < |Y/Y_0| < 1$

V_2^{p-n} e $V_2^{trizio-elio}$ in figura 5.27.

L'effetto dei due flussi differenziali in figura 5.27 risulta consistente con l'andamento degli splitting. Per i clusters ha senso guardare non oltre il valore di $1.5p_{proj}$; dopo la statistica troppo bassa fa crescere moltissimo l'errore sui punti. La curva a massa efficace del neutrone maggiore, passa da positiva, nel caso di V_2^{p-n} , a negativa per $V_2^{trizio-elio}$. I due comportamenti sono analoghi perché nel caso dei clusters si prende la differenza tra l'elemento con più neutroni (il trizio) e quello con più protoni (^3He). Lo splitting a massa del neutrone maggiore invece è più oscillante attorno lo zero sia per V_2^{p-n} , con un andamento leggermente più positivo, segno di un effetto più "incollante" per i neutroni, che per $V_2^{trizio-elio}$, con un leggero andamento negativo per quanto detto precedentemente sulla

$^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ 400 A MeV $b=7\text{fm}$ asy-stiff EOS $m_n^* > m_p^*$
freeze out time 48 fm/c; $-0.5 < y/y_0 < 0.5$

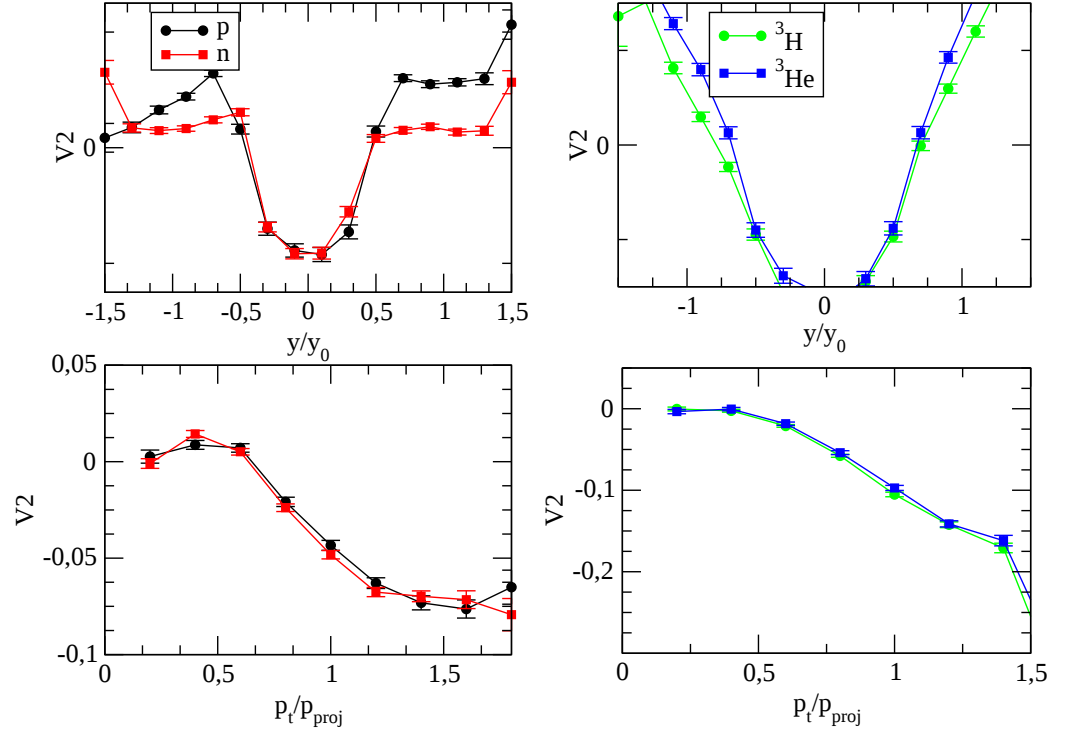


Figura 5.23: Legenda come in figura 5.16

scelta della differenza tra i clusters.

$^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ 400 A MeV $b=7\text{fm}$ asy-stiff EOS $m_n^* < m_p^*$
freeze out time 48 fm/c; $-0.5 < y/y_0 < 0.5$

