

Studio di collisioni protone protone con lo
spettrometro H.A.D.E.S.

Indice

1	Introduzione	4
2	Motivazioni dell'esperimento	9
2.1	Modello standard	9
2.2	Cromodinamica quantistica	11
2.3	Comportamento del vuoto di QCD	11
2.3.1	Libertà asintotica	13
2.3.2	Confinamento	14
2.4	Simmetria chirale	14
2.4.1	Corrente vettoriale e corrente assiale	17
2.4.2	Mesoni vettori e rottura spontanea della simmetria chirale	18
2.4.3	Linear sigma-model	21
2.4.4	Ripristino della simmetria chirale	25
2.5	Modello a dominanza vettoriale	28
2.5.1	Interazione elettrone - materia nucleare	29
2.5.2	Interazione fotone - materia nucleare	29
2.5.3	Modello a Dominanza Vettoriale	31
2.5.4	Verifica sperimentale del Modello a Dominanza Vettoriale	32
2.6	Risultati sperimentali	33
3	Lo spettrometro H.A.D.E.S.	38
3.1	Rivelatore a luce Cherenkov (RICH)	41
3.2	Camere a deriva (MDC)	44
3.3	Rivelatore di sciame (SHOWER)	46
3.4	Rivelatori di Start e di Veto	47

3.5	Rivelatore di tempo di volo	49
3.5.1	Tempo di volo	49
3.5.2	Struttura del rivelatore	50
3.5.3	Rivelatore Tofino	53
3.6	Trigger	54
3.6.1	Trigger di primo livello	55
3.6.2	Trigger di secondo livello	55
3.6.3	Trigger di terzo livello	56
4	Set up sperimentale (Gennaio 2004)	57
4.1	Dati sperimentali	58
4.2	Canali di reazione	59
4.3	Ricostruzione del momento	61
4.3.1	Spline	62
4.3.2	Runge Kutta	64
5	Calibrazione del rivelatore TOF	66
5.1	Ricostruzione del vertice	67
5.2	Calibrazione spaziale	69
5.3	Calibrazione temporale	71
5.4	Risoluzione spaziale	72
5.4.1	Velocità di gruppo	73
5.5	Risoluzione temporale	76
6	Canale elastico p+p	78
6.1	Premessa	78
6.2	Controllo della procedura di tracking attraverso dati simulati .	81
6.2.1	Spettro di massa invariante	83
6.2.2	Distribuzione dei momenti	86
6.3	Spline	88
6.4	Runge Kutta	96
6.5	Dati sperimentali (Gennaio 2004)	100
6.5.1	Spline	102
6.5.2	Runge Kutta	104

7	Canale di reazione $p\,p\,\eta$	110
7.1	$pp\eta$	111
7.2	$pp\eta$; $p\Delta^{++}\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$	115
7.3	$pp\eta$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$	116
7.4	Dati sperimentali	120
8	Conclusioni	123
A	$\tan\theta$ in funzione di γ	125
A.1	Urto elastico	126
	Bibliografia	129
	Indice delle figure	132
	Indice delle tabelle	136

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi anni la ricerca in fisica nucleare a energie medio alte è stata guidata dalla seguente domanda: "Com'era l'universo pochi istanti dopo il big bang?".

Nonostante gli enormi sforzi sia teorici che sperimentali fatti non si è ancora in grado di fornire una risposta precisa a questa domanda.

Le teorie più largamente accettate indicano chiaramente che la materia nucleare doveva trovarsi in uno stato differente rispetto a quello cui

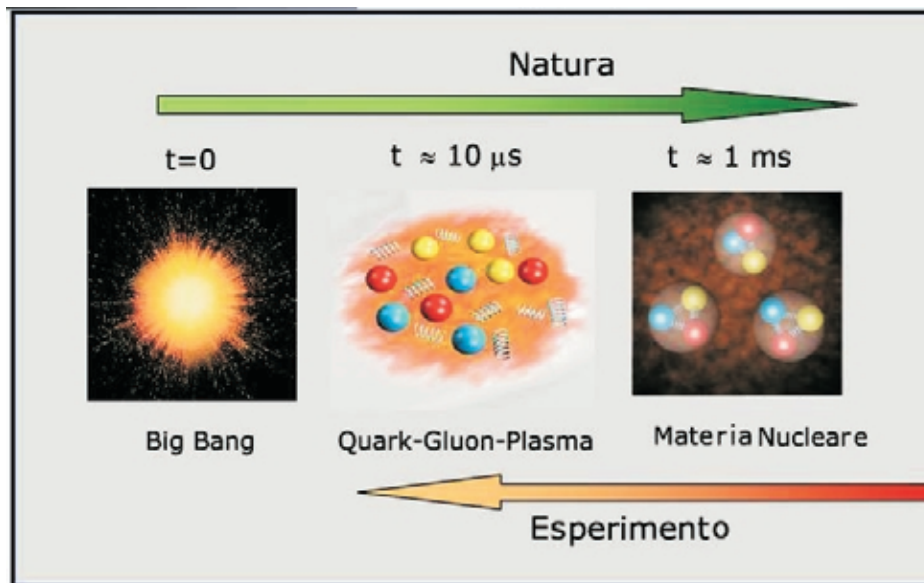


Figura 1.1: Rappresentazione grafica della direzione dell'evoluzione dell'universo e della direzione intrapresa dalla fisica nucleare sperimentale.

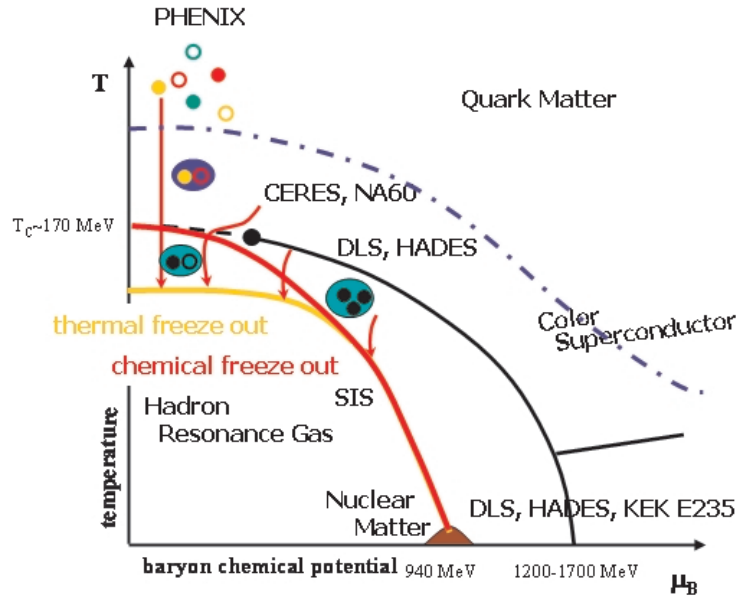


Figura 1.2: Diagramma di fase della materia nucleare ottenuto tramite modelli teorici. Sono indicate le regioni raggiunte dagli acceleratori e dagli esperimenti già realizzati e in realizzazione.

"siamo soliti". In particolare tali teorie prevedono che con l'aumentare della temperatura e della densità la materia nucleare subisca una transizione di fase, passando dalla fase adronica nella quale i quark non possono esistere come particelle libere alla fase di plasma in cui i quark perdono il vincolo dato dal confinamento e formano insieme ai gluoni un "nuovo" stato della materia: il "Quark Gluon Plasma" (QGP), un plasma costituito da quark e gluoni liberi.

Lo spettrometro H.A.D.E.S. si colloca tra la nostra "visione" della materia nucleare e quella appena descritta. Le energie utilizzate negli esperimenti realizzabili con H.A.D.E.S. infatti non sono sufficienti per portare alla formazione del QGP però sono abbastanza elevate da apportare una variazione dello spettro di massa dei mesoni vettori dovuta al parziale ripristino della simmetria chirale.

La simmetria chirale è una simmetria rispettata dal vuoto di QCD (Quantum Chromo Dynamics), ma rotta in presenza di quark dotati di massa. Un'effetto dovuto alla rottura di tale simmetria è la differenza tra la massa dei quark

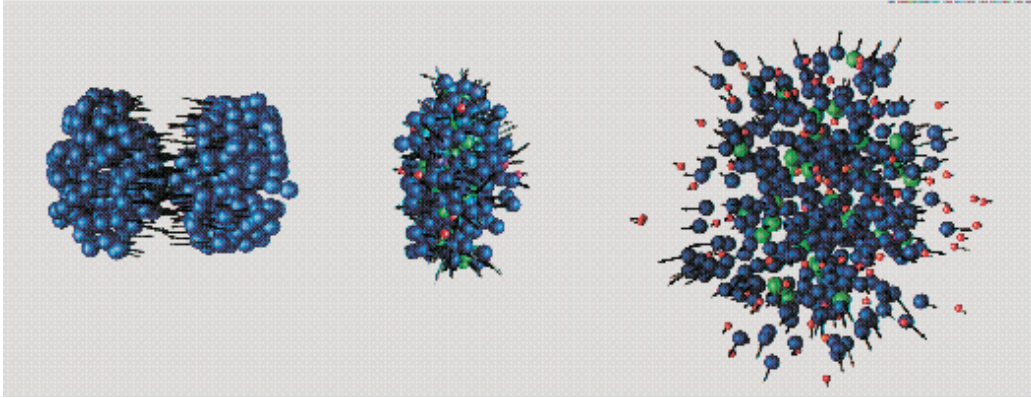


Figura 1.3: Simulazione di una collisione tra due nuclei di oro ad energia del centro di massa di 2 GeV per nucleone.

costituenti "nudi" e la massa dei nucleoni, nel caso del protone, ad esempio si ha $m_p \simeq 1\text{GeV}/c^2$ mentre la somma delle masse dei quark costituenti vale $2m_u + m_d \simeq 20\text{MeV}/c^2$.

Per poter determinare se le temperature e le densità raggiunte nelle collisioni nucleari prodotte negli esperimenti apportino modifiche alle caratteristiche della materia nucleare, è necessario studiare gli adroni quando si trovano nella regione di elevata densità e temperatura in cui è avvenuta la collisione. Le dimensioni di tale regione, detta "fireball", variano in funzione dell'energia totale del sistema e della massa dei nuclei che vengono fatti collidere.

Per collisioni p+A, con energia cinetica del protone incidente pari a 1 GeV, la vita media della fireball è 10-20 fm/c.

Non è quindi possibile effettuare una misura diretta delle proprietà degli adroni all'interno della regione ad alta temperatura e densità, ma è necessario studiare i canali finali provenienti da decadimenti avvenuti all'interno della fireball.

Per poter sfruttare queste informazioni devono essere soddisfatti i seguenti requisiti:

1. la particella originaria deve possedere una vita media inferiore alla vita media della fireball e tale da decadere entro le dimensioni della fireball
2. il canale finale non deve interagire tramite la forza forte per non perdere le informazioni sulla particella originaria

Il Modello a Dominanza Vettoriale (VMD) fornisce gli strumenti per determinare le particelle che soddisfano la seconda condizione. Secondo questo modello infatti i mesoni vettori possono decadere in una coppia bileptonica attraverso l'emissione di un fotone.

Nelle tabelle 1.1 e 1.2 sono riportate le principali caratteristiche dei mesoni vettori di interesse: ρ , ω , ϕ . Diversi esperimenti hanno sondato la materia nucleare in varie condizioni di temperatura e densità. Tra i più importanti è possibile annoverare: DLS (DiLepton Spectrometer) al BEVATRON di Berkeley, CERES (ChErenkov Ring Electro Spectrometer) all'SPS del CERN e E325 al KEK-PS.

L'esperimento CERES ha fornito dati sperimentali¹ per collisioni p+A ad energie dell'ordine di 500 GeV e per collisioni A+A ad energie dell'ordine di 200 AGeV. CERES ha mostrato una discrepanza tra le previsioni teoriche effettuate sfruttando le proprietà degli adroni nel vuoto e i dati acquisiti nel caso A+A, mentre tale discrepanza non è stata trovata nel caso di collisioni p+A.

L'esperimento E325 al KEK-PS ha studiato reazioni p+A ad energie cinetiche del protone proiettile dell'ordine di 10 GeV, mostrando anch'esso una discrepanza tra le previsioni teoriche e i dati acquisiti.

L'esperimento DSL ha studiato collisioni p+A e A+A per energie comprese tra 1 e 5 AGeV. I risultati ottenuti da tale esperimento non si prestano ad una univoca interpretazione a causa della limitata statistica acquisita.

mesone	massa [MeV/c^2]	larghezza [MeV/c^2]	τc [fm]
ρ	775.8	146.4	1.3
ω	782.59	8.49	23.26
ϕ	1019.46	4.25	46.46

Tabella 1.1: Caratteristiche dei mesoni vettori ρ , ω , ϕ .

¹Nel capitolo 2 verranno presentati i risultati ottenuti dalla collaborazione CERES per p+Au ad energie cinetiche del protone incidente pari a 450 GeV e per Pb+Au ad energie cinetiche del nucleo incidente pari a 158 AGeV. Verranno mostrati i risultati di collisioni Ca+Ca ad energie di 1 AGeV ottenuti da DLS e i risultati di collisioni p+C e p+Cu per energia cinetica del protone incidente di 12 GeV ottenuti da KEK.

H.A.D.E.S. è stato progettato al fine di fornire dati nella regione in cui ha operato DLS, infatti si prefigge lo scopo di ottenere risultati per collisioni tra nuclei pesanti (Au+Au e Ca+Ca) per energie del fascio incidente pari a 1-2 GeV per nucleone.

Per poter ottenere questi risultati è necessario effettuare studi preliminari di collisioni p+p per studiare la produzione del mesone η come segnale della bontà dei risultati ottenibili da H.A.D.E.S., per la taratura dell'apparato sperimentale e la verifica delle procedure di analisi dei dati.

mesone	canale di decadimento principale		percentuale di decadimento nel canale e+e-
ρ	$\pi\pi$	100%	$4.67 \cdot 10^{-5}\%$
ω	$\pi^+\pi^-\pi^0$	89.1%	$7.14 \cdot 10^{-5}\%$
ϕ	K^+K^-	49.1%	$2.98 \cdot 10^{-4}\%$

Tabella 1.2: Caratteristiche dei mesoni vettori ρ , ω , ϕ .

Capitolo 2

Motivazioni dell'esperimento

Le motivazioni che hanno portato alla realizzazione dello spettrometro H.A.D.E.S.¹ sono molteplici, in questo capitolo si cercherà di dare un quadro generale degli aspetti fisici che maggiormente hanno ispirato la sua ideazione.

2.1 Modello standard

Si consideri in primo luogo la suddivisione delle particelle in famiglie:

- Leptoni
- Adroni

Le particelle appartenenti alla prima famiglia interagiscono esclusivamente attraverso l'interazione debole e l'interazione elettromagnetica mentre le particelle appartenenti alla seconda risentono dell'interazione nucleare, detta anche forza forte.

Le particelle elementari che costituiscono i leptoni possono essere raggruppate in tre doppietti [4]:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

¹Acronimo di High Acceptance Di-Electron Spectrometer.

	B	J	I	I_3	S	Q
u	+1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+2/3 e
d	+1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-1/3 e
s	+1/3	1/2	0	0	-1	-1/3 e

Tabella 2.1: Numeri quantici dei quark leggeri: B = numero barionico, J = spin, I = isospin, I_3 = terza componente dell'isospin, S = stranezza e Q = carica elettrica.

dove ogni doppietto è costituito da una particella e dal relativo neutrino, particella con massa molto piccola o nulla², introdotto teoricamente da Fermi e Pauli nel 1930 per spiegare il decadimento β e rivelato sperimentalmente 26 anni dopo da Cowan e Reines[19]. Ad ogni leptone corrisponde un anti-leptone avente la stessa massa, ma con carica di segno opposto.

Il modello che descrive gli adroni e le particelle elementari che li costituiscono è detto modello standard. Tale modello prevede come costituenti della materia nucleare le particelle elementari dette *quark*³. Gli adroni si classificano in base al tipo di quark di cui sono costituiti e in base al loro numero:

- Mesoni: adroni costituiti da un quark e un anti-quark
- Barioni: adroni costituiti da tre quark

I quark, come i leptoni elementari, sono sei e si suddividono in base al *sapore*, nuovo numero quantico caratteristico delle particelle elementari nucleari.

I sei sapori sono: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *beauty* e *truth*⁴, i primi tre sono detti quark leggeri, mentre gli altri tre quark pesanti.

Nella tabella 2.1 si possono trovare i valori dei numeri quantici che caratterizzano i quark leggeri.