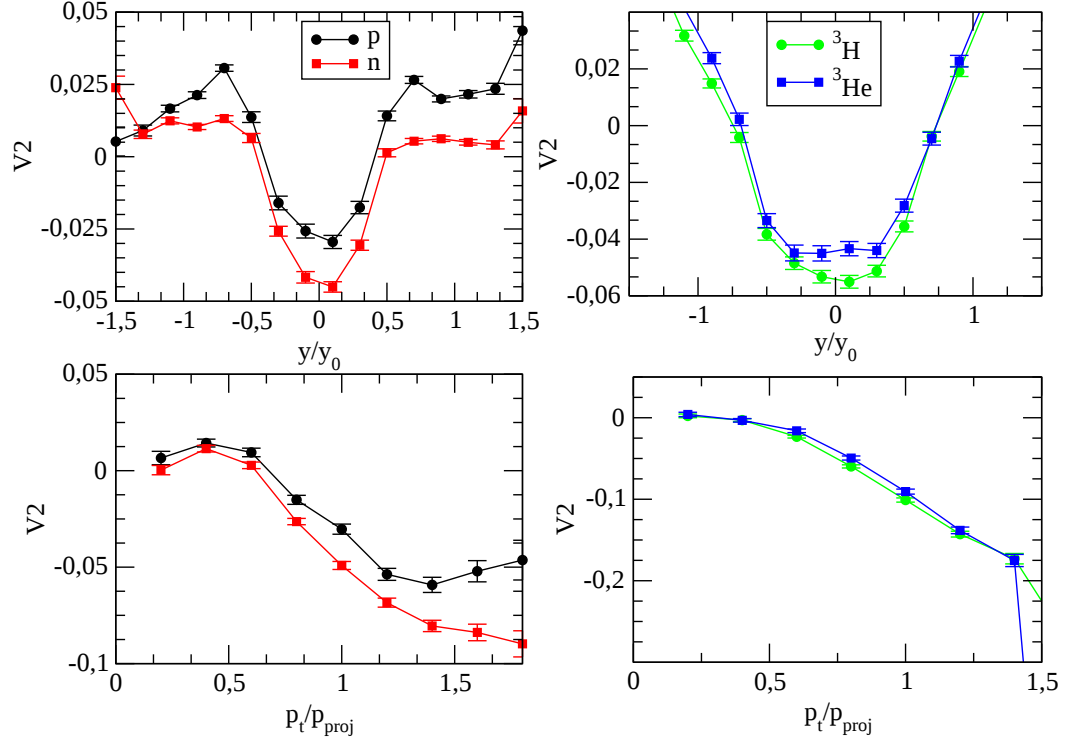


Figura 5.24: Legenda come in figura 5.16

5.6 Risultati sui rapporti di particelle emesse

Sia per urti centrali che per quelli semiperiferici, assumono una grande importanza i rapporti di particelle emesse. Si sono fatte due analisi di questo tipo andando sia a guardare nell'intero spettro in rapidità le particelle in funzione della loro energia, che limitando il range di rapidità a piccoli valori ($|Y/Y_0| < 0.3$ o $|Y/Y_0| < 0.5$) e guardando i rapporti in funzione dell'impulso trasverso normalizzato ai valori del proiettile.

Anche in questo caso, oltre al rapporto neutroni su protoni, si è voluto guardare il rapporto di clusters leggeri come trizio su ^3He . I rapporti di

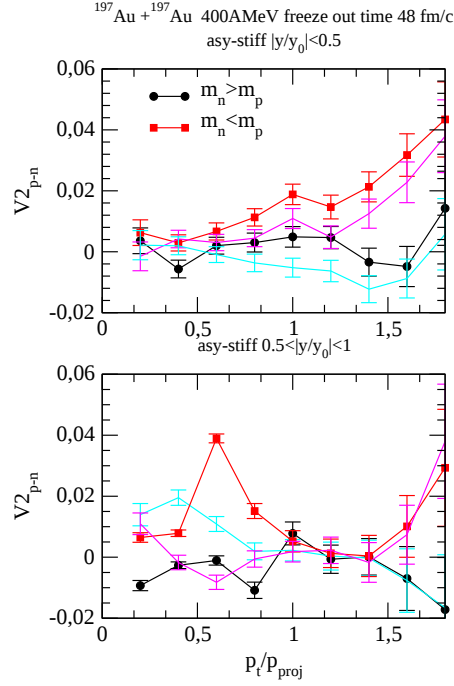


Figura 5.25: Sistema $Au-Au$; flusso differenziale V_2^{p-n} in funzione di p_t/p_{proj} per tagli in rapidità $|Y/Y_0| < 0.5$ e $0.5 < |Y/Y_0| < 1$ per diversi splitting. Le curve azzurre e rosa corrispondono al taglio in densità (vedi legenda in figura 5.20)

particelle in funzione della loro energia totale per nucleone sono graficati in figure 5.28.

Gli andamenti sembrano non dipendere affatto dalla scelta di equazione di stato, ma moltissimo dalla scelta di splitting delle masse. Le curve rosse a splitting $m_n^* < m_p^*$ seguono un andamento quasi costante che si assesta intorno a $n/p = 2$ e per i clusters ${}^3H/{}^3He = 1.6$. Entrambi i rapporti di particelle per splitting opposti si “incrociano” in un punto ad energia intorno ai 100 MeV . Per alte energie quindi l’andamento risulterà essere ad una più alta emissione di neutroni a $m_n^* < m_p^*$.

La scelta di splitting opposto ha un andamento nettamente più decrescente e porta ad una diminuzione del numero di neutroni emessi in modo lineare all’energia.

A basse energie le curve sono invertite perché il comportamento del

$^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ 400 A MeV $b=7\text{fm}$ asy-stiff EOS
freeze out time 48 fm/c; $-0.3 < y/y_0 < 0.3$

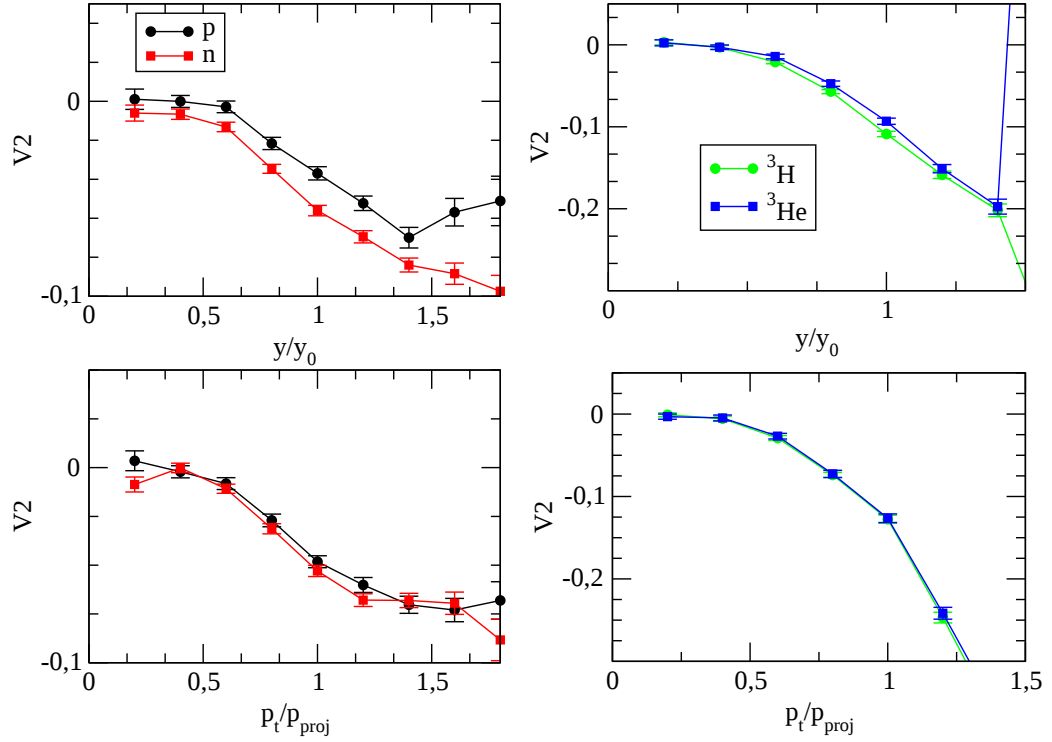


Figura 5.26: Sistema $Au-Au$; flusso V_2 in funzione di p_t/p_{proj} per tagli in rapidità $|Y/Y_0| < 0.3$ diversi splitting $m_n^* > m_p^*$ (grafici bassi) ed $m_n^* < m_p^*$ (grafici alti).

potenziale dipendente dall'impulso presenta anch'esso una inversione per i due splitting delle masse intorno l'impulso di Fermi.