²Sono in corso molti esperimenti per la determinazione della massa del neutrino. Al momento si è in grado di fornire solo dei limiti superiori.

³Termine introdotto da Gell-Mann e preso dal libro *Finnegans Wake* di James Joyce.

⁴Gli ultimi due sapori sono chiamati anche bottom e top rispettivamente.

2.2 Cromodinamica quantistica

La teoria che descrive l'interazione tra quark è la *Quantum Chromodynamics*⁵. Per la QCD una proprietà fondamentale dei quark è il *colore*. Il colore rappresenta la carica nucleare dei quark ed è stata introdotta teoricamente affinché i quark, all'interno degli adroni, rispettassero il principio di esclusione di Pauli. Le particelle che mediano l'interazione tra particelle colorate sono dette *gluoni*.

I gluoni sono i quanti del campo di colore che legano i quark in nucleoni e i nucleoni in nuclei. Si può inoltre affermare che i gluoni hanno lo stesso ruolo dei fotoni nella teoria dell'interazione elettromagnetica, descritta dalla *Quantum Electrodynamics* (QED), e il colore ha il ruolo della carica elettrica. E' possibile procedere attraverso un'analogia tra queste due teorie in modo da arrivare a delinearne le caratteristiche fondamentali e a sottolinearne le differenze.

A differenza della QED, in QCD abbiamo l'esistenza di tre cariche, quindi, ogni quark, qualunque sia il suo sapore, può possedere uno dei tre colori⁶: rosso (r), blu (b), verde (g). Un'altra differenza fondamentale tra le due teorie è che anche i gluoni hanno colore, cioè, posseggono la carica che caratterizza l'interazione che trasportano. Questa caratteristica dei gluoni porta alla possibilità che un quark cambi colore attraverso l'emissione o l'assorbimento di un gluone.

2.3 Comportamento del vuoto di QCD

Un ruolo molto importante nel comportamento della materia nucleare è svolto dalla polarizzazione del vuoto in presenza di un oggetto carico [5] [14].

Prima di spiegare la risposta del vuoto di QCD si consideri il caso più familiare, rappresentato dalla polarizzazione del vuoto di QED quando vi sia una carica elettrica. Si consideri un elettrone libero che, interagendo con il vuoto in cui è posto, emette un fotone virtuale, con la successiva formazione di una

⁵In seguito nel testo si utilizzerà l'abbreviazione *QCD*.

⁶Gli anti quark posseggono anti-carica di colore: $\bar{r}$ = blu scuro (cyan), $\bar{g}$ = fucsia (magenta) e $\bar{b}$ = giallo (yellow).

coppia virtuale $e^+ e^-$ risente non solo della carica dell'elettrone stesso, ma anche della carica di tutte le coppie virtuali $e^+ e^-$ che costituiscono il vuoto.

Poichè le cariche di segno opposto si attraggono, l'elettrone considerato risulterà circondato da una *nube* di carica positiva. Di conseguenza il vuoto risulta polarizzato e tale polarizzazione tende a schermare la carica dell'oggetto "nudo".

È possibile definire una *carica effettiva* $e(Q^2)$ dove $q^2 = -Q^2$ è il momento del fotone emesso.

È possibile spiegare il comportamento del vuoto di QED attraverso la determinazione della costante di accoppiamento tra le cariche di 2 elettroni [4]:

$$\alpha(Q^2) = \frac{e^2(Q^2)}{4\pi} \quad (2.1)$$

Applicando il metodo perturbativo si ottiene il seguente risultato:

$$\alpha(Q^2) = \alpha_0 \left(1 - \frac{\alpha_0}{4\pi} \ln L^2 Q^2 + \dots \right) \quad (2.2)$$

dove $\alpha_0 = \frac{e_0^2}{4\pi}$ contiene la carica (e_0) dell'elettrone "nudo" e L è il cut-off ultravioletto.

Tale risultato ha un'enorme importanza, infatti, il secondo termine, avendo segno negativo implica che le coppie virtuali $e^+ e^-$ schermano la carica e tale schermatura diminuisce al crescere di Q^2 .

Si consideri ora il caso di un quark immerso nel vuoto di QCD.

Il quark interagisce con il vuoto emettendo un gluone virtuale, il quale oltre a risentire della carica del quark che lo ha emesso e delle coppie virtuali quark-antiquark risente anche della carica dei gluoni virtuali che costituiscono il vuoto di QCD.

Il contributo dei gluoni virtuali si riflette in un termine positivo nella costante di accoppiamento quark-quark:

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s^0 \left(1 - \frac{2}{3} f \frac{\alpha_s^0}{4\pi} \ln L^2 Q^2 + 11 \frac{\alpha_s^0}{4\pi} \ln L^2 Q^2 \right) \quad (2.3)$$

dove $\alpha_s^0 = \frac{(g_s^0)^2}{4\pi}$ con g_s^0 costante di accoppiamento quark "nudo"-gluone, f numero di sapori che contribuisce all'energia del quark, Q^2 momento trasportato dal gluone virtuale e L parametro di cut-off. Analogamente al caso della

QED, il secondo termine è negativo e tiene conto del contributo delle coppie virtuali quark-antiquark schermando la carica del quark. Il terzo termine, invece, poichè positivo, anti-scherma la carica. Si ottiene, infine, che il termine dovuto al loop bosonico è maggiore del termine negativo che corrisponde, per analogia con il caso della QED, ad una polarizzazione del vuoto attraverso cariche con lo stesso segno della carica generatrice del campo.

La descrizione sopra esposta del comportamento del vuoto di QCD giustifica l'introduzione di due aspetti molto importanti del modello a quark:

- Libertà asintotica
- Confinamento dei quark

2.3.1 Libertà asintotica

Con libertà asintotica dei quark si intende la possibilità di approssimare i quark, all'interno degli adroni, come particelle libere.

Per spiegare le motivazioni di tale ipotesi bisogna ricorrere nuovamente alla costante di accoppiamento quark-quark.

Attraverso una rinormalizzazione è possibile ottenere la seguente espressione approssimata della costante di accoppiamento, detta *running coupling constant* [4]:

$$\alpha_s(Q^2) = \left(\frac{33 - 2f}{12\pi} \ln L^2 Q^2 \right)^{-1} \quad (2.4)$$

dove f rappresenta il numero di sapori.

Poichè la quantità $\alpha_s(Q^2)$ deve avere segno positivo si ha un limite superiore al numero teorico di sapori. E' infatti necessario porre $f < 17$ affinchè l'espressione tra parentesi sia positiva.

Si noti infine che:

$$\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0 \text{ per } Q^2 \text{ tendente all'infinito} \quad (2.5)$$

poichè Q^2 tendente all'infinito implica $r \rightarrow 0$, dove r è la distanza tra i quark, si ottiene una giustificazione dell'ipotesi di libertà asintotica dei quark all'interno degli adroni.

2.3.2 Confinamento

Il postulato di confinamento dei quark all'interno degli adroni afferma che un oggetto portatore di carica di colore, sia esso un quark, un gluone o un qualunque adrone, non può esistere come particella libera.

Dal postulato di confinamento segue che tutti gli adroni devono essere neutri di colore.

Anche le motivazioni di questo postulato vanno ricercate nel comportamento del vuoto di QCD. In precedenza, infatti, si è visto che in presenza di una particella carica, il vuoto si polarizza in modo da essere "respinto" dalla carica generatrice del campo.

Si viene così a creare una situazione in cui l'oggetto colorato respinge il vuoto di QCD finchè non si formi attorno ad esso un "buco" di raggio infinito. Poichè non è possibile che tale situazione si realizzi la materia nucleare si organizza in strutture neutre. In particolare si ha che i barioni sono costituiti da tre quark aventi ognuno un colore diverso⁷ e i mesoni sono costituiti da un quark avente colore e un anti quark avente anti-colore.

Il postulato di confinamento è alla base del "*bag model*" il quale assume che i quark costituenti sono confinati all'interno di una regione finita di spazio detta bag. La superficie che delimita tale regione determina la dimensione dell'adrone.

2.4 Simmetria chirale

Qualunque sia il sistema fisico considerato, l'esistenza di simmetrie nella Lagrangiana (L) che lo descrive corrisponde alla conservazione di determinate grandezze. Un esempio si può trovare in meccanica classica, infatti l'indipendenza della Lagrangiana dal tempo e dallo spazio comporta rispettivamente la conservazione dell'energia e del momento.

In questo capitolo si tratterà il caso della rottura e del possibile ripristino di una simmetria legata all'interazione forte, detta, *simmetria chirale*. Come si vedrà più avanti, ad ogni simmetria corrisponde la conservazione di una corrente e della rispettiva carica. La rottura della simmetria chirale è legata

⁷I tre colori hanno come risultante colore neutro.

alla conservazione della corrente assiale (C_A), mentre la simmetria di isospin è legata alla corrente vettoriale (C_V). La simmetria chirale è rispettata dall'Hamiltoniana (H) di QCD, ma viene violata dal suo stato fondamentale. Si consideri il caso in cui vi sia il rispetto della simmetria chirale, allora esiste la possibilità di eccitare il sistema attraverso un bosone privo di massa detto *bosone di Goldstone*. Nel caso nucleare il bosone di Goldstone è il pione, il quale in condizioni "normali"⁸ ha una massa non nulla determinata sperimentalmente. Il fatto che il pione abbia una massa diversa da zero è una prima prova dell'esistenza di una rottura di tale simmetria.

Per ottenere un ripristino, anche parziale, della simmetria chirale è necessario cambiare le condizioni in cui si trova la materia nucleare.

Le strade che possono essere intraprese sono due:

- aumento della temperatura
- aumento della densità

In queste condizioni ci si aspetta che possa verificarsi un ripristino della simmetria chirale in quanto il sistema non si troverebbe più nello stato fondamentale, bensì in uno stato eccitato avente le stesse simmetrie dell'Hamiltoniana.

Si consideri una generica Lagrangiana (L) che descriva un campo Φ , allora L è simmetrica rispetto a una trasformazione di Φ se:

$$\text{da } \Phi \rightarrow \Phi + \delta\Phi \text{ segue } L(\Phi + \delta\Phi) = L(\Phi) \quad (2.6)$$

da cui si ottiene:

$$0 = L(\Phi + \delta\Phi) - L(\Phi) = \frac{\partial L}{\partial \Phi} \delta\Phi + \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \Phi)} \delta(\partial_\mu \Phi) \quad (2.7)$$

dove il primo termine è stato sviluppato in $\delta\Phi$.

Utilizzando l'equazione del moto:

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \Phi)} \right) = 0 \quad (2.8)$$

e la seguente relazione:

$$\delta(\partial_\mu \Phi) = \partial_\mu(\Phi + \delta\Phi) - \partial_\mu \Phi = \partial_\mu(\delta\Phi) \quad (2.9)$$

⁸Dove per condizioni normali si intende $\rho = \rho_0 = 0,17$ nucleoni/fm³ e $T \simeq 0$ MeV.

otteniamo:

$$0 = \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \Phi)} \delta \Phi \right) = \partial^\mu J_\mu \quad (2.10)$$

dove J_μ è la corrente conservata.

Nel caso della simmetria chirale la matrice che determina la trasformazione è una matrice unitaria, quindi una trasformazione del campo Φ_i risulta [1]:

$$\Phi_i \rightarrow \Phi_i - i\Theta^a T_{ij}^a \Phi_j \quad (2.11)$$

dove l'indice i tiene conto della possibilità che esistano più campi, T_{ij}^a è l'elemento ij della matrice generatrice della trasformazione, l'apice a assicura la possibilità che esista più di un generatore della trasformazione e Θ^a è l'angolo di rotazione legato al generatore T^a .

Analogamente al caso precedente è possibile determinare la corrente conservata da una Lagrangiana simmetrica rispetto alla trasformazione considerata. Tale corrente è detta di *Nöther* e ha la seguente forma:

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \Phi_j)} T_{jk}^a \Phi_k \quad (2.12)$$

Ad ogni corrente è associata una carica data da:

$$Q = \int J_0(\vec{x}) d^3x \quad (2.13)$$

Il passo fondamentale consiste nel sommare alla Lagrangiana, che rispetta la simmetria (L_0), un termine perturbativo (L_1) che non rispetta la simmetria; esso apporta un contributo inferiore rispetto al termine precedente nella determinazione dell'energia del sistema. Indicando con:

$$L = L_0 + L_1 \text{ e } \delta L_1 = L(\Phi + \delta \Phi) - L(\Phi) \quad (2.14)$$

si ha:

$$\partial^\mu J_\mu = \delta L_1 \quad (2.15)$$

da cui segue che finchè δL_1 risulta diverso da zero non può esserci conservazione nè di corrente nè di carica.

2.4.1 Corrente vettoriale e corrente assiale

Si consideri la Lagrangiana che descrive fermioni privi di massa aventi la possibilità di assumere due sapori:

$$L = i\bar{\psi}_j \partial_\mu \gamma^\mu \psi_j \quad (2.16)$$

dove γ^μ è una delle matrici γ di Dirac e il pedice j indica uno dei due sapori. E' possibile, allora, introdurre le seguenti trasformazioni [1]:

$$\Lambda_V : \quad \psi \longrightarrow e^{-i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}}\psi \simeq \left(1 - i\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}\right)\psi \quad (2.17)$$

e

$$\Lambda_A : \quad \psi \longrightarrow e^{-i\gamma_5\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}}\psi \simeq \left(1 - i\gamma_5\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{\Theta}\right)\psi \quad (2.18)$$

dove $\vec{\tau}$ sono le matrici di Pauli e la dipendenza dai due sapori è implicita nella definizione di ψ , ad esempio nel caso di quark up e quark down si ha $\psi(u, d)$.

La simmetria rispetto a Λ_V e Λ_A viene chiamata *simmetria chirale*. Prima di esplicitare il comportamento della Lagrangiana L sotto queste trasformazioni si noti che la trasformazione vettoriale Λ_V rappresenta una rotazione dell'isospin; di conseguenza la corrente ad essa associata rappresenta la corrente di isospin.

L'antisimmetria delle matrici γ permette di verificare subito che per la Lagrangiana considerata vi è invarianza rispetto ad entrambe le trasformazioni introdotte. Da tale invarianza segue la conservazione delle correnti associate. Si ha rispettivamente:

- *corrente vettoriale*

$$V_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} \psi \quad (2.19)$$

- *corrente assiale*

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi \quad (2.20)$$

Si consideri, ora, il caso in cui alla Lagrangiana L si aggiunga un termine dipendente dalla massa:

$$\delta L = -m(\bar{\psi}\psi) \quad (2.21)$$

Applicando alla nuova Lagrangiana le due trasformazioni si ottiene che l'invarianza rispetto a Λ_V rimane rispettata, mentre si perde l'invarianza rispetto a Λ_A .

In particolare si ottiene:

$$\Lambda_A : \quad m(\bar{\psi}\psi) \longrightarrow m\bar{\psi}\psi - 2im\bar{\Theta}\left(\bar{\psi}\gamma_5\frac{\vec{\tau}}{2}\psi\right). \quad (2.22)$$

Per rileggere il risultato appena ottenuto si considerino due possibilità:

1. se i quark "nudi" presentassero massa nulla allora il secondo termine varrebbe zero, ottenendo così l'invarianza sotto la trasformazione Λ_A , e quindi il rispetto della simmetria chirale
2. se i quark "nudi" presentassero massa non nulla allora il secondo termine sarebbe diverso da zero così da far perdere alla Lagrangiana l'invarianza sotto la trasformazione Λ_A , e di conseguenza verrebbe a mancare il rispetto della simmetria chirale.

Poichè la massa dei quark leggeri "nudi" è dell'ordine di 5-10 MeV, il sistema descritto dalla Lagrangiana di QCD si trova nel secondo caso. Se si confronta la scala di energie coinvolte nella QCD (che è dell'ordine di 200 MeV) con la massa dei quark nudi si può convenire che il contributo alla determinazione dell'energia dovuta a questa rottura, detta *rottura esplicita della simmetria*, è relativamente piccolo.

Questa considerazione porta principalmente allo sviluppo di due metodi per la trattazione di questo fenomeno; il primo metodo è basato sull'ipotesi che sia possibile considerare la corrente assiale come grandezza conservata. Il modello che sviluppa questa trattazione si chiama *Partial Conserved Axial Current* (PCAC). Il secondo metodo, invece è basato su un approccio al problema di tipo perturbativo.

2.4.2 Mesoni vettori e rottura spontanea della simmetria chirale

Si pone ora il problema di studiare cosa accada alle osservabili legate ai mesoni vettori se si applica una delle trasformazioni introdotte in precedenza.