In figura 3.6, il comportamento viene però graficato per un impulso di Fermi nella materia a densità normale. Durante la collisione si vede che le densità arrivano anche a $1.6\rho_0$ (vedi figura 5.7); é quindi importante tenerne conto per capire a che valore di impulso i potenziali dei due splitting diventano uguali.

Vediamo come scala l'impulso di Fermi con la densità. In ogni celletta dello spazio delle fasi di volume h^3 possono stare per il principio di Pauli al massimo due protoni e due neutroni a spin opposti. Allora il volume

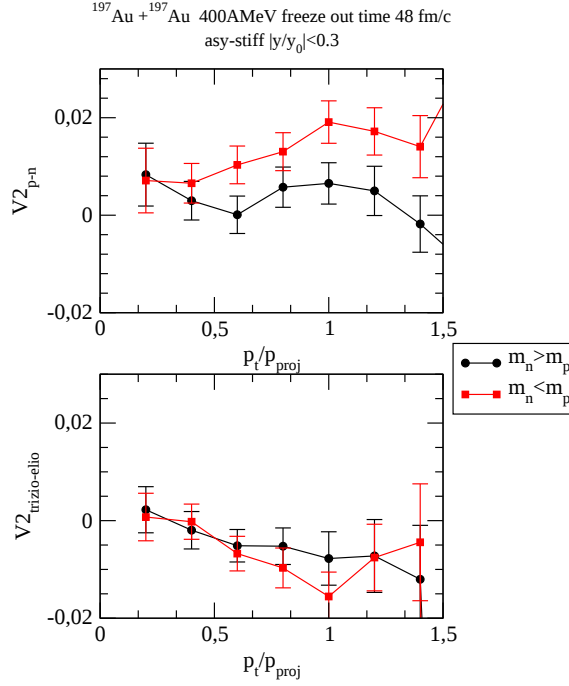


Figura 5.27: Sistema $Au-Au$; flusso differenziale V_2 in funzione di p_t/p_{proj} per tagli in rapidità $|Y/Y_0| < 0.3$ per protoni-neutroni (grafico in alto) e trizio- 3He (grafico in basso).

nello spazio delle fasi é uguale a :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \frac{4}{3}\pi p_F^3 = \frac{h^3}{4} A$$

e poiché vale $\varrho = A/(\frac{4\pi R^3}{3})$, segue

$$p_F(\varrho) = h \left(\frac{3}{16\pi} \right)^{1/3} \varrho^{1/3} \quad (5.2)$$

Nel sistema $Sn-Sn$ a $b/b_{max} = 0.4$ le densità raggiunte (vedere figura 5.7) toccano il valore di $1.7\varrho_0$. Per la (5.2) l'impulso di Fermi sfiora i $320 MeV/c$, il punto di intersezione dovrebbe trovarsi attorno al valore di $p_t/p_{proj} = 0.75$. Un'analisi sui rapporti di particelle in funzione di p_t é stata fatta nelle figure 5.29 e 5.30 (solo grafici alti) e l'inversione si assesta intorno al valore di $p_t/p_{proj} = 1.1$ per tagli in rapidità $|Y/Y_0| < 0.5$ volti ad osservare la zona ad alta densità. Il punto di inversione resta

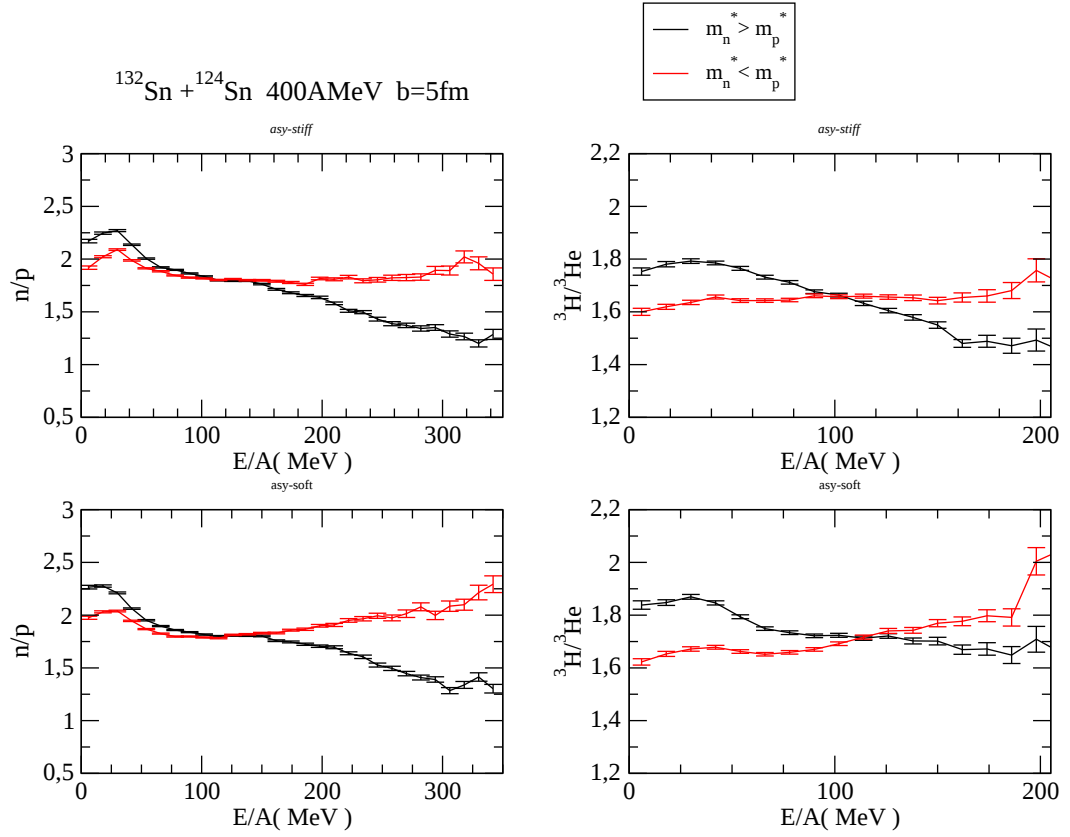


Figura 5.28: Rapporti di particelle (n/p a sinistra ed ${}^3H/{}^3He$ a destra) per urti periferici del sistema asimmetrico $Sn-Sn$ asy-stiff EOS, in funzione dell'energia totale per nucleone e senza taglio in rapidità. Le curve nere sono per lo splitting $m_n^* > m_p^*$, quelle rosse per $m_n^* < m_p^*$. I grafici in alto sono asy-stiff EOS, quelli in basso asy-soft EOS