Si consideri in particolare il caso del mesone ρ . Se si applica la trasformazione Λ_V si ottiene, come anticipato in precedenza, una rotazione di un angolo Θ dell'isospin della particella:

$$\vec{\rho}_\mu \longrightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\Theta} \times \vec{\rho}_\mu \quad (2.23)$$

dove il pedice μ tiene conto del fatto che il mesone ρ si comporta vettorialmente sotto trasformazioni di Lorentz. Questo comportamento è legato al valore dello spin totale ($\vec{J}$) della particella considerata, nel caso di ρ si ha $J=1$.

Applicando la trasformazione Λ_A si ottiene:

$$\vec{\rho}_\mu \longrightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\Theta} \times \vec{a}_{1\mu} \quad (2.24)$$

dove $\vec{a}_1$ è il mesone vettore che si associa a ρ attraverso Λ_A .

Il fatto di poter passare da ρ ad $\vec{a}_1$ attraverso tale rotazione implica che i due stati devono avere gli stessi autovalori e di conseguenza i due mesoni devono possedere la stessa massa. Sperimentalmente, però, queste due particelle posseggono masse molto differenti:

$$m_\rho = 770 \text{ MeV} \quad \text{e} \quad m_{a_1} = 1260 \text{ MeV}$$

Tale risultato torna a sottolineare la presenza di una rottura della simmetria chirale.

In precedenza, studiando il caso dei quark, si è messo in luce come la rottura *esplicita* della simmetria chirale fornisca un contributo piccolo alla determinazione delle caratteristiche del sistema. Analizzando, invece, il caso dei mesoni vettori si è trovata una differenza non trascurabile della massa di quest'ultimi. Questa differenza non può dunque essere spiegata solo attraverso questo fenomeno, ma è necessario introdurre un altro tipo di rottura della simmetria chirale, detto *rottura spontanea della simmetria chirale*.

Per spiegare l'esistenza di queste due diverse tipologie di rottura della simmetria chirale è utile considerare un'analogia con la meccanica classica. Si considerino i potenziali rappresentati nella figura 2.1: il potenziale (a) presenta il suo stato fondamentale nel centro di simmetria e sia il potenziale che il suo stato fondamentale risultano invarianti per rotazione.

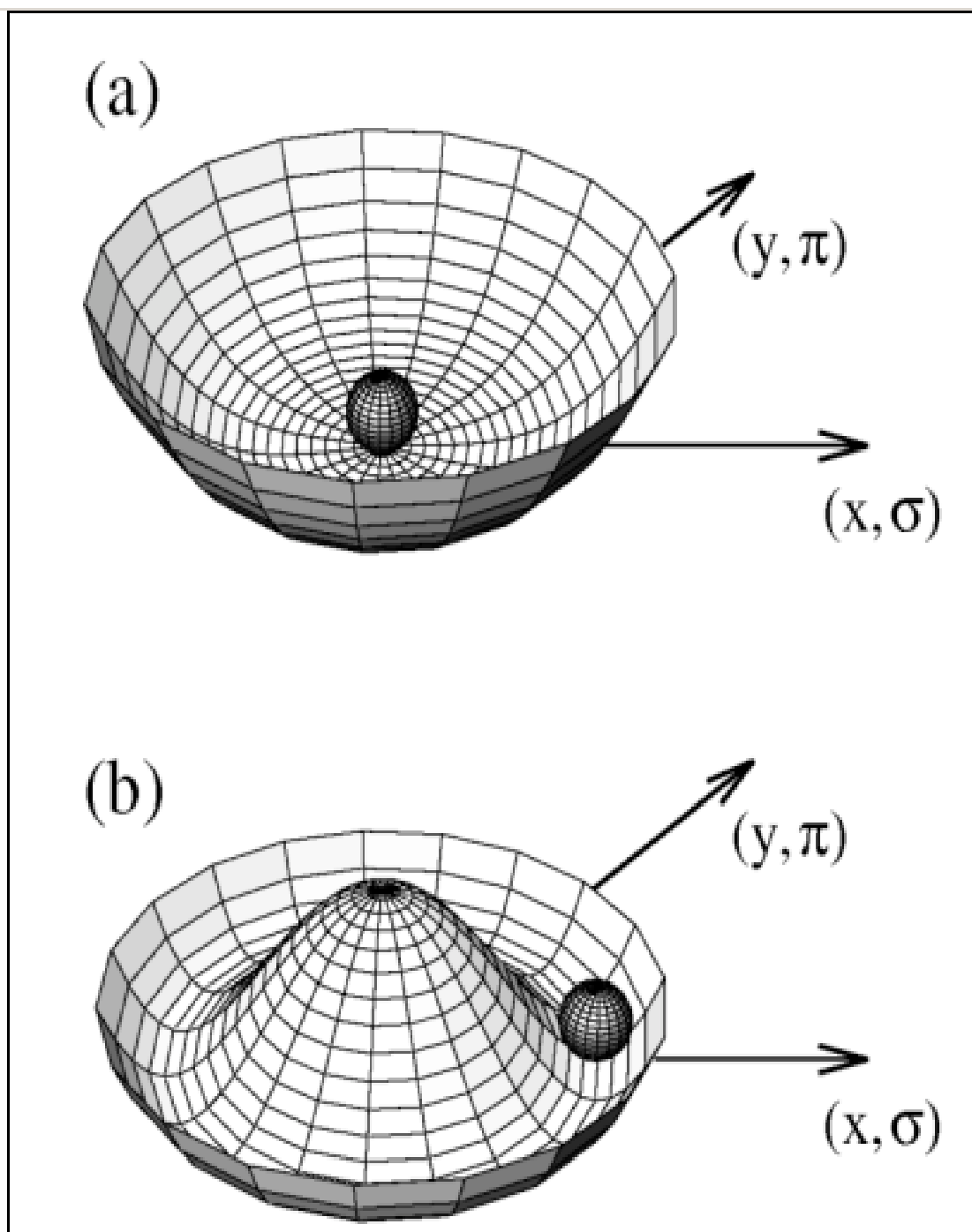


Figura 2.1: Potenziale di Goldstone (a): in assenza di rottura della simmetria chirale (b): in presenza di rottura della simmetria chirale

Il potenziale (b), invece, presenta il suo stato fondamentale ad una distanza non nulla dal centro di simmetria. Il centro rappresenta un punto di equilibrio instabile per il sistema, il che implica che una sfera posta in tale punto e soggetta ad una anche piccola perturbazione raggiungerà uno dei punti di minimo del potenziale. Risulta immediato che il potenziale (b) quando si trova nello stato fondamentale non è invariante per rotazione, infatti, la scelta di un punto di minimo determina la possibilità di definire una particolare direzione "privilegiata". Questa possibilità dà luogo alla rottura *spontanea* della simmetria.

Il pione che, come detto in precedenza, rappresenta il bosone di Goldstone, corrisponde a piccoli movimenti della sfera lungo i punti di minimo.

Poichè tali punti appartengono a una linea equipotenziale il pione risulta, secondo questa schematizzazione, un'eccitazione del sistema priva di massa. Il partner chirale del pione, cioè il mesone σ [7] che si ottiene applicando a π una trasformazione Λ_A , viene determinato da spostamenti radiali. Poichè, in questo caso, lo spostamento della sfera non è lungo una linea equipotenziale, tali eccitazioni del sistema, e quindi le corrispettive particelle, risultano massive.

Questa analogia e l'identificazione di diverse tipologie di eccitazione del sistema permettono di spiegare la notevole differenza tra la massa di un mesone (ad esempio π o ρ) e quella del suo partner chirale (σ o a_1 rispettivamente).

Studi di questo modello portano al seguente risultato [6]:

$$\frac{m_{a_1}}{m_\rho} \simeq \sqrt{2} \quad (2.25)$$

risultato che prova la validità dell'analogia descritta.

2.4.3 Linear sigma-model

E' possibile utilizzare l'analogia con il sistema dinamico introdotto in precedenza per spiegare anche l'altro tipo di rottura della simmetria chirale. La rottura *esplicita* della simmetria si verifica quando entrambi i potenziali rappresentati in figura 2.1 perdono l'invarianza per rotazione. Un modo per

ottenere tale situazione consiste nell'effettuare una rotazione del potenziale attorno all'asse delle x o delle y ottenendo lo stesso effetto.

Nella seguente trattazione verrà utilizzata l'ipotesi che l'inclinazione dovuta alla rotazione del potenziale sia tale da portare un contributo all'energia piccolo rispetto all'energia totale del sistema.

Il modello che viene qui richiamato per la trattazione della rottura *esplicita* della simmetria chirale è detto *Linear sigma-model*. In tale modello la scala di massa dovuta alla rottura spontanea è la massa dei nucleoni, mentre quella dovuta alla rottura esplicita è la massa del pione.

Questo modello costruisce una Lagrangiana invariante sotto le due trasformazioni Λ_A e Λ_V attraverso una combinazione dei termini π e σ , che costituiscono una coppia chirale, così da ottenere una descrizione dell'interazione tra pioni e nucleoni.

La seguente Lagrangiana è il risultato ottenuto [1]:

$$L_{L.S.M.} = i\bar{\psi}\partial_\mu\gamma^\mu\psi - g_\pi(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\vec{\pi} + \bar{\psi}\psi\sigma) - \frac{\lambda}{4}(\pi^2 + \sigma^2 - f_\pi^2)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi + \partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma) \quad (2.26)$$

dove:

1. $i\bar{\psi}\partial_\mu\gamma^\mu\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi + \partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma)$ sono il termine cinetico per i nucleoni e per i mesoni rispettivamente, nel caso in cui essi siano privi di massa.
2. $-g_\pi(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\vec{\pi} + \bar{\psi}\psi\sigma)$ è composto da due contributi, il primo descrive l'interazione pione-nucleone dove g_π è la costante di accoppiamento pione nucleone, mentre il secondo termine $g_\pi\bar{\psi}\psi\sigma$ è introdotto per mantenere l'invarianza sotto Λ_A e Λ_V .
3. $\frac{\lambda}{4}(\pi^2 + \sigma^2 - f_\pi^2)^2$ è il potenziale pione-sigma che genera il valore di aspettazione del vuoto del campo σ . Inoltre tale potenziale presenta il proprio punto di minimo per $\sigma = f_\pi = \sigma_0$ e $\pi = 0$ e ha la forma rappresentata in figura 2.2

Nonostante non vi sia alcun termine relativo alla massa di π o σ si può dimostrare che attraverso piccole fluttuazioni intorno al suo stato fondamentale il mesone σ acquisisce una massa.

I risultati ottenuti dal linear sigma-model sono [1]:

$$\begin{aligned}
\langle \sigma \rangle &= \sigma_0 = f_\pi \\
\langle \pi \rangle &= 0 \\
M_N &= g_\pi \sigma_0 = g_\pi f_\pi \\
m_\sigma^2 &= 2\lambda f_\pi^2 = 0 \\
m_\pi &= 0
\end{aligned}$$

dove M_N è la massa del nucleone.

Da questi risultati ottenuti per una Lagrangiana che rispetti la simmetria chirale è possibile passare a quelli in presenza di rottura di tale simmetria introducendo il termine di massa dei quark:

$$\delta L_{S.B.} = -m\bar{q}q = \epsilon\sigma \quad (2.27)$$

dove si è identificato il campo dovuto alla coppia $\bar{q}q$ al campo σ e ϵ è il parametro che regola il grado di rottura della simmetria.

Si ottiene così una correzione al potenziale pione-sigma:

$$V(\sigma, \pi) = \frac{\lambda}{4}(\pi^2 + \sigma^2 - v_0^2)^2 - \epsilon\sigma \quad (2.28)$$

dove f_π è stato sostituito dal parametro v_0 tale che $v_0 \rightarrow f_\pi$ per $\epsilon \rightarrow 0$.

Come anticipato in precedenza l'introduzione di un termine non simmetrico rispetto alle trasformazioni Λ_A e Λ_V porta ad una leggera rotazione del potenziale attorno all'asse π .

Utilizzando la seguente relazione che fissa il parametro v_0 :

$$v_0 = f_\pi - \frac{\epsilon}{2\lambda f_\pi^2} \quad (2.29)$$

e trascurando il termine in ϵ^2 si ottengono i seguenti risultati [1]:

$$\begin{aligned}
m_\sigma^2 &= \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} = 2\lambda f_\pi^2 + \frac{\epsilon}{f_\pi} \\
m_\pi^2 &= \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\epsilon}{f_\pi} \neq 0
\end{aligned}$$

il secondo risultato è molto importante perchè riesce a giustificare l'assunzione che la massa non nulla del pione è dovuta alla rottura *esplicita* della simmetria chirale e a fissare il parametro ϵ :

$$\epsilon = f_\pi m_\pi^2. \quad (2.30)$$

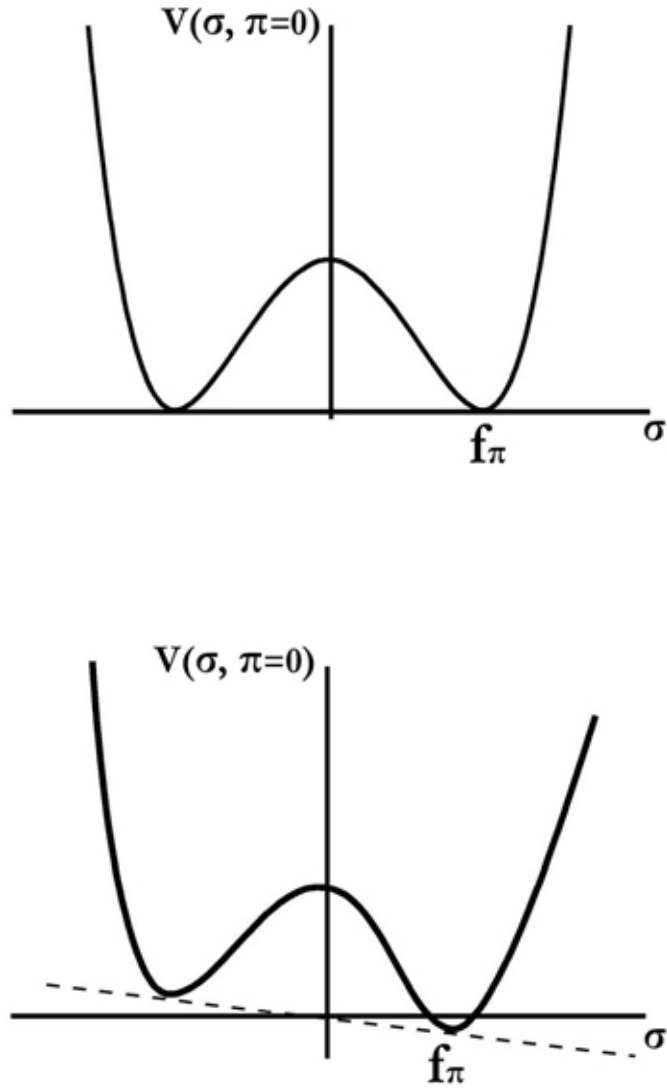


Figura 2.2: Sezione del potenziale di Goldstone **in alto**: in assenza di rottura esplicita della simmetria chirale **in basso**: in presenza di rottura esplicita della simmetria chirale

2.4.4 Ripristino della simmetria chirale

Attraverso lo studio della simmetria chirale e della sua rottura si è arrivati a dare un'interpretazione dell'origine della massa dei pioni e della differenza di massa tra mesoni che costituiscono una coppia chirale.

In precedenza si è citato più volte come il grado di rottura della simmetria dipenda dalla temperatura e/o dalla densità. In questo paragrafo si vuole presentare una trattazione che delinea la variazione della massa degli adroni a causa di tale effetto.

Si consideri il vuoto di QCD: è detto condensato dei quark⁹ nel vuoto il valore di aspettazione della coppia formata da un quark e un antiquark:

$$\langle \bar{q}q \rangle_0$$

Il condensato dei quark può essere utilizzato come parametro d'ordine della simmetria chirale nel vuoto.