attorno a questo valore anche cambiando la centralità di reazione, come é osservabile dai grafici posti in alto delle figure 5.31 (asy-stiff) e 5.32 (asy-soft). Tuttavia la maggiore centralità porta anche maggiori densità raggiunte e per un tempo maggiore (vedere figura 5.8), questo per la (5.2) implica una salita dell'impulso di Fermi. Ponendo l'attenzione su tagli a rapidità maggiore $0.5 < |Y/Y_0| < 1$ invece, l'inversione delle curve si stabilisce proprio attorno a $p_t/p_{proj} = 0.75$. I rapporti di particelle ad alti impulsi trasversi e basse rapidità sono quelli più interessanti perché sono i candidati ad essere rapporti di particelle emesse dalla regione ad alta densità.

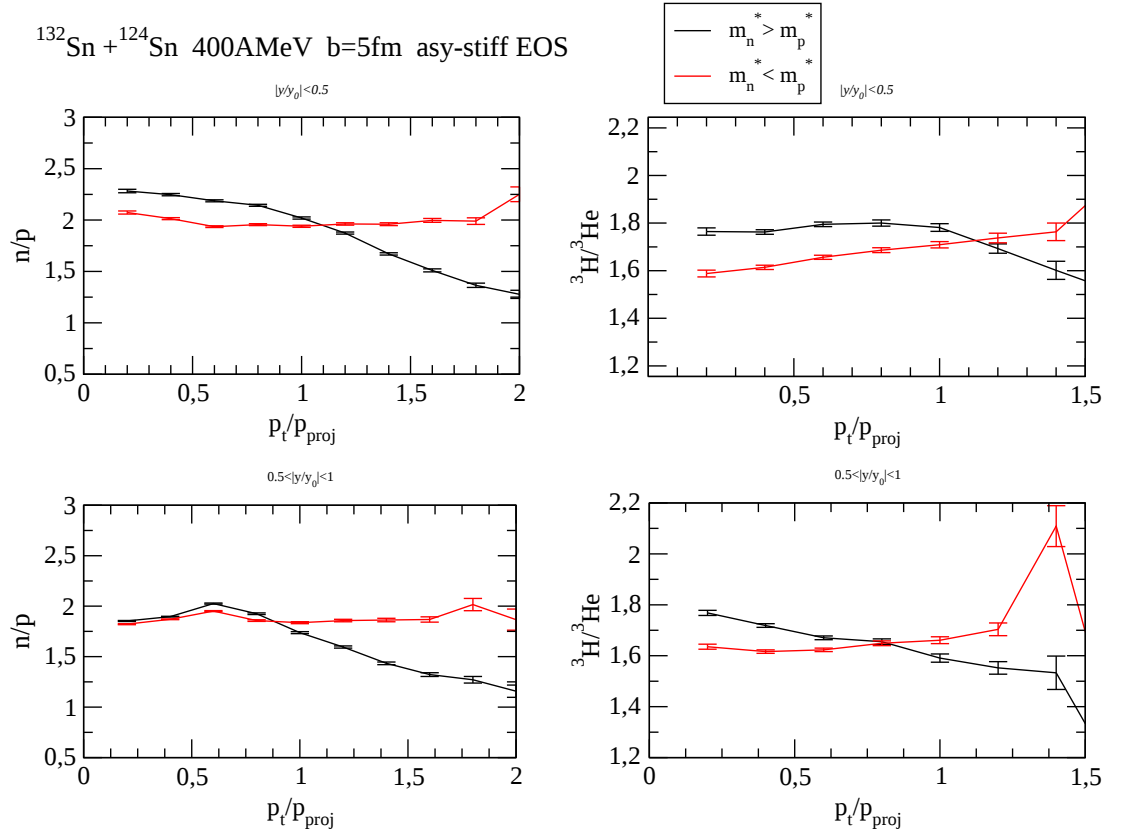


Figura 5.29: Rapporti di particelle per diversi tagli in rapidità per una asy-stiff EOS (in alto la scelta $|Y/Y_0| < 0.5$, in basso $0.5 < |Y/Y_0| < 1$) in funzione di p_t/p_{proj} .

L'effetto sugli splitting delle masse in questi casi é dominante rispetto quello della EOS. Per i rapporti di clusters, il solito problema del basso numero di particelle, non consente di andare oltre i valori di $1.5p_t/p_{\text{proj}}$; l'inversione si vede comunque attorno al rapporto di 1. I tagli in rapidità di $0.5 < |Y/Y_0| < 1$, abbassano il punto di inversione fino ai $0.7p_t/p_{\text{proj}}$; si può dedurre che la zona osservata é in questi casi proveniente da punti a più bassa densità nucleare. Il ragionamento seguito per spiegare il punto di inversione dà un risultato qualitativamente corretto. Sostanzialmente il punto é un pó più alto di dove dovrebbe trovarsi per basse rapidità ed un pó troppo alto per intervalli di Y più alti. C'è da sottolineare tuttavia che la densità in figure 5.7 e seguenti, é stata calcolata mediante l'uso di