Ci si aspetta che per piccole variazioni della densità il condensato vari linearmente con ρ [1]:

$$\langle \bar{q}q \rangle_\rho = \langle \bar{q}q \rangle_0 + \langle N|\bar{q}q|N \rangle \rho + \dots \quad (2.31)$$

dove $\langle N|\bar{q}q|N \rangle$ è l'elemento di matrice di $\bar{q}q$ tra gli stati del nucleone N . Attraverso una trattazione che vede anche l'utilizzo della seguente relazione ottenuta da Gell-Mann, Oakes e Renner [3][1] per i quark up e down:

$$m_\pi^2 = -\frac{m_u + m_d}{2f_\pi^2} \langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle_0 \quad (2.32)$$

si ottiene l'importante risultato [1]:

$$\langle \bar{q}q \rangle_\rho = \langle \bar{q}q \rangle_0 \left(1 - \frac{\Sigma_N}{m_\pi^2 f_\pi^2} \rho + \dots \right) \quad (2.33)$$

dove il termine Σ_N è definito:

$$\Sigma_N = \frac{1}{2}(m_u + m_d) \langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle_N \quad (2.34)$$

ed ha un valore sperimentale di ~ 45 MeV.

⁹Il condensato dei quark è detto anche condensato chirale.

Sostituendo i valori sperimentali si ottiene che a densità normale, $\rho_0 = 0.17$ nucleoni/fm³, il condensato diminuisce circa del 35%.

Questo spostamento del valore del condensato implica uno spostamento del valore della massa dei mesoni e tale fenomeno prende il nome di *shift del picco*.

Un altro approccio è quello del modello detto *Brown Rho Scaling*. Il punto di partenza di tale modello è la Lagrangiana del sistema nel caso di basse energie e densità nulla (cioè nel vuoto). Il modello assume che al variare della densità la Lagrangiana rimanga inalterata o che abbia variazioni minime, mentre le masse degli adroni e le costanti di accoppiamento varino secondo i vincoli dettati dalla rottura/esistenza delle simmetrie della Lagrangiana.

Dalla Lagrangiana di Skyrme, che descrive gli adroni per $\rho=\rho_0$ e $T=T_0$, si ottengono i seguenti valori per il raggio quadratico medio e per la massa dei barioni[2]:

$$\langle r^2 \rangle \simeq \frac{g_A}{f_\pi^2} \quad e \quad M \simeq g_A^{\frac{1}{2}} f_\pi$$

dove g_A è un termine adimensionale detto *axial vector coupling constant* e f_π è la costante di decadimento del pione. Il valore di f_π è stato determinato sperimentalmente e vale $\simeq 93$ MeV.

Il risultato ottenuto da tale modello è il seguente:

$$\frac{m_\sigma^*}{m_\sigma} \simeq \frac{m_N^*}{m_N} \simeq \frac{m_\rho^*}{m_\rho} \simeq \frac{m_\omega^*}{m_\omega} \simeq \frac{m_\pi^*}{m_\pi}$$

dove i termini contrassegnati con l'asterisco rappresentano il caso di densità $\rho \neq 0$.

All'aumentare della temperatura la variazione che ci si aspetta del valore del condensato non è lineare come nel caso della densità, ma in prima approssimazione si ha [1][8]:

$$\langle \bar{q}q \rangle_T = \langle \bar{q}q \rangle_{T=0} \left(1 - \frac{T^2}{8f_\pi^2} \right) \quad (2.35)$$

Oltre allo spostamento del picco descritto in precedenza, si ha un altro fenomeno legato alla larghezza del picco. Se si considera un adrone in un mezzo esso avrà una vita media inferiore rispetto al caso in cui si trovi nel vuoto a causa degli urti che subisce con le altre particelle.

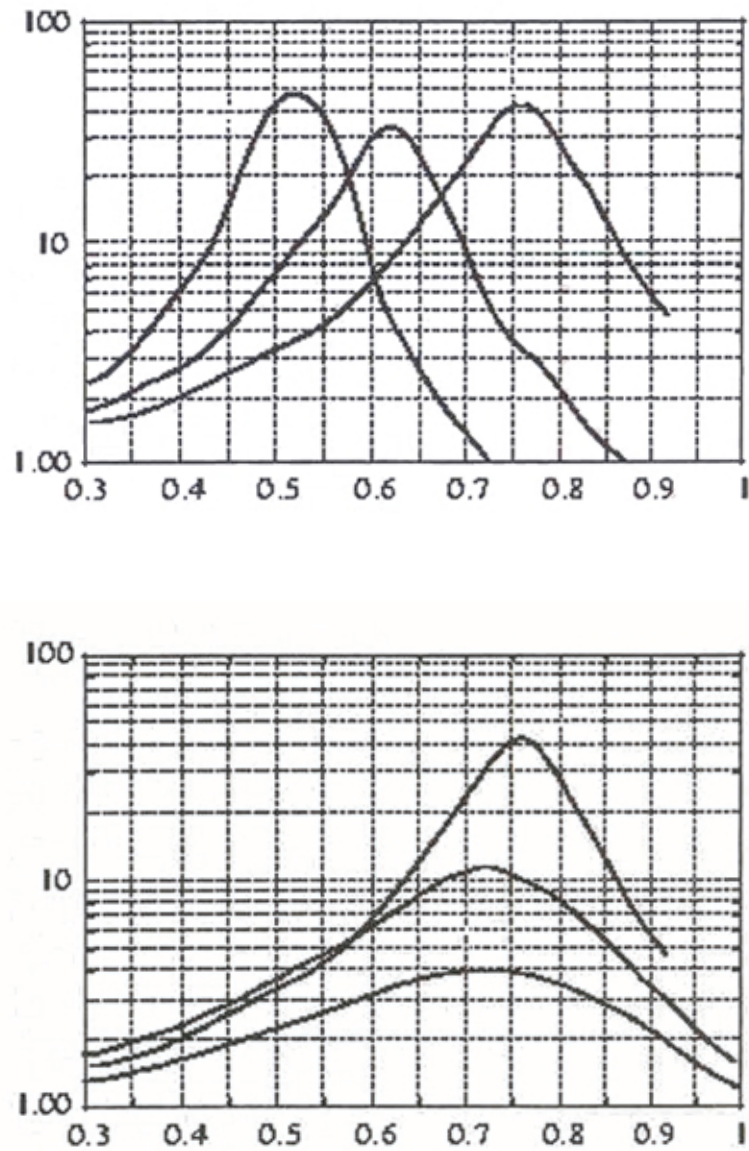


Figura 2.3: **In alto:** Previsioni teoriche dello spostamento del picco del fattore di forma, grandezza legata alla distribuzione di massa del mesone ρ al variare della densità. **In basso:** Previsioni teoriche dell'allargamento del fattore di forma al variare della densità. In entrambi i grafici, le curve sono determinate per densità nulla, densità "normale" e densità doppia rispetto alla densità "normale".

Dal principio di indeterminazione si ha:

$$\Delta E \simeq \frac{\hbar}{t} \quad (2.36)$$

per cui al variare di densità e/o temperatura ci si aspetta un allargamento dello spettro di massa degli adroni.

In figura 2.4 è mostrato l'andamento del valore del condensato chirale al variare di densità e temperatura. La curva che descrive la variazione di tale valore è stata ottenuta tramite una simulazione basata sul modello Nambu-Jona-Lasinio[23]. In figura sono mostrate anche le regioni raggiungibili e raggiunte dalle strutture sperimentali disponibili attualmente o nei prossimi anni.

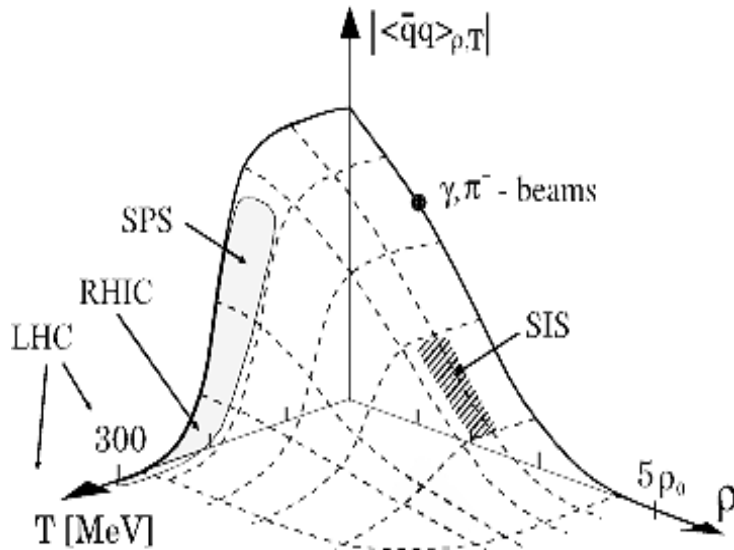


Figura 2.4: Previsione teorica della variazione del valore del condensato chirale al variare della temperatura e della densità[23].

2.5 Modello a dominanza vettoriale

In questo paragrafo si vuole presentare il modello che giustifica la ricerca di coppie bileptoniche derivanti dal decadimento di mesoni vettori. A partire

dalla presentazione di alcuni aspetti teorici e sperimentali, che caratterizzano la materia nucleare, si arriva a presentare i risultati sperimentali che rappresentano una verifica di tale modello.

2.5.1 Interazione elettrone - materia nucleare

La sezione d'urto differenziale per collisioni elastiche di elettroni su nucleoni è data dalla formula di Rosenbluth [9]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left(\frac{G_E^2 + G_M^2}{1+b} + 2bG_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.37)$$

dove:

$$b = -\frac{q^2}{4m^2c^2}$$

q è il tetra-momento trasferito nella collisione

$G_E(q^2 = 0) = \frac{Q}{e}$ è il fattore di forma elettrico

$G_M(q^2 = 0) = \frac{\mu}{\mu_N}$ è il fattore di forma magnetico

e

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = 4(z e^2)^2 \frac{E^2}{(qc)^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.38)$$

è la sezione d'urto differenziale di Mott ottenuta per collisioni di elettroni considerati particelle aventi spin $\frac{1}{2}$ su nuclei con spin zero, considerati puntiformi.

Se gli unici elementi che caratterizzano la sezione d'urto fossero i fattori di forma allora si avrebbe una notevole differenza nel caso di protoni e nel caso di neutroni. Infatti per i primi si ha: $G_E^p(0) = 1$ e $G_M^p(0) = 2.79$ mentre per i neutroni si ha: $G_E^n(0) = 0$ e $G_M^n(0) = -1.71$.

2.5.2 Interazione fotone - materia nucleare

Studi sperimentali della sezione d'urto fotone-protone e fotone-neutrone mostrano che le sezioni d'urto di questi due processi hanno valori molto prossimi tra loro [10].

Nella collisione fotone nucleo inoltre ci si aspetta una sezione d'urto per il foto-assorbimento proporzionale al numero di nucleoni, invece per energie

superiori a qualche GeV la sezione d'urto è inferiore alla somma delle sezioni d'urto dei singoli nucleoni.

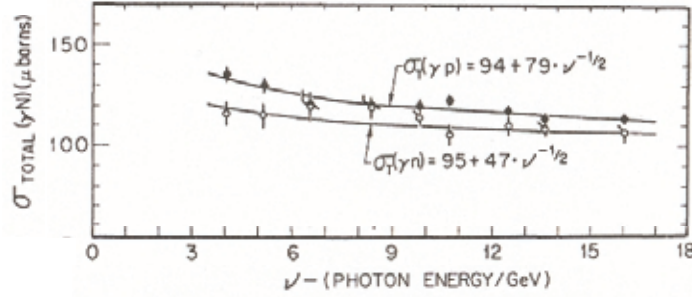


Figura 2.5: Sezione d'urto fotone-protone e fotone-neutrone [10].

Quando si studia l'interazione fotone-adrone è possibile suddividere il problema considerando due regioni corrispondenti a $q^2 < 0$ e $q^2 > 0$. Nel primo caso i fotoni sono detti di tipo spazio e vi è trasferimento solo del momento lineare mentre nel secondo caso si hanno fotoni di tipo tempo e vi è trasferimento solo di energia.

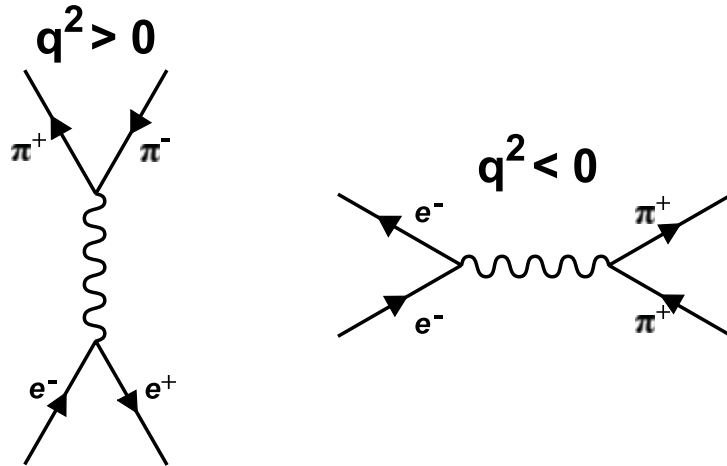


Figura 2.6: **A sinistra:** scambio di un fotone di tipo tempo, $q^2 > 0$. **A destra:** scambio di un fotone di tipo spazio, $q^2 < 0$.

In figura 2.6 sono riportati i diagrammi di Feynman nel caso di annichilazione di una coppia $e^+ e^-$ e successiva creazione, attraverso un fotone, di una coppia

$\pi^- \pi^+$, e nel caso d'interazione tra un elettrone e un mesone π attraverso lo scambio di un fotone.

Se si considera il processo di annichilazione ($q^2 > 0$) la regione corrispondente a $0 \leq q^2 < (2m_{part})^2$ non è sperimentalmente accessibile in quanto l'energia del fotone non è sufficiente per generare le 2 particelle nel canale finale.

2.5.3 Modello a Dominanza Vettoriale

Per il principio di indeterminazione di Heisenberg $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ il fotone può violare la legge di conservazione dell'energia/impulso per un tempo opportunamente breve. E' possibile quindi che il fotone trascorra parte del tempo nello stato di bosone vettore virtuale purchè vengano rispettate le leggi di

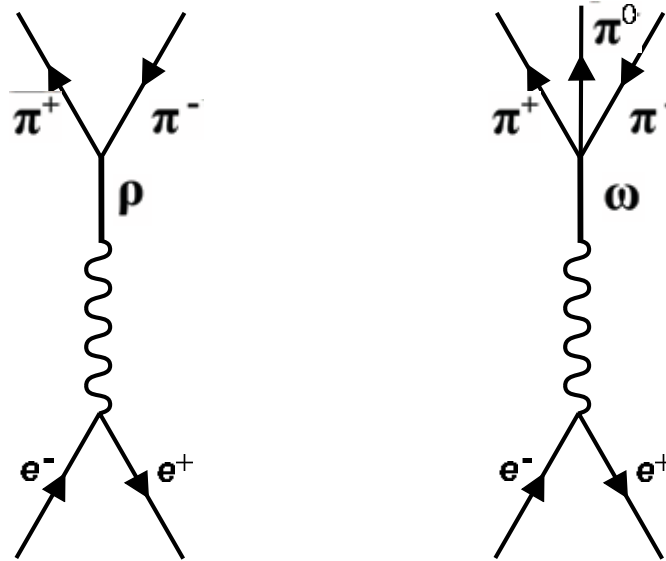


Figura 2.7: Annichilazione di una coppia dileptonica e creazione di una coppia pionica attraverso un mesone vettore: **A sinistra:** bosone di scambio: mesone ρ . **A destra:** bosone di scambio mesone ω .

conservazione dei numeri quantici ($J^{PC} = 1^{--}$). Questa è l'ipotesi su cui si basa il Modello a Dominanza Vettoriale (VMD).

In particolare il modello VMD ipotizza che i bosoni vettori virtuali in cui il fotone può trasformarsi siano i mesoni vettori leggeri (ad esempio ρ , ω e ϕ) [11].

In figura 2.7 è mostrato il processo possibile tenendo conto del modello a dominanza vettoriale nel caso in cui il bosone di scambio sia un mesone ρ o un mesone ω .

2.5.4 Verifica sperimentale del Modello a Dominanza Vettoriale

Se si studia sperimentalmente l'andamento del fattore di forma $F(q^2)$ nella regione di tipo tempo per urti $\pi + \pi$, si ottiene una diminuzione molto

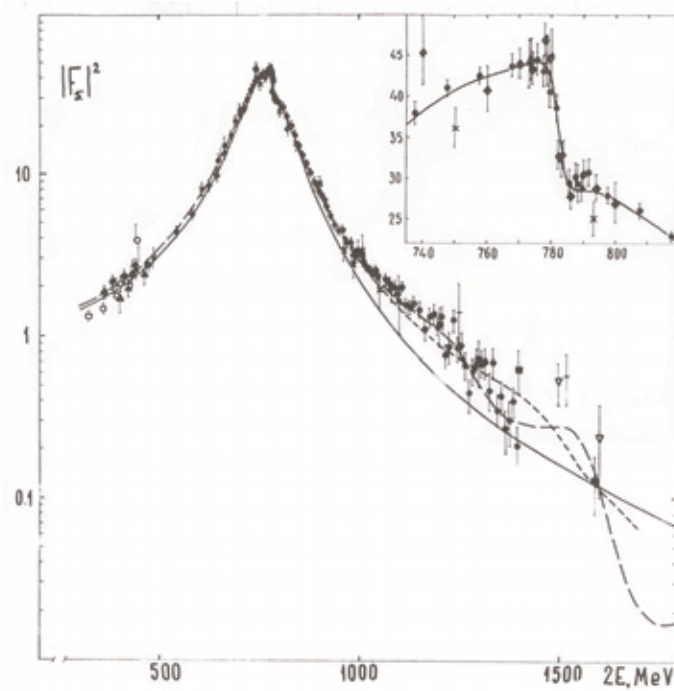


Figura 2.8: Andamento del modulo quadro del fattore di forma ($F(q^2)$) in funzione dell'energia incidente ($2E$) per collisioni $\pi + \pi$. Nel riquadro è riportato un ingrandimento della regione in cui diventa possibile generare un mesone ρ o un mesone ω .

netta di $F(q^2)$ in prossimità del valore della massa dei mesoni vettori ρ e ω ($769 \text{ MeV}/c^2$ e $783 \text{ MeV}/c^2$ rispettivamente). In tale regione, come indicato precedentemente, diventa possibile la conversione del fotone in uno di questi due mesoni vettori.

In figura 2.8 è riportato un grafico che mostra i dati sperimentali ottenuti e il confronto con le previsioni teoriche [12].

2.6 Risultati sperimentali

Sono stati effettuati diversi esperimenti volti allo studio delle modificazioni delle caratteristiche degli adroni in materia nucleare densa e/o calda per verificare la validità dei modelli teorici esistenti.

Il primo esperimento realizzato è stato DLS (DiLepton Spectrometer)[25]. DLS è stato operativo tra il 1987 e il 1993 al BEVALAC di Berkeley e ha studiato collisioni p+A e A+A per energie cinetiche del proiettile comprese tra 1 e 5 AGeV. Il difetto di questo esperimento è la bassa accettazione del rivelatore, quindi la bassa statistica rende difficile l'accurata analisi dei dati.

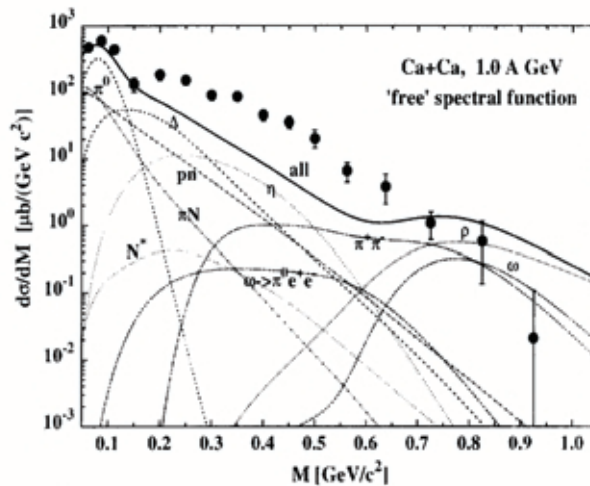


Figura 2.9: Risultati ottenuti da DLS per collisioni Ca+Ca[25]. Le linee indicano i contributi dovuti ai diversi canali determinati tramite previsioni teoriche.

In figura 2.9 sono riportati i risultati ottenuti da DLS per collisioni Ca+Ca per energie cinetiche del fascio incidente di 1 AGeV e le previsioni teoriche che tengono conto di tutti i possibili contributi considerando le proprietà degli adroni nel vuoto.

Questa figura mostra la sezione d'urto in funzione della massa invariante della coppia bileptonica. Si può notare un aumento rispetto alle previsioni teoriche della sezione d'urto nella regione di massa invariante in cui il contributo maggiore è dovuto al decadimento del mesone η .

Un altro esperimento che ha studiato collisioni tra ioni pesanti è CERES (ChErenkov Ring Electron Spectrometer) all'SPS del CERN[27][26]. Nelle figure 2.10 e 2.11 sono riportati i risultati per le collisioni p+Au a 450 GeV e Pb+Au a 158 AGeV rispettivamente e le previsioni teoriche determinate tramite l'utilizzo delle proprietà degli adroni nel vuoto[25].

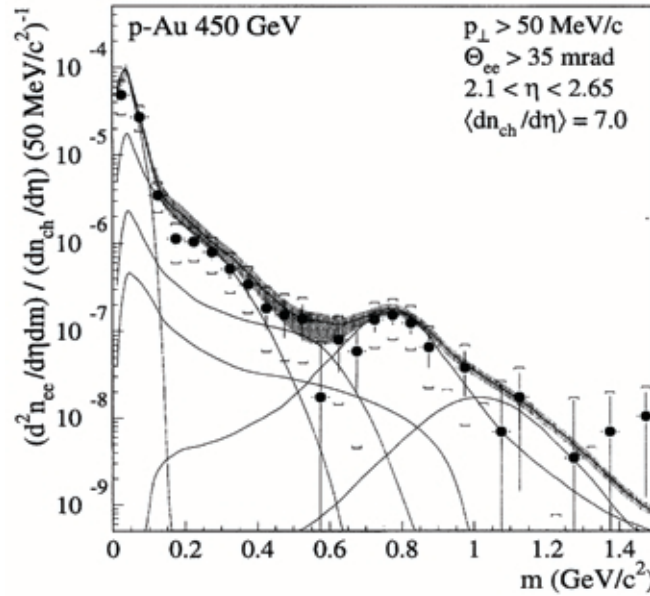


Figura 2.10: Risultati ottenuti da CERES per collisioni p+Au[26]. Le linee indicano i contributi dovuti ai diversi canali di decadimento. Tali contributi sono determinati tramite previsioni teoriche.

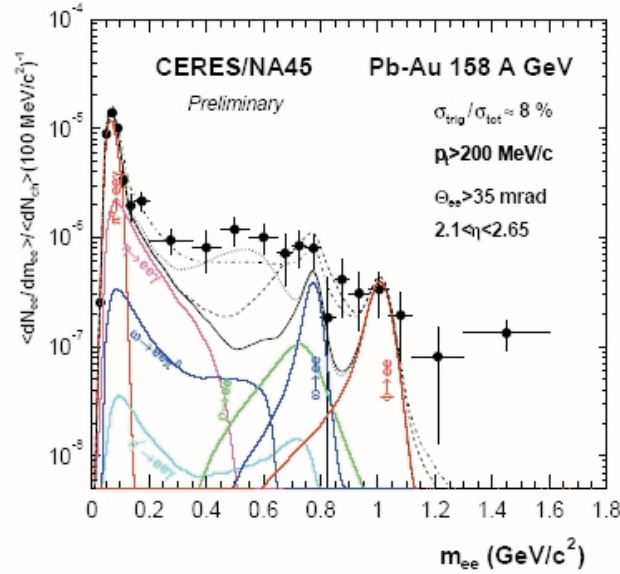


Figura 2.11: Risultati ottenuti da CERES per collisioni Pb+Au[27]. Le linee indicano i contributi dovuti ai diversi canali di decadimento. Tali contributi sono determinati tramite previsioni teoriche.

Da questi risultati si può notare che per collisioni p+Au le previsioni teoriche sono in buon accordo con i dati sperimentali[26], mentre per il caso di collisioni Pb+Au vi è una discrepanza tra le previsioni teoriche e i dati sperimentali per valori di massa invariante della coppia $e^+ e^-$ superiori a $0.2 \text{ GeV}/c^2$ [27]. Inoltre la differenza maggiore si ha nella regione di massa in cui vi è il contributo del mesone vettore ρ .

Un altro esperimento che ha portato risultati per energie differenti dai precedenti è E325 al KEK-PS in Giappone[28]. Tramite lo spettrometro E325 sono state studiate collisioni p+A per energie cinetiche dei protoni incidenti pari a 12 GeV.

In figura 2.12 sono riportati i risultati ottenuti per collisioni p+C e p+Cu. In entrambi i casi è possibile notare una discrepanza tra il numero di coppie misurate e il numero di coppie attese nella regione di massa invariante della coppia $e^+ e^-$ compresa tra $0.5 \text{ GeV}/c^2$ e $0.7 \text{ GeV}/c^2$.

H.A.D.E.S. è stato progettato per misure accurate a energie medio-basse,

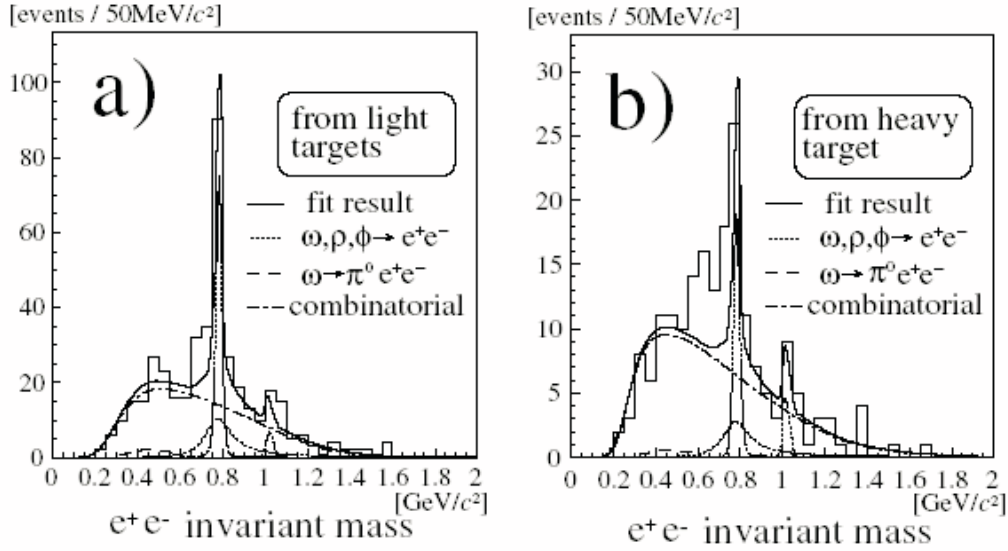


Figura 2.12: Risultati ottenuti da E325 **a)** per collisioni p+C; **b)** per collisioni p+Cu[28]. Le linee indicano i contributi dovuti ai diversi canali di decadimento.

infatti è ottimizzato per lo studio di coppie dileptoniche prodotte dal decadimento di adroni generati da collisioni tra nuclei pesanti (Ca+Ca e Au+Au) per energie cinetiche del fascio pari a 1-2 GeV per nucleone e per collisioni p+A per energie dei protoni incidenti pari a 1-2 GeV.

Al fine di raggiungere tale scopo è necessario effettuare misure preliminari di collisioni p+p. Tale studio è necessario principalmente per le seguenti motivazioni:

1. studio del canale $pp \rightarrow pN(1535) \rightarrow pp\eta$
2. determinazione della taratura e dell'allineamento del rivelatore
3. verifica delle procedure di analisi dei dati
4. studio del canale elastico $pp \rightarrow pp$

Lo studio del canale $pp \rightarrow pN(1535) \rightarrow pp\eta$ è molto importante, infatti nonostante la sezione d'urto inclusiva nella regione vicina alla soglia di produzione della η sia ben nota, i dati sperimentali relativi alla sezione d'urto per energie più elevate sono affetti da errori significativi[31].

L'elevata accettazione di H.A.D.E.S., inoltre permette sia uno studio inclusivo attraverso l'analisi della massa mancante del sistema $p+p$ per gli eventi in cui siano stati rivelati entrambi i protoni, sia uno studio esclusivo tramite la determinazione del decadimento Dalitz $\eta \rightarrow e^+e^-\gamma$. Dalla determinazione delle proprietà cinematiche delle coppie $p+p$ ed e^+e^- , infatti si ottengono le informazioni necessarie per la ricostruzione del mesone η senza aver bisogno di rivelare anche il fotone[31].

Lo studio del canale $pp \rightarrow pN(1535) \rightarrow pp\eta$ permette anche di verificare le procedure di analisi dei dati attraverso lo studio del canale di decadimento $pp\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Tale passo è necessario per validare i dati che verranno generati successivamente da collisioni tra nuclei pesanti.

Infine lo studio del canale elastico permette di verificare e migliorare la taratura e l'allineamento del rivelatore e di determinare la risoluzione della ricostruzione della massa invariante e del momento delle particelle rivelate.

Capitolo 3

Lo spettrometro H.A.D.E.S.

Il rivelatore *H.A.D.E.S.* (High Acceptance DiElectron Spectrometer) è stato realizzato per lo studio della produzione di coppie bileptoniche $e^+ e^-$ prodotte dalla collisione tra ioni pesanti (ad esempio C, Ca, Au) ad energie incidenti comprese tra 1 e 2 GeV per nucleone (GeV/N o AGeV) ed è progettato in modo da avere alta efficienza e buona risoluzione.

H.A.D.E.S. è operativo al centro di ricerca internazionale G.S.I.¹ a Darmstadt in Germania; esso presenta un'elevata accettazione geometrica, pari a circa il 40% dell'intero angolo solido e la capacità di lavorare con un'elevata frequenza di conteggio, requisito fondamentale dato che il fascio di particelle utilizzato ha una intensità di circa 10^8 particelle per spill².

L'elevata accettazione di H.A.D.E.S. e la capacità di sostenere tassi di conteggio elevato sono caratteristiche necessarie ai fini degli esperimenti. Gli eventi che si vogliono studiare, infatti, hanno una probabilità di verificarsi molto bassa, ad esempio nel caso di una collisione Au + Au a 2 AGeV si ha la produzione di 10^{-6} coppie $e^+ e^-$ prodotte dal decadimento di un mesone vettore, si ha cioè la produzione di una coppia ogni milione di collisioni[24].

Le caratteristiche di maggior interesse per lo studio delle proprietà degli adroni sono:

- massa invariante
- momento trasverso

¹Gesellschaft für SchwerIonenforschung

²Uno spill corrisponde a 7 s.

E' quindi molto importante che H.A.D.E.S. offra un'ottima risoluzione per tali grandezze:

- la risoluzione della massa invariante è pari a $\Delta m/m \simeq 1\%$ per una massa di ~ 800 MeV
- la risoluzione del momento trasverso è pari a $\Delta p_t/p_t \simeq 1\%$

Questi valori permettono di studiare i mesoni vettori. Si consideri ad esempio, il caso del mesone ω , il quale ha una massa nel vuoto di 782 MeV e una larghezza di 8 MeV, con una risoluzione dell'1% si è in grado di determinare eventuali variazioni della forma della distribuzione di massa che possono essere viste come segnali del ripristino della simmetria chirale.



Figura 3.1: Veduta di H.A.D.E.S.. E' possibile notare la suddivisione di tutta la struttura in 6 settori uguali attorno alla direzione del fascio.

Lo spettrometro H.A.D.E.S. è costituito da diversi rivelatori, i quali presentano una suddivisione in 6 settori uguali (si veda figura 3.1) disposti attorno alla direzione del fascio che forniscono una copertura totale per angoli azimutali e una copertura parziale, compresa tra 18° e 88° , per angoli polari.

I sottorivelatori che compongono H.A.D.E.S. sono:

1. RICH (Ring Imaging CHerenkov detector) rivelatore a luce Cherenkov utilizzato per il riconoscimento dei leptoni
2. Magnete superconduttore a geometria toroidale che produce un campo magnetico compreso tra 0.26 T e 0.9 T
3. MDC (Mini Drift Chamber) 4 piani di camere a deriva due poste prima del magnete e due dopo, per la ricostruzione delle traiettorie delle particelle
4. TOF (Time Of Flight) rivelatore di tempo di volo che permette di determinare anche la molteplicità dell'evento e contribuisce all'identificazione delle particelle

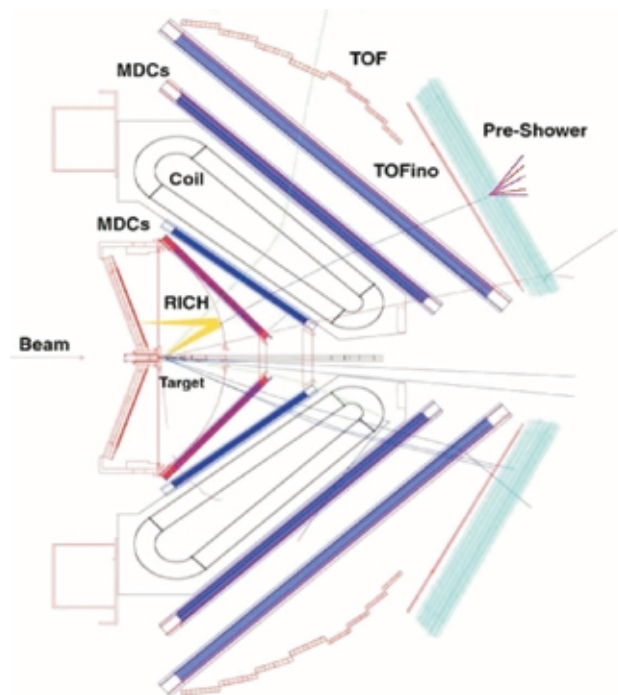


Figura 3.2: Schema della sezione di H.A.D.E.S..