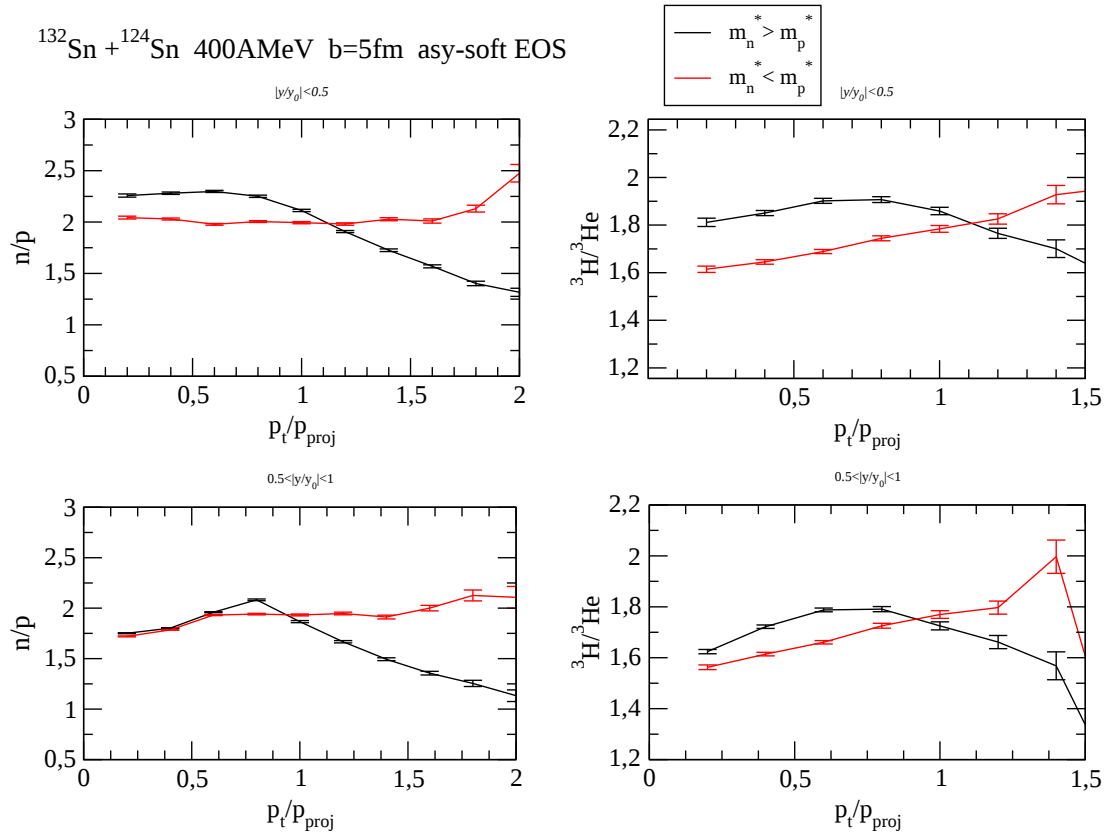


Figura 5.30: Legenda come in figura 5.29 per una scelta di EOS asy-soft.

una celletta statica posta nel centro della box; forse questo procedimento genera una sottostima nel calcolo di ρ .

Se si porta ad 1 il valore del parametro d'urto, la dinamica partecipante-spettatore si perde ed il sistema si frammenta del tutto. I rapporti di particelle, graficati in figure 5.31 e 5.32 sembrano però essere del tutto indipendenti da questo parametro di centralità; il loro confronto con i corrispettivi rapporti ad urti semiperiferici é identico.

5.7 Confronti con dati sperimentali

Al GSI di Darmstadt c'è grande interesse sperimentale per studiare il termine di simmetria dell'equazione di stato in processi di multifram-

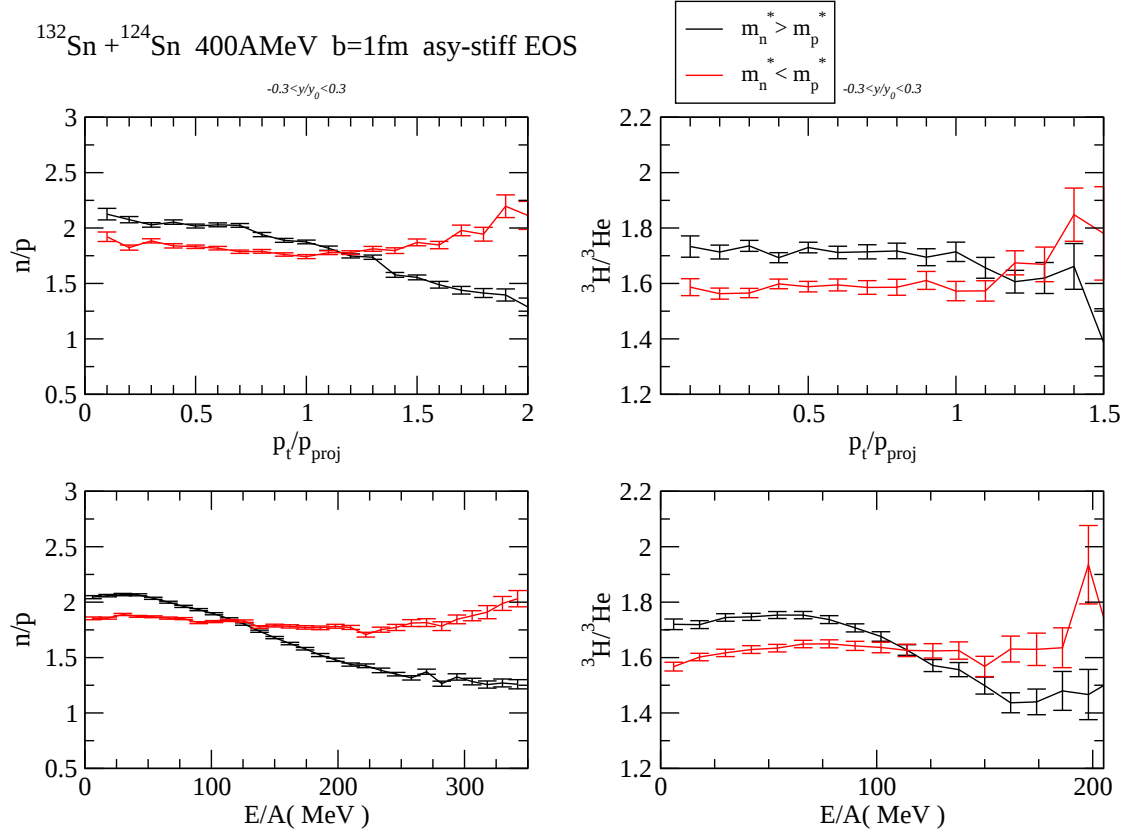


Figura 5.31: Rapporti di particelle per urti centrali per una scelta di EOS asy-stiff. I grafici in alto sono in funzione di p_t con tagli $|Y/Y_0| < 0.3$, quelli in basso invece sono invece senza taglio in rapidità e funzione di E/A .