5. Tofino rivelatore di tempo di volo che copre gli angoli polari compresi tra 18° e 45°
6. SHOWER rivelatore di sciame realizzato per l'identificazione dei leptoni

3.1 Rivelatore a luce Cherenkov (RICH)

Il rivelatore RICH sfrutta il fenomeno fisico della produzione di luce Cherenkov. Quando una particella si muove all'interno di un mezzo con velocità superiore alla velocità di fase della luce nello stesso mezzo vi è produzione di luce che prende il nome di luce Cherenkov.

Il radiatore del RICH contiene il gas che costituisce la parte attiva del rivelatore, in esso infatti viene prodotta la luce Cherenkov.

Il gas utilizzato è il C_4F_{10} scelto appositamente per le sue proprietà, infatti il rivelatore deve essere in grado di rivelare le coppie $e^+ e^-$ ed allo stesso tempo deve essere "cieco" agli adroni.

Per ottenere tale proprietà si sfrutta il fatto che il fenomeno di emissione

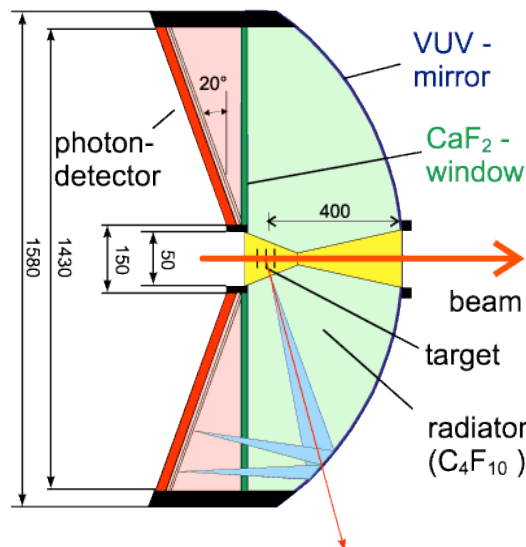


Figura 3.3: Rappresentazione della sezione del rivelatore RICH.

di luce Cherenkov presenta una soglia, infatti la particella deve avere una velocità $v_{part} > \frac{c}{n} = v_s$ dove c è la velocità di propagazione della luce nel vuoto, n l'indice di rifrazione del mezzo e v_s la velocità della luce nel mezzo. Esprimendo la velocità della particella attraverso β , dove $\beta = \frac{v}{c}$, e attraverso il fattore di Lorentz γ si ha:

$$\beta_s = \frac{1}{n} \quad \text{e} \quad \gamma_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_s^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2 - 1}} \quad (3.1)$$

Da quest'ultima relazione si vede come il valore di soglia dipenda esclusivamente dall'indice di rifrazione del mezzo in cui avviene la propagazione. Il gas C_4F_{10} presenta un indice di rifrazione pari a 1.00151 che corrisponde al valore di soglia: $\gamma_s \simeq 18.2$.

Se si converte tale valore in energia³ è possibile determinare l'energia minima che una particella deve possedere per produrre luce Cherenkov.

Nel caso di protoni, pioni ed elettroni si hanno rispettivamente i seguenti valori:

$$\begin{array}{lll} \text{protone} & m_p \simeq 938 \text{ MeV}/c^2 & E_s^p \simeq 17 \text{ GeV} \\ \pi^{+/-} & m_{\pi^{+/-}} \simeq 139.6 \text{ MeV}/c^2 & E_s^\pi \simeq 2.5 \text{ GeV} \\ \pi^0 & m_{\pi^0} \simeq 135.0 \text{ MeV}/c^2 & E_s^\pi \simeq 2.5 \text{ GeV} \\ \text{elettrone} & m_e \simeq 511 \text{ KeV}/c^2 & E_s^e \simeq 9 \text{ MeV} \end{array}$$

Poichè il fascio incidente ha energie dell'ordine di 1-2 AGeV e tenuto conto dei valori di soglia ottenuti si può concludere che gli elettroni e i positroni generati nella collisione avranno con buona probabilità un'energia superiore al valore

³Dalla formula relativistica dell'energia:

$$E = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + p^2 c^2} \quad (3.2)$$

e da $p = m\gamma v$ segue:

$$E = m_0 c^2 \sqrt{\frac{n^2}{n^2 - 1}} \quad (3.3)$$

dove si è sostituito il valore di soglia $p = p_s = m\gamma_s v_s$ con $\gamma_s = \sqrt{\frac{n^2}{n^2 - 1}}$ e $v_s = c/n$. Sostituendo $n = 1.00151$ si ottiene: $E_s \simeq 18.2 \cdot m_0 c^2$.

di soglia. Per i protoni la probabilità di produrre luce Cherenkov è con buona approssimazione nulla, per i pioni invece tale probabilità è piccola, ma non nulla. Per scartare i segnali provenienti dai pioni è necessario implementare le informazioni del RICH con quelle provenienti dagli altri rivelatori.

La lunghezza d'onda della luce Cherenkov emessa al passaggio degli elettroni cade nell'ultravioletto, regione dello spettro elettromagnetico per cui il gas C_4F_{10} risulta trasparente.

Un'altra grandezza caratteristica del fenomeno è l'angolo di apertura del cono di luce. Esso dipende esclusivamente dalla velocità della particella e dall'indice di rifrazione del mezzo:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{\beta n}\right). \quad (3.4)$$

Il radiatore termina con uno specchio (diviso in 6 settori) che permette di riflettere la luce Cherenkov prodotta dagli elettroni con una riflettanza⁴ media dell'80% [13]. Lo specchio ha raggio di curvatura di 881 mm ed ogni settore è ulteriormente diviso in tre pannelli.



Figura 3.4: Radiatore del rivelatore a luce Cherenkov (RICH).

⁴Tale valore è stato ottenuto tramite test effettuati con sorgenti di luce VUV (Vacuum Ultra Violet).

La luce riflessa esce dal radiatore attraversando una lamina di CaF_2 . Tale componente è necessaria per separare il gas C_4F_{10} dal rivelatore di fotoni e presenta una trasparenza ai raggi VUV dell'ordine del 70%.

Il rivelatore di fotoni è formato da 6 Multi Wire Proportional Chambers (MWPC) con fotocatodi di CsI con fattore di amplificazione 10^5 .

Ogni settore è suddiviso in 4712 pads in modo da offrire una buona granularità. I pads hanno area variabile compresa tra $7 \times 6.6 \text{ mm}^2$ e $4.5 \times 6.6 \text{ mm}^2$ e presentano un'efficienza di rivelazione dell'ordine del 90% per ogni fotoelettrone emesso.

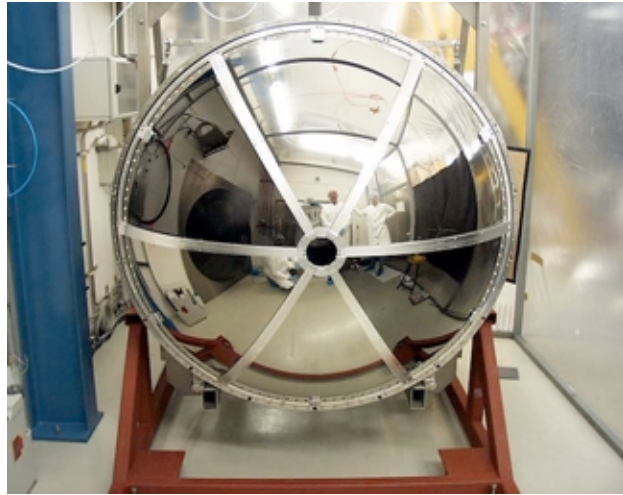


Figura 3.5: Specchi del rivelatore a luce Cherenkov (RICH).

3.2 Camere a deriva (MDC)

Le camere a deriva sono distribuite su 4 differenti piani; di cui due sono situati prima della regione con campo magnetico (denominati MDC1 e MDC2) e due dopo tale regione (denominati MDC3 e MDC4). Lo scopo di questo sistema di camere è quello di ottenere una determinazione più precisa possibile della traiettoria delle particelle e di ottenere informazioni relative al momento lineare delle stesse.

Ogni camera è formata da 6 piani di fili anodici. Per ogni anodo si ha l'individuazione di una cella di deriva, la quale, in base alla posizione in cui si trova, può avere dimensioni differenti e comprese tra $5 \times 5 \text{ mm}^2$ e $10 \times 14 \text{ mm}^2$. I fili anodici nei diversi piani non sono tutti orientati nella stessa direzione, ma sono ruotati tra loro in modo da avere una maggiore precisione nella determinazione della posizione della particella. In particolare i due strati più esterni hanno una rotazione di $+40^\circ$ e -40° , i due centrali di 0° e gli altri due di -20° e $+20^\circ$ dove gli angoli sono determinati rispetto al piano orizzontale, come si può vedere nella figura 3.6.

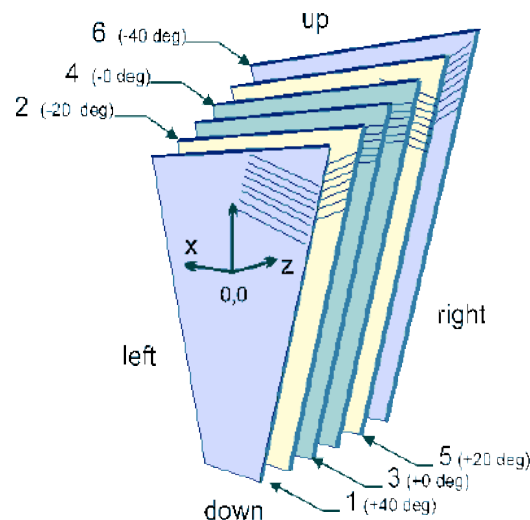


Figura 3.6: Visualizzazione grafica della rotazione dei piani anodici dell'MDC.

Le camere sono riempite da un gas formato da una miscela di elio e isobutano, il quale si ionizza a causa del passaggio di una particella carica. La nube elettronica così prodotta viene raccolta dai fili anodici. Dalla differenza di tempo impiegato dal segnale per raggiungere le due estremità del filo si determina il punto in cui è passata la particella.

Le celle di deriva sono circa 27000, numero che permette di ottenere una risoluzione spaziale inferiore a $100 \mu\text{m}$ e di lavorare con un'elevata frequenza di conteggi.

Dallo studio della curvatura della traiettoria ricostruita tramite le informazioni acquisite dai piani prima e dopo il magnete è possibile determinare il momento della particella con una risoluzione pari a $\frac{\Delta p}{p} \lesssim 1\%$.

3.3 Rivelatore di sciame (SHOWER)

Il rivelatore di sciame copre la regione polare compresa tra 18° e 45° e serve per implementare le informazioni provenienti dal RICH riguardanti l'identificazione dei leptoni.

Il rivelatore è formato da tre Multi Wire Drift Chamber (MWDC) separate tra loro da una lamina di piombo. Quando un elettrone (o un positrone) attraversa uno strato di piombo perde energia ed emette fotoni per effetto

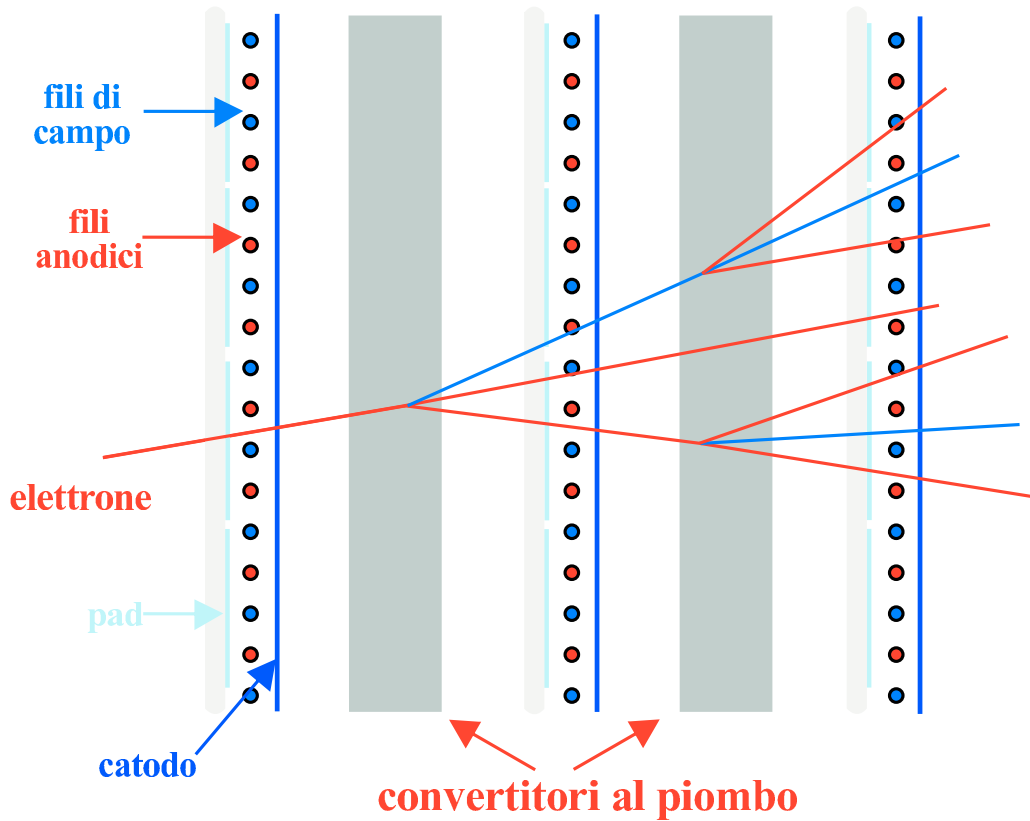


Figura 3.7: Rappresentazione della struttura del rivelatore SHOWER in presenza di uno sciame elettromagnetico.

di Bremsstrahlung. I fotoni possono decadere in una coppia $e^+ e^-$, e i due leptoni possono a loro volta produrre altri fotoni dando origine a uno sciame elettromagnetico.

Le camere operano a regime di *Self-Quenching Streamer* (SQS) nel quale la carica prodotta da una particella è indipendente dall'energia rilasciata dalla particella stessa.

Il principio di funzionamento delle MWDC è lo stesso delle MDC, è possibile quindi ottenere informazioni sulla posizione delle particelle. La risoluzione spaziale è minore rispetto a quella delle MDC a causa della minor granularità del rivelatore.

Nonostante il fatto che le camere operino nel regime SQS è possibile che un adrone di bassa energia, interagendo con le lastre di piombo, perda una quantità così elevata di energia da produrre un segnale simile a quello generato da uno sciame elettromagnetico. E' possibile scartare questi segnali errati dallo studio del tempo di volo delle particelle, informazione ottenuta tramite il rivelatore Tofino che si trova davanti al rivelatore di sciame.

3.4 Rivelatori di Start e di Veto

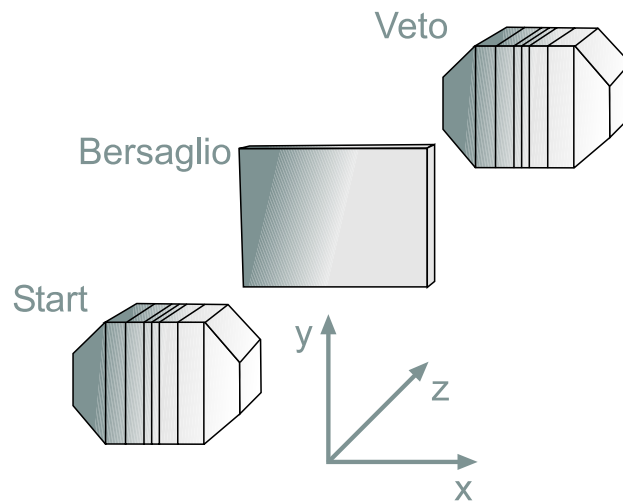


Figura 3.8: Schematizzazione della posizione dei rivelatori di Start e di Veto.