mentazione di ioni pesanti ad alte energie. Lo spettrometro a tempo di volo LAND é in grado di rivelare i neutroni e gli isotopi dell'idrogeno. Nel codice di clusterizzazione di TWINGO usato nel lavoro di tesi, i deutoni vengono sottostimati, ecco perché non se ne sono mostrati i flussi. Un dato sperimentale sulle collisioni tra ioni pesanti a questa energia é stato fornito dal rivelatore FOPI per urti semiperiferici a 400 AMeV per il sistema $Au-Au$ [18] [19]. Una media di tutti gli isotopi dell'idrogeno (p , ^2H , ^3H) dà un punto sperimentale di V_2 . Il confronto con il flusso per protoni e trizi é in figura 5.33, dove si é scelta la parametrizzazione a massa del neutrone minore perché era quella i cui flussi ellittici assumevano valori più negativi rispetto al caso $m_n^* > m_p^*$. In figura 5.34

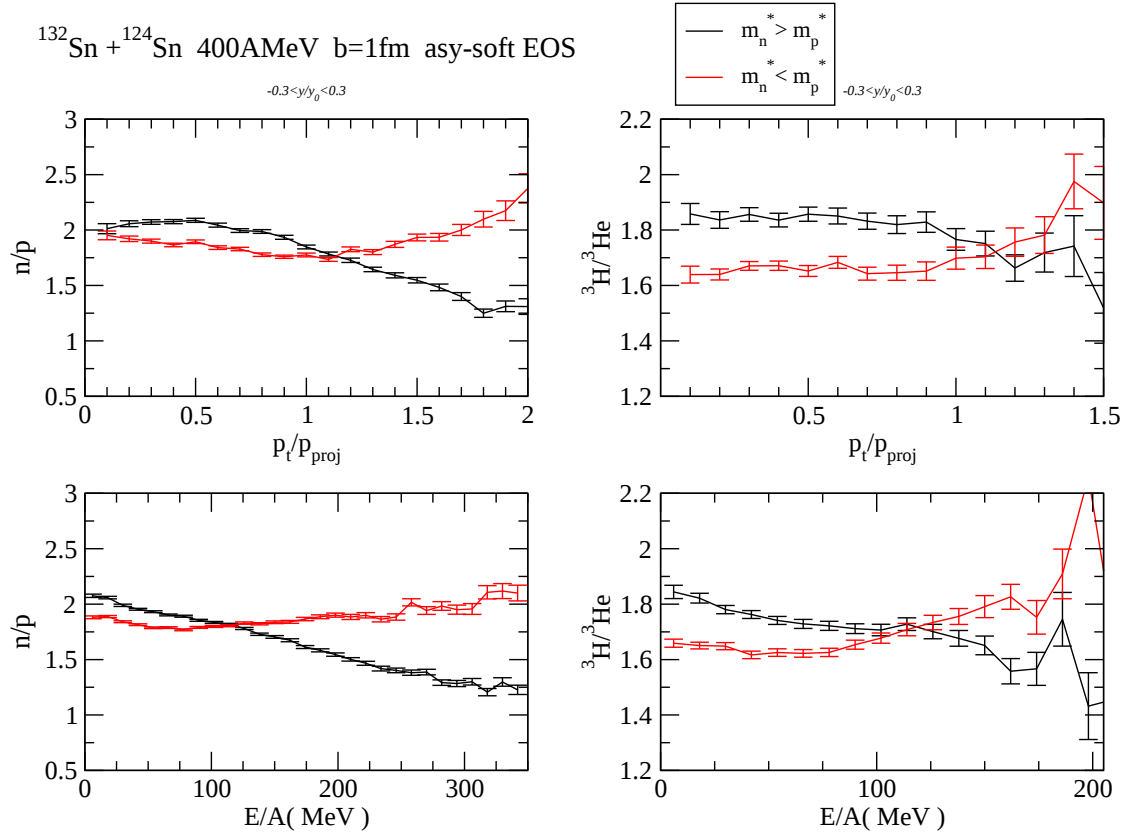


Figura 5.32: Rapporti di particelle per urti centrali per una scelta di EOS asy-soft. I grafici in alto sono in funzione di p_t con tagli $|Y/Y_0| < 0.3$, quelli in basso invece sono senza taglio in rapidità e funzione di E/A .

sono riportati i dati del rivelatore LAND sui neutroni e gli isotopi di idrogeno. In ascisse le rapidità sono graficate nel sistema del laboratorio, per confrontarle con quelle della simulazione nel centro di massa, basta sottrarre $Y_0 = 0.45$. I dati in figura 5.34, così come quelli in figura 5.33, andrebbero rivisti per ottenere un dato definitivo per ogni singolo isotopo dell'idrogeno.

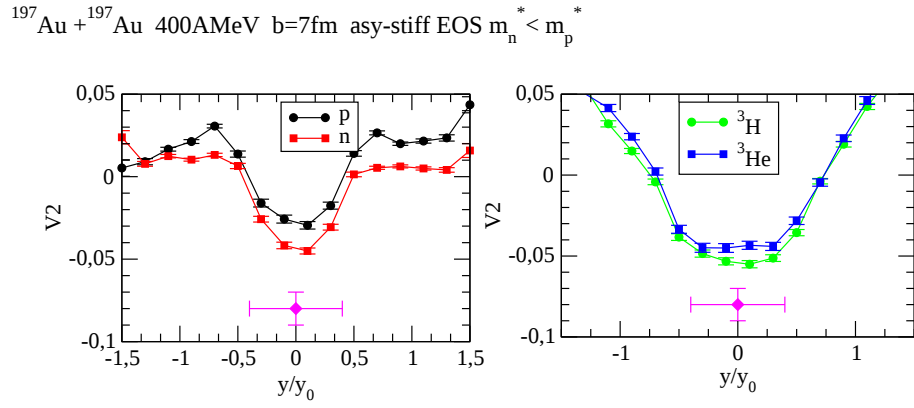


Figura 5.33: Flussi ellittici ottenuti con il codice TWINGO e dato FOPI del V_2 per isotopi dell'idrogeno (punto rosa).

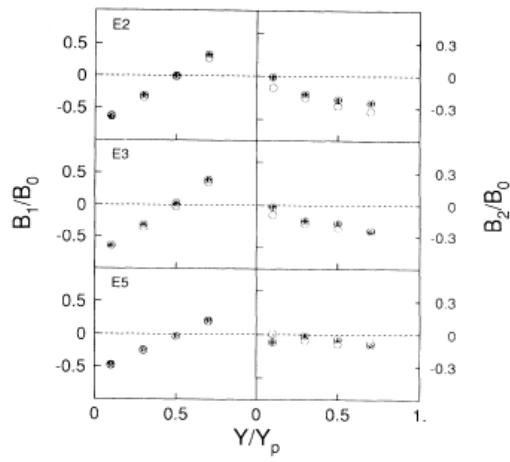


Figura 5.34: Risultati di FOPI per neutroni (cerchi neri) ed isotopi dell'idrogeno (cerchi bianchi). Le colonne sulla sinistra hanno in ordinata $2V_1$, quelle sulla destra $8V_2/3$. Urti semiperiferici corrispondono a E2, centrali invece sono E5

Capitolo 6

Conclusioni

Il lavoro di tesi é stato incentrato sullo studio del termine di simmetria nucleare. Il suo andamento non é solo influenzato dall’equazione di stato nucleare, ma anche dal potenziale di campo medio che si sceglie. La non localit  del potenziale gioca un ruolo fondamentale, perch  genera un cambiamento delle masse dei nucleoni, che vengono “vestiti” di una massa efficace dipendente dalla derivata del potenziale rispetto l’impulso. Chiaramente sono possibili diverse scelte di potenziale con momentum-dependence, alcune delle quali non tengono conto di una differenza in masse efficaci tra protoni e neutroni; basta infatti dalla (3.31) che i due termini in parentesi quadre si annullino.

L’equazione del trasporto con modello IBUU trattata in referenza [20] utilizza invece uno splitting di masse efficaci costante a massa dei neutroni maggiore. Sempre in questa trattazione la sezione d’urto anche a basse energie tiene conto della produzione di pioni sotto soglia. Il non aver voluto inserire produzione di particelle nel codice TWINGO non é un fatto banale; la produzione di mesoni K o di pioni é alle energie di 400 $AMeV$ un fatto marginale. Gli eventuali rapporti di pioni carichi si baserebbero su un numero totale molto esiguo di mesoni prodotti. Anche le densit  raggiunte con questo codice sono superiori e per urti $^{132}Sn + ^{124}Sn$ arrivano a toccare il valore di $2\rho_0$ mentre nel presente la-

voro non si supera $1.8\rho_0$.

Qualche equivalenza nei risultati si trova circa l'andamento dei rapporti di particelle per bassi tagli in rapidità. Tuttavia i riscontri con il modello adoperato da Bao non possono tenere conto dello splitting in masse, che nel lavoro di tesi non è mai considerato fisso. I maggiori sforzi infatti sono stati impiegati per dimostrare che ad alte energie la dinamica repulsiva è dominata dal valore di massa efficace dei nucleoni ancora più della scelta dell'equazione di stato. Il peso del grado di libertà dello splitting delle masse si ripercuote sull'evoluzione dinamica della reazione. Innanzitutto le prime informazioni della dinamica di reazione, come plot in densità e spettri di distribuzione di particelle non dipendono, alle alte energie, da equazione di stato o splitting delle masse. Qui l'unica differenza la giocano i parametri di reazione, ovvero il parametro d'urto e l'energia di fascio. Anche se non vengono mostrati dei risultati infatti, diminuendo l'energia, la reazione diventa via via più lenta e si passa da una multiframmentazione a un sistema "evaporativo" della fireball. L'aumento dell'energia invece richiederebbe molta attenzione perché si andrebbero ad aprire pian piano dei canali di risonanza (come le Δ) che dovrebbero essere tenuti in considerazione nella sezione d'urto totale. A questo si aggiunge il problema di trattazione relativistica.

Con un fattore di Lorentz γ che si discosta sempre più da uno, il codice deve diventare semiclassico ed almeno includere in esso la cinematica relativistica. In questo caso la trattazione del potenziale con momentum-dependence diventa di difficile approccio. Lo stesso concetto di "potenziale" relativisticamente perde significato, e se si vuol costruire un codice che sia semiclassico si devono fare opportune approssimazioni [21]. Questo è un punto che andrebbe sviluppato in un lavoro futuro.

Per quanto concerne il parametro d'urto, esso determina quanto sia estesa nello spazio fisico la regione di overlap. Risulta determinante per il tipo di reazione la scelta della centralità. A piccoli b la dinamica è a par-

tecipanti e spettatori, mentre ad urti centrali la “fireball” evapora tutta e non vi sono residui di nuclei “target-like” o “projectile-like”. Si é mostrato che anche le densit  massime raggiunte dipendono dal parametro d’urto.

Per quanto concerne la deflessione delle particelle nel piano di reazione, la dinamica messa in evidenza dal flusso “in-plane”   dominata da effetti repulsivi. Si cerca di guardare le particelle candidate a provenire dalle zone di alta densit  mediante opportuni tagli in rapidit  e guardando ad alti impulsi trasversi. Questo avviene perch  l’alta temperatura creata-si all’interno della zona di overlap trasferisce energia alle particelle che viene convertita in moto trasverso visto che   impedito loro di uscire sul piano di reazione per l’effetto di shadowing degli spettatori.

Il flusso trasverso in funzione di p_t presenta a basse rapidit  un picco positivo per protoni e neutroni, ma non si riescono a ricavare andamenti differenti per i due tipi di isospin. Questo   il motivo per cui si ci spinge a cercare informazioni relative alle particelle deflesse sul piano azimutale.

Il flusso ellittico mostra chiarissimi segni di dipendenza dalla scelta di splitting e meno dall’andamento stesso del termine di simmetria con la densit . Il suo studio in funzione dell’impulso trasverso permette di stabilire il grado di deflessione al variare dell’isospin della particella. Il caso asy-stiff a massa efficace del neutrone minore, si presenta come il pi  favorevole alla maggiore repulsivit  dei neutroni.