I rivelatori di Start e di Veto sono costituiti di rivelatori al diamante sintetico policristallino (Chemical Vapour Deposition CVD).

Il rivelatore di Start è collocato prima del bersaglio, a 75 cm da esso, mentre il rivelatore di Veto è posto dopo il bersaglio, anch'esso a 75 cm.

Il rivelatore di Start fornisce un segnale di tempo in corrispondenza dell'arrivo di una particella sul bersaglio e determina il segnale di partenza per il TOF.

I due rivelatori sono in anticoincidenza, se si ha un segnale da entrambi i rivelatori allora si suppone che la particella abbia attraversato il bersaglio senza interagire con esso e si rigetta l'informazione, se invece viene prodotto un segnale solo dal rivelatore di Start allora si suppone che la particella abbia interagito con il bersaglio e si avvia la registrazione dei dati. Attraverso tale selezione è possibile ridurre di un fattore 10 la frequenza degli eventi.

Lo spessore dei rivelatori è di $100\ \mu\text{m}$ e permette di avere un'elevata efficienza senza alterare la forma del fascio.

I due rivelatori sono segmentati in 8 strisce conduttrici; tale suddivisione è effettuata in modo che in ogni sezione il numero di conteggi al secondo sia circa lo stesso. Tale segmentazione è necessaria per effettuare diverse condizioni di veto e per avere informazioni sulla posizione del fascio.

Il segnale prodotto da ogni sezione è amplificato da un Diamond Broad-band Amplifier a basso rumore e processato singolarmente.

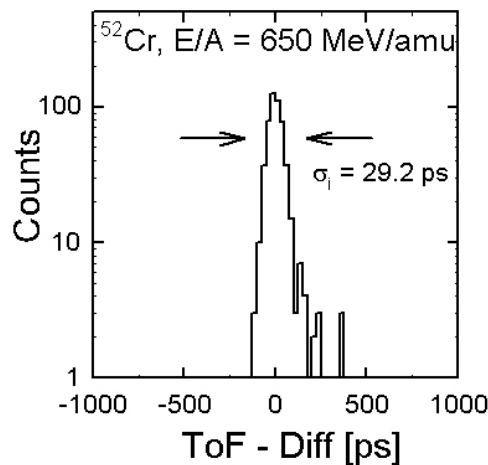


Figura 3.9: Risoluzione temporale del rivelatore di Start determinata tramite test effettuati con un fascio di Cromo con energia per nucleone $E/N = 650\ \text{AMeV}$.

La risoluzione temporale del rivelatore di Start determinata tramite test effettuati con un fascio di Cromo ad energia per nucleone 650 AMeV è di ~ 30 ps come è possibile vedere nella figura 3.9, mentre la risoluzione ottenuta attraverso il set up sperimentale di H.A.D.E.S. è di ~ 60 ps.

L'efficienza del veto basata sull'anticoincidenza tra una sezione dello Start e tre del Veto è del 96.5%.

3.5 Rivelatore di tempo di volo

Il rivelatore di tempo di volo fornisce le seguenti informazioni:

1. segnale di tempo che unito al segnale di start fornisce il tempo impiegato dalla particella per percorrere lo spazio tra il bersaglio e il rivelatore
2. energia depositata dalla particella all'interno del rivelatore
3. molteplicità, cioè il numero di particelle che costituiscono un evento
4. posizione del punto in cui la particella colpisce il rivelatore

Le informazioni raccolte hanno una duplice funzione, esse infatti vengono utilizzate sia durante l'acquisizione dei dati che successivamente. L'utilizzo delle informazioni durante l'acquisizione permette di realizzare dei trigger in modo da registrare le informazioni degli eventi di interesse per l'esperimento e rigettare gli eventi che non lo sono, in modo da ridurre il numero di dati da registrare su supporto magnetico.

3.5.1 Tempo di volo

Poichè il sistema si trova in regime relativistico è necessario utilizzare una trattazione relativistica della cinematica e della dinamica delle particelle per la determinazione del tempo di volo.

L'energia di una particella è:

$$E = m_0 \gamma c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.5)$$

dove m_0 è la massa a riposo della particella e $\beta = \frac{v}{c}$.

Indicando con s lo spazio percorso dalla particella si ottiene la seguente relazione fra il tempo di volo τ e β :

$$\beta = \frac{s}{\tau c} \quad (3.6)$$

Dalle due relazioni precedenti si ottiene:

$$\tau = \frac{s}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c}{p} \right)^2} \quad (3.7)$$

dove

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} - m_0^2 c^2. \quad (3.8)$$

La conoscenza del tempo di volo permette di separare i segnali provenienti dai leptoni (elettroni e positroni) da quelli provenienti dagli adroni (ad esempio protoni e pioni). Gli elettroni infatti avendo massa inferiore rispetto agli adroni, a parità di momento avranno velocità superiore e quindi il loro tempo di volo sarà inferiore.

Esplicitando la relazione 3.7 in funzione di p si vede come sia possibile risalire al momento di una particella, dopo che essa sia stata identificata, conoscendo il tempo di volo e lo spazio percorso, informazione ottenuta tramite le MDC.

3.5.2 Struttura del rivelatore

Il rivelatore di tempo di volo segue la geometria che caratterizza tutto lo spettrometro H.A.D.E.S.. Risulta infatti diviso in sei settori uguali che coprono interamente gli angoli azimutali, mentre ognuno dei settori copre la regione polare compresa tra 18° e 88° .

Per angoli "in avanti", cioè per deviazioni piccole rispetto alla direzione del fascio, il numero di particelle che colpiscono il rivelatore è molto elevato, inoltre queste particelle posseggono un'elevata energia.

A causa della limitatezza dello spazio a disposizione per tali angoli è stato necessario suddividere il rivelatore in due parti distinte:

1. **TOF** che copre gli angoli polari compresi tra 45° e 88°

2. **Tofino** che copre gli angoli polari compresi tra 18° e 45°

Ogni settore del TOF ha forma trapezoidale ed è costituito di 64 barre di scintillatore per un totale di 384 barre. Affinchè non vi sia dispersione luminosa le barre sono raggruppate in moduli da 8 e racchiuse in un contenitore nero di fibra di Carbonio, inoltre al fine di limitare l'assorbimento da parte delle pareti interne ogni barra è rivestita da poliestere alluminizzato e da nastro nero per l'isolamento ottico.

Non tutte le barre hanno le stesse dimensioni, ma sono studiate in modo che la granularità per angoli "in avanti", dove il numero di particelle incidenti per evento è maggiore, sia tale da ridurre al minimo la possibilità che due particelle colpiscano la stessa barra. I quattro moduli più esterni sono composti da barre aventi una sezione di $30 \times 30 \text{ mm}^2$ e la loro lunghezza è compresa tra 2365 mm, quelle più esterne, e 1970 mm, quelle più interne.

Le barre che costituiscono i quattro moduli più interni hanno una sezione di $20 \times 20 \text{ mm}^2$ e la loro lunghezza è compresa tra 1940 mm, quelle più esterne, e 1475 mm, quelle più interne.

Quando una particella attraversa una barra perde energia eccitando le molecole del materiale, le quali diseccitandosi producono un segnale luminoso. La luce prodotta dal passaggio della particella si propaga all'interno della barra fino a raggiungerne le estremità.

Il materiale utilizzato come scintillatore è il BC 408, scintillatore plastico, scelto per le sue caratteristiche intrinseche:

- buona lunghezza di attenuazione⁵: 3.8 m
- buona efficienza di scintillazione: $\sim 10^4$ fotoni/MeV
- elevata velocità di diseccitazione: tempo di decadimento pari a 2.1 ns.

Ad ogni estremità della barra è montato un fotomoltiplicatore con il compito di convertire il segnale luminoso in segnale elettrico.

⁵La lunghezza di attenuazione l è definita come la distanza alla quale l'intensità luminosa si riduce di un fattore e^{-1} , dove l'intensità luminosa L varia in funzione dello spazio percorso dalla radiazione luminosa secondo la legge: $L(x) = L_0 e^{-\frac{x}{l}}$.

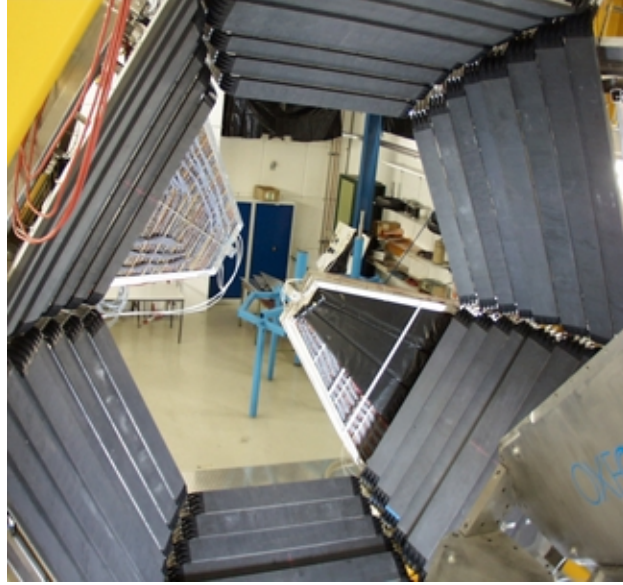


Figura 3.10: Rivelatore di tempo di volo TOF, è possibile vedere la struttura dei 6 settori.

Il fotomoltiplicatore è connesso alla barra attraverso una guida di luce che forma un angolo di $\sim 67^\circ$ con la direzione della barra. Questo passaggio è necessario per minimizzare gli spazi morti.

Attraverso l'analisi dei segnali registrati alle due estremità di una stessa barra è possibile risalire alla posizione in cui la particella ha colpito il rivelatore⁶.

Sul TOF sono stati montati fotomoltiplicatori EMI 9133B aventi diametro di 26 mm e dotati di un fotocatodo bialcalino la cui efficienza quantistica Q_{eff} è del 25%.

L'efficienza quantistica in funzione della lunghezza d'onda della radiazione incidente sul catodo è definita come:

$$Q_{eff}(\lambda) = \frac{\text{numero di fotoelettroni emessi}}{\text{numero di fotoni incidenti sul catodo}} \quad (3.9)$$

Affinchè il segnale non subisca alterazioni a causa del campo magnetico prodotto dal magnete i fotomoltiplicatori sono avvolti in un rivestimento composto da una lega di Co+Fe+Cr+Si+B.

⁶Nel capitolo 5 viene presentata una trattazione per la determinazione della posizione in cui avviene l'interazione particella-rivelatore a partire dalla differenza tra il tempo impiegato dal segnale luminoso a raggiungere un'estremità e l'altra.

I segnali generati dai fotomoltiplicatori attraversano una catena elettronica composta da vari moduli:

- TDC (Time to Digital Converter) converte il segnale di tempo da analogico a digitale, rielabora le informazioni sul tempo di volo della particella
- CFD (Constant Fraction Discriminator) precede il modulo TDC e permette di eliminare errori nella determinazione dell'inizio del segnale dovuti all'ampiezza dello stesso.

Il segnale di energia è prelevato dall'ultimo dinodo del fotomoltiplicatore e processato attraverso un altro modulo:

- ADC (Analog to Digital Converter) converte il segnale di ampiezza da analogico a digitale, rielabora le informazioni sulla perdita di energia della particella.

I dati provenienti dalle catene elettroniche devono essere rielaborati e convertiti nelle seguenti informazioni fisiche:

1. tempo di volo della particella
2. posizione dell'evento all'interno del rivelatore
3. energia depositata dalla particella

La risoluzione temporale che si è in grado di ottenere considerando le proprietà del TOF e la catena elettronica descritta in precedenza vale circa 160 ps, mentre la risoluzione spaziale vale circa 26 mm.

3.5.3 Rivelatore Tofino

Il rivelatore Tofino copre la regione angolare compresa tra 18° e 45° ed è diviso in 6 settori uguali, ognuno dei quali è formato da 4 lastre di scintillatore. Il principio fisico utilizzato per rivelare le particelle incidenti è lo stesso sfruttato dal TOF. Tra i due rivelatori però esistono alcune differenze fondamentali:

1. ad ogni barra del Tofino è accoppiato un solo fotomoltiplicatore, il che implica che non è possibile ottenere informazioni sulla posizione in cui la particella colpisce la barra di scintillatore
2. la granularità del Tofino è inferiore quindi la probabilità che due particelle colpiscano la stessa lastra è non trascurabile, aumenta così la probabilità di perdere informazioni utili.

La risoluzione temporale del Tofino è inferiore a 600 ps, valore comunque sufficiente per implementare l'informazione dello SHOWER per una più precisa selezione dei segnali dovuti al passaggio di un elettrone (o di un positrone) da quelli dovuti al passaggio di adroni lenti per i quali non vale il regime SQS.

E' in programma di sostituire il Tofino con un rivelatore che sfrutti un sistema di RPC (Resistive Plate Chamber)[15].

La risoluzione che si potrebbe ottenere attraverso questa soluzione è di ~ 107 ps con un'efficienza del 98% per frequenze di conteggio inferiori o uguali a 800 Hz/cm^2 .

3.6 Trigger

Il numero di dati che viene generato da tutti i canali dei rivelatori che compongono H.A.D.E.S. è dell'ordine di 3 Gbyte/s. Data l'impossibilità di registrare un numero di dati così elevato si è dotato HADES di un trigger on line basato su tre livelli [16][17]. In figura 3.11 è mostrato uno schema della struttura del trigger.

Come indicato in precedenza, uno dei rivelatori che fornisce informazioni al trigger è il TOF. Affinchè le informazioni siano utilizzabili è necessario che il TOF rielabori le informazioni acquisite e le invii all'unità di raccolta (Matching Unit) dove vengono implementate con le informazioni ottenute dagli altri rivelatori in tempi brevi.

Affinchè la procedura di trigger abbia un effetto positivo sulla selezione dei dati da rigettare è inoltre necessario che il rivelatore abbia una buona taratura sia spaziale che temporale anche durante la fase di acquisizione.

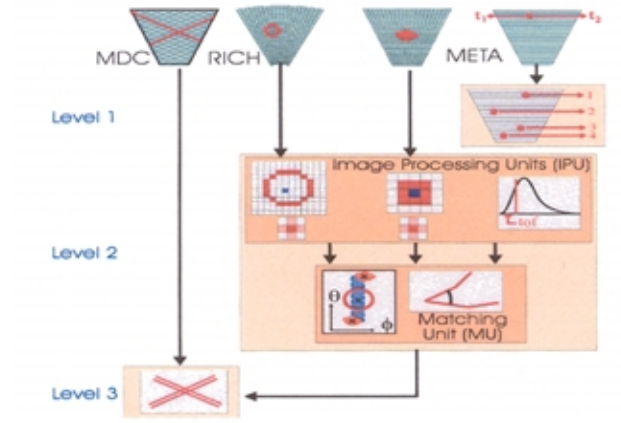


Figura 3.11: Schema della struttura del trigger di HADES.

A questo scopo all'inizio della presa dati vengono effettuate alcune misurazioni in assenza di campo magnetico e la taratura così ottenuta viene utilizzata per tutto il periodo di acquisizione. Successivamente questa calibrazione viene sostituita da una calibrazione più accurata.

3.6.1 Trigger di primo livello

Il trigger di primo livello serve per selezionare gli eventi generati da collisioni centrali. A tale scopo si sfrutta la molteplicità, ovvero il numero di particelle che vengono prodotte nella collisione. Il valore della molteplicità è dato dal numero di particelle che colpiscono il TOF e il TOFINO. Vengono così rigettati gli eventi che presentano una bassa molteplicità⁷, il parametro d'impatto, infatti, è legato al numero di particelle prodotte nella collisione.

Il taglio offerto dal trigger di primo livello corrisponde alla riduzione di un fattore 10 del tasso di eventi.

3.6.2 Trigger di secondo livello

Il trigger di secondo livello [17] è diviso in due parti: la prima consiste nella ricerca di "candidati" elettroni in diversi rivelatori, in particolare si selezio-

⁷In base alla composizione del fascio, alla composizione del bersaglio e al canale di reazione che si è interessati a studiare è possibile variare il valore di soglia.

nano le tracce per le quali sono stati ricostruiti anelli nel RICH, trovate particelle veloci nel TOF e determinati sciame elettromagnetici nello SHOWER. Per ognuna di queste tracce si forniscono informazioni riguardanti la posizione rivelata da ogni rivelatore.

Successivamente vengono combinate le informazioni ottenute in precedenza prima e dopo il campo magnetico in modo da selezionare i "candidati" leptoni, stimare il loro momento in base alla deviazione subita a causa del campo magnetico e ricostruire le coppie di elettroni e positroni.

Alla fine di tale procedura, grazie alla determinazione dell'angolo di apertura⁸ è possibile ricostruire le coppie $e^+ e^-$ prodotte da uno stesso decadimento.

Attraverso il trigger di secondo livello si ha una riduzione della frequenza di conteggio di un fattore ~ 100 .

3.6.3 Trigger di terzo livello

Il trigger di terzo livello controlla se in corrispondenza di un evento che ha superato la selezione dei trigger precedenti vi sono tracce ricostruite dalle MDC.

Questa procedura permette di scalare il tasso di conteggi di un fattore 10.

Il risultato finale ottenuto dai tre livelli di trigger è quello di ridurre la frequenza di conteggio da 10^6 Hz a ~ 100 Hz.

Il trigger di terzo livello non è ancora operativo.

⁸Per angolo di apertura di una coppia bileptonica si intende l'angolo esistente tra la direzione di propagazione dell'elettrone e del positrone.

Capitolo 4

Set up sperimentale (Gennaio 2004)

Durante il turno di misura svoltosi tra gennaio e febbraio 2004 è stato effettuato lo studio delle reazioni prodotte dalla collisione protone protone.

Lo scopo principale di tale esperimento è lo studio della risposta dello spettroscopio H.A.D.E.S.. L'utilizzo di protoni, infatti, permette di avere un numero minore di canali di reazione, e quindi di rumore, rispetto a reazioni con nuclei più pesanti (C, Ca, Au). Tale turno di misura permette di effettuare una vera e propria taratura di tutto l'apparato sperimentale e di tutte le procedure effettuate per la ricostruzione delle reazioni avvenute tra bersaglio e proiettile.

Durante il turno di misura sono stati acquisiti ~ 420 milioni di eventi. Di questi dati 50 milioni sono stati prodotti con un'intensità di fascio di $\sim 1.7 \cdot 10^8$ particelle per spill¹, mentre i restanti 370 milioni sono stati ottenuti con un'intensità di fascio di $\sim 7 \cdot 10^7$ particelle per spill.

Il fascio era costituito da protoni accelerati ad energia cinetica di 2.205 GeV ed il bersaglio era di idrogeno liquido contenuto in una camera dal diametro di 5 mm e lunghezza 50 mm ad una densità [18] di $\sim 2 \cdot 10^{23}$ protoni/cm³.

La scelta di utilizzare idrogeno liquido invece che altri stati dell'idrogeno è stata condizionata dalla necessità di avere una buona probabilità di inter-

¹Durata del pacchetto di particelle accelerate dall'acceleratore pari a 7 s.

azione rispetto alle dimensioni del bersaglio, caratteristica disattesa dallo stato gassoso e in rapporto all'assorbimento, caratteristica disattesa dallo stato solido.

Durante il turno di misura è stato utilizzato un campo magnetico di 0.7 T, generato da un'intensità di corrente nelle spire del magnete superconduttore di 3200A.

Sono state effettuate anche alcune misure in assenza di campo magnetico per permettere la taratura spaziale dei rivelatori.

Le misure sono state effettuate in assenza dei rivelatori di Start e di Veto in quando producevano un numero elevato di eventi di rumore. Non è stato dunque possibile effettuare la calibrazione temporale del rivelatore di tempo di volo tramite il rivelatore di Start, ma preliminarmente è stata utilizzata la calibrazione fatta nel precedente turno di acquisizione in cui si era utilizzato anche il rivelatore di Start. Tale turno si è svolto nel settembre del 2003 e aveva lo stesso set up sperimentale del turno di gennaio.

Oltre allo Start si è dovuto rinunciare a due camere a deriva, mancavano infatti le MDC più esterne per i settori 2 e 5.

Tutti gli altri rivelatori erano completamente montati e funzionanti.

4.1 Dati sperimentali

Nella tabella 4.1 sono riportati i dati relativi al fascio di protoni nel sistema di riferimento del laboratorio. L'origine di tale sistema di riferimento corrisponde alla posizione del bersaglio, l'asse z è orizzontale e parallelo alla direzione del fascio, l'asse y è verticale e l'asse x ortogonale ai precedenti.

Nella tabella 4.2 sono riportati i dati relativi al sistema formato dal protone proiettile e dal protone bersaglio nel sistema di riferimento del laboratorio.

Il fattore β riportato è dunque relativo al moto del sistema di riferimento del centro di massa rispetto al sistema di riferimento del laboratorio.

Energia cinetica	2.205 <i>GeV</i>
Quantità di moto	3.000 <i>GeV/c</i>
Energia totale	3.143 <i>GeV</i>
β	0.9544
γ	3.3501
$1/\gamma^2$	0.0891

Tabella 4.1: Grandezze relative al protone proiettile, prima dell'urto, nel sistema di riferimento del laboratorio.

Energia totale	4.081 <i>GeV</i>
β	0.7350
γ	1.4748
$1/\gamma^2$	0.4598

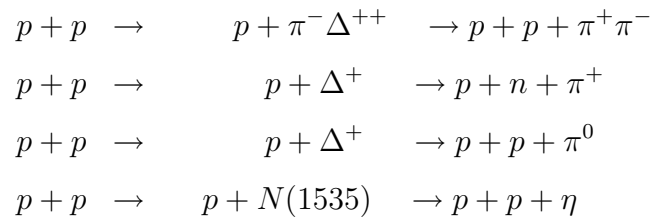
Tabella 4.2: Grandezze relative al sistema formato dal protone proiettile e dal protone bersaglio, prima dell'urto, nel sistema di riferimento del laboratorio.

4.2 Canali di reazione

Quando si verifica una collisione tra protoni ad energia² 2.205 GeV si aprono molteplici canali di reazione. Nella tabella 4.3 sono riportati i canali di reazione più significativi ai fini dell'esperimento e la relativa sezione d'urto [18] [22].

Oltre ai canali riportati nella tabella 4.3 esiste la possibilità che il sistema interagisca attraverso una risonanza.

Alcuni possibili canali risonanti sono:



²Energia cinetica del protone proiettile.

collisione p + p	$E_{cin} = 2.205 \text{ GeV}$
canale finale	sezione d'urto [mb]
p p (urto elastico)	18.0
p n π^+	15.0
p n $\pi^+ \pi^0$	3.5
p p π^0	3.5
p p $\pi^0 \pi^0$	0.6
p p $\pi^0 \pi^0 \pi^0$	0.13
p p $\pi^+ \pi^-$	2.5
p p $\pi^+ \pi^- \pi^0$	0.4
p n $\pi^+ \pi^+ \pi^-$	0.4
p n $\pi^+ \pi^0 \pi^0$	0.4

Tabella 4.3: Principali canali di reazione e relative sezioni d'urto nel caso di collisione tra protoni ad energia 2.205 GeV.

La risonanza Δ presenta una distribuzione di massa centrata sul valore $1.232 \text{ GeV}/c^2$ e una larghezza³ di $0.12 \text{ GeV}/c^2$ [7].

La distribuzione di massa della risonanza N(1535) è centrata sul valore $1.535 \text{ GeV}/c^2$ e presenta una larghezza di $0.15 \text{ GeV}/c^2$ [7].

Nella tabella 4.4 sono riportati i canali di decadimento e le relative probabilità per le risonanze Δ e N(1535).

I valori riportati nelle tabelle 4.3 e 4.4 sono stati utilizzati per produrre dati simulati attraverso il programma di simulazione PLUTO [20]. PLUTO è un software che permette di simulare attraverso il metodo Monte Carlo interazioni tra le particelle.

Dopo che, attraverso PLUTO, si è determinato che tipo di reazione sia

³Dalla larghezza della distribuzione di massa è possibile determinare la vita media ($\tau = \frac{h}{\Delta E}$) della risonanza:

$$\begin{aligned}\tau_{\Delta} &\simeq 1.35 \cdot 10^{-14} ns \\ \tau_{N(1535)} &\simeq 1.08 \cdot 10^{-14} ns\end{aligned}$$

Risonanza	Canale di decadimento	Probabilità di decadimento (%)
Δ^{++}	$p \pi^+$	100
Δ^+	$n \pi^+$	33
Δ^+	$p \pi^0$	66
$N(1535)$	$p \eta$	39

Tabella 4.4: Probabilità di decadimento per le risonanze Δ e $N(1535)$.

avvenuta tra il bersaglio e il proiettile, le particelle vengono virtualmente introdotte nel rivelatore attraverso il programma GEANT [21].

GEANT ha le seguenti funzioni:

1. definire e rappresentare la geometria del rivelatore
2. tracciare la traiettoria delle particelle all'interno del rivelatore
3. generare e gestire le collisioni che le particelle possono subire all'interno del rivelatore

4.3 Ricostruzione del momento

Si è sottolineato più volte come sia importante la determinazione del momento delle particelle per poter effettuare una buona analisi fisica delle reazioni che avvengono tra bersaglio e proiettile.

Per la ricostruzione del momento per i dati di Gennaio 2004 sono state utilizzate due differenti procedure:

- Spline
- Runge Kutta

Entrambi i metodi utilizzano l'informazione dei piani delle MDC prima e dopo il campo magnetico per determinare la variazione della traiettoria della particella a causa del campo magnetico. Da tale variazione è possibile ricavare il momento, infatti queste due grandezze non sono indipendenti.

4.3.1 Spline

La traiettoria della particella viene ricostruita all'interno del sistema di riferimento del laboratorio in cui il piano (x,z) è parallelo alla base del rivelatore con z diretto lungo la direzione del fascio e l'asse y è perpendicolare ai due assi precedenti e diretto verso l'alto.

Le equazioni del moto per le variabili y e x sono rispettivamente date da:

$$\frac{d^2y}{dt^2} \equiv \ddot{y} = \frac{\dot{z}B_x - \dot{x}B_z}{m} \quad (4.1)$$

e

$$\frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x} = \frac{\dot{y}B_z - \dot{z}B_y}{m} \quad (4.2)$$

dove $\vec{B}$ è il campo magnetico e m è la massa della particella.

La relazione utilizzata in questo metodo per legare il momento (P) della particella alla variazione della traiettoria nel piano (y,z) è:

$$P \frac{d^2y}{dz^2} = K(z) \left(B_x \left(1 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right) - B_y \frac{dy}{dz} \frac{dx}{dz} - B_z \frac{dx}{dz} \right) \quad (4.3)$$

dove:

$$K(z) = \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2} \quad (4.4)$$

Per il piano (x,z) si ha un'equazione simile.

Poichè il magnete è costruito in modo da produrre una deflessione lungo la direzione y e avendo posto z coincidente con la direzione del fascio ne segue che le tracce appariranno in prima approssimazione al piano (y,z). Per poter sfruttare questa proprietà per ogni traccia si effettua una rotazione del sistema di riferimento in modo che z coincida con la direzione di propagazione della particella prima del campo magnetico. Si ha così che il termine $\frac{dx}{dz}$ è ragionevolmente nullo.

L'unica assunzione effettuata da questo modello è che all'interno della regione con campo magnetico la dipendenza di z da y sia di terzo grado.

Viene infine scritta la seguente equazione per un punto qualunque della traiettoria:

$$Y = c_1 + c_2(z_i - z_0) + \frac{1}{P} y_i \quad (4.5)$$

dove c_1 e c_2 sono costanti di integrazione, z_i è la coordinata del punto preso in esame, z_0 è la coordinata del punto di intersezione tra la traiettoria della particella e l'inizio della regione con campo magnetico e y_i è il valore sperimentale misurato.

L'equazione 4.5 può essere riscritta come:

$$F \equiv \left(Y - c_1 - c_2(z_i - z_0) - \frac{1}{P}y_i \right). \quad (4.6)$$

Il momento P è determinato tramite una minimizzazione della funzione F . Chiamando $c_3 = \frac{1}{P}$ si determinano le seguenti condizioni di minimo da ricercare:

$$\frac{\partial F}{\partial c_1} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial c_2} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F}{\partial c_3} = 0. \quad (4.7)$$

Si ottengono così tre equazioni lineari con tre incognite da cui è possibile determinare il momento della particella.

Il sistema è implementato dalla seguente funzione:

$$\chi^2 = \left(Y - y_i \right)^2 \quad (4.8)$$

che permette, attraverso un taglio, di eliminare le tracce per cui non è avvenuta un'efficace ricostruzione della traiettoria e per cui ci si aspetta quindi una non corretta informazione sul momento della particella.

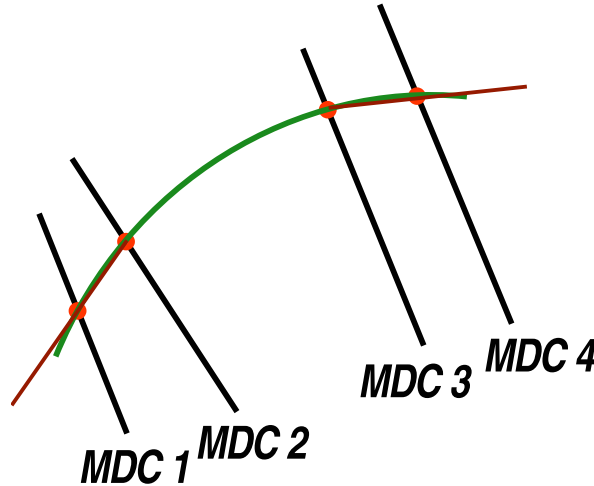


Figura 4.1: Ricostruzione della traiettoria della particella effettuata dall'algoritmo Spline a partire dalla posizione determinata dai quattro piani di MDC.

4.3.2 Runge Kutta

L'equazione del moto utilizzata in questo metodo è:

$$\nabla_s^2 \vec{x} = k \frac{q}{P} \nabla_s \vec{x} \times \vec{B}(\vec{x}) \quad (4.9)$$

dove

$$\begin{aligned} \nabla_s^2 &= \frac{d^2 x}{ds_x^2} + \frac{d^2 y}{ds_y^2} + \frac{d^2 z}{ds_z^2}, \\ \nabla_s &= \frac{dx}{ds_x} + \frac{dy}{ds_y} + \frac{dz}{ds_z} \end{aligned}$$

e s è la lunghezza della traccia.

Si noti come per entrambi i metodi venga utilizzato il valore del campo magnetico in ogni punto dello spazio. Per poter avere una buona stima del momento è quindi necessario disporre di una buona mappatura del campo magnetico prodotto dal magnete superconduttore.

Si definisce un vettore contenente 5 parametri:

$$\mathbf{p} = \left(x, y, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, P \right)$$

e viene chiamata $f(\mathbf{p})$ la soluzione dell'equazione 4.9 in funzione di questo vettore.

Per determinare tutti i parametri e quindi il momento P della particella si minimizza il seguente funzionale:

$$Q(\mathbf{p}) = (m - f(\mathbf{p}))^T W (m - f(\mathbf{p})) \quad (4.10)$$

imponendo la condizione di minimo:

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{p}} = -2(m - f(\mathbf{p}))^T W \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (4.11)$$

dove m è il vettore contenente i dati determinati sperimentalmente, W è la matrice contenente i "pesi" della misura e l'apice T indica la matrice trasposta.

Risulta dunque necessaria la determinazione della funzione $A(\mathbf{p}) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}}$. A tale scopo viene utilizzato un metodo di differenziazione numerico:

$$A_{ik} = \frac{\partial f_i}{\partial p_k} = \frac{f_i(\mathbf{p} + \Delta_k \mathbf{p}) - f_i(\mathbf{p})}{\Delta p_k} \quad (4.12)$$

dove $\Delta_k \mathbf{p} = (0, \dots, \Delta \mathbf{p}_k, \dots, 0)$.

Per giungere al valore finale è necessario risolvere l'equazione del moto 4.9 sei volte, una volta senza variazione ($f_i(\mathbf{p})$) e cinque volte con variazione ($f_i(\mathbf{p} + \Delta_k \mathbf{p})$).

La determinazione del termine A_{ik} viene ripetuta finchè la funzione χ^2

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{m_i - f_i(\mathbf{p})}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.13)$$

non converge al valore minimo.

Lo studio del canale elastico nella collisione protone protone permette di determinare la risoluzione con cui questi due metodi, e quindi H.A.D.E.S., riescono a ricostruire il momento di una particella.

Capitolo 5

Calibrazione del rivelatore