Si   anche confrontato l’unico dato sul V_2 a disposizione per il sistema $Au-Au$ di FOPI con la simulazione. Il dato indica un flusso ancora pi  negativo di quanto non si trovi con il modello del trasporto per una EOS asy-stiff con $m_n^* < m_p^*$. Tuttavia il dato di FOPI si riferisce ad isotopi dell’idrogeno ed include il valore di V_2 per il deuterio che viene sottostimato nel programma e mai presentato nei risultati. Sarebbe interessante estendere i dati sperimentali per i flussi ellittici su tutte le rapidit  per un ulteriore confronto.   negli intenti del GSI effettuare nei prossimi

anni esperimenti di collisioni tra nuclei di oro ad energie di 400, 600 ed 800 AMeV ; fino ad allora il confronto dei dati acquisiti in simulazione a queste energie non può essere confrontato con altro. Nei prossimi esperimenti sarà necessario riuscire a selezionare bene la centralità degli eventi; il flusso ellittico delle particelle di squeeze-out verrebbe infatti “sporcatto” per un urto centrale e non avrebbe più senso andarne a controllare l’andamento in funzione di Y o p_t .

Nel guardare ai flussi per protoni e neutroni si sono confrontati i dati uscenti da un taglio in densità sulle particelle e dal programma di clusterizzazione in cui si applica il metodo di coalescenza. Questa è solo una verifica dell’affidabilità del programma di clusterizzazione e del buon settaggio dei parametri di coalescenza scelti; con il solo taglio in densità infatti non si possono ricostruire i flussi per trizio ed 3He .

Nelle collisioni ad alte energie lo spettro di particelle è fondamentalmente composto da nucleoni, solo una piccola percentuale è caratterizzata da clusters leggeri; da ciò ne consegue una statistica molto bassa ad alti impulsi trasversi per i rapporti ${}^3H/{}^3He$. Questo genera grandi fluttuazioni in V_2 per alti p_t , quindi proprio nella zona di maggiore interesse. L’andamento generale per i flussi dei clusters leggeri in funzione dell’impulso trasverso non cambia al variare dell’isospin così come avveniva per protoni e neutroni. Se si aumenta la massa del sistema passando ad urti $Au-Au$, l’impulso del proiettile cresce, ma le densità raggiunte non si discostano molto da quelle per il sistema $Sn-Sn$. Tuttavia nel sistema $Au-Au$ è più evidente la differenza tra i flussi ellittici per i clusters leggeri nel caso di repulsività maggiore dei neutroni, ovvero per EOS asy-stiff a $m_n^* < m_p^*$.

Anche dallo studio dei rapporti di particelle di n/p e ${}^3H/{}^3He$ si ricavano risultati importanti. Le curve tra i rapporti dei clusters leggeri e quelle dei nucleoni, seguono un andamento analogo a pari scelte di splitting delle masse ed EOS; l’unica differenza è che i rapporti n/p sono un pó

piú alti rispetto agli altri. Questo avviene perché la zona di fireball é molto eccitata e tendono a formarsi meno frammenti pesanti a favore di emissioni di nucleoni. I rapporti di particelle, specialmente quelle a piccole rapidit , non sembrano dipendere dalla centralit  della reazione e nemmeno dalla softness o stiffness dell'equazione di stato. Un parametro importante   ancora una volta la parametrizzazione di massa efficace scelta. Rapporti quasi costanti si ottengono cos  per una scelta $m_n^* < m_p^*$, mentre una massa pi  pesante del neutrone, genererebbe un brusco calo dei rapporti n/p e ${}^3H/{}^3He$ cio  i neutroni sarebbero maggiormente attratti dal campo medio e non riuscirebbero a lasciare la fireball.

Allora si pu  sintetizzare dicendo che ad alti impulsi la specie nucleare avente massa efficace minore subisce una maggiore repulsione.

Un risultato definitivo sulla massa efficace tra le due specie nucleari ad alte energie pu  essere dato solo da un confronto con dati sperimentali (allo stato attuale ancora scarsi) sia per i flussi ellittici, che per i rapporti di particelle.

Ringraziamenti

Un sincero ringraziamento v  a tutta la mia famiglia per il sostegno morale!!

Un particolare ringraziamento lo dedico ai miei genitori, a Cri, Roby, Cla e “Zucchi”!

Ringrazio il gruppo dei “teorici” dell’LNS: il Prof. Di Toro, Joseph, la Dott.ssa Colonna, la Dott.ssa Graziella Ferini, il Dott. Greco, Carmelo e Beatrice per l’aiuto datomi nella tesi, e le “giovani” reclute del Laboratorio.

La Sig.ra Formica e la Sig.ra Strano della segreteria didattica, meritano anch’esse un ringraziamento per la loro pazienza e disponibilit  dimostrata durante tutto il mio corso di studi.

Desidero ringraziare anche “Paoletta” per i sempre preziosi (ed impeccabili) appunti che mi hanno accompagnato in molti momenti di questi anni!

Bibliografia

- [1] Jean-Yves Ollitrault, Eur.J.Phys. **29**, (2008).
- [2] J.J. Sakurai, Meccanica Quantistica (2000).
- [3] K.Dietrich, Proceedings of the Winter College on Fundamental Nuclear Physics, World Scientific (1985), vol.III.
- [4] P.Schuck P.Ring, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, NY, 1980).
- [5] K.Huang, *Statistical Mechanics* (Wiley and Sons, NY, 1963).
- [6] A.Bonasera et al., Phys.Rep. **243**, (1994).
- [7] V.Vlasov, J.Phys. **9**, 25 (1945).
- [8] E.M.Lifsits L.D.Landau, Fisica Cinetica (1984).
- [9] C.Y.Wong, Phys.Rev.Lett **C25**, (1982).
- [10] S.Das Gupta G.F.Bertsch, Phys.Rep. **189**, (1988).
- [11] A.Guarnera, Master's thesis, GANIL, 1996.
- [12] V.R. Pandharipande R.J. Lenk, Phys.Rev. **C39**, (1989).
- [13] T.H.R. Skyrme, Nucl.Phys. **9**, (1959).
- [14] Udo Schoder Bao-An Li, Isospin Physics in Heavy-Ion Collisions at Intermediate energies (2001).

- [15] J.Rizzo, Master's thesis, LNS-INFN, 2005.
- [16] J.Rizzo, Tesi di Laurea (2002).
- [17] M.Di Toro et.al, Eur.Phys.J. **A30**, (2006).
- [18] Y. Leifels et all., Phys.Rev.Lett **71**, (1993).
- [19] R.C. Lemmon et all., Differential isospin flows and simmetry energy-
Letter of Intent for Experiments at SIS and FAIR (2007).
- [20] Bao-An Li Lie-Wen Cheng, Che Ming Ko, Frontiers of Physics in
China **2**, (2007).
- [21] S.Teis et all., Z.Phys. **A356**, (1997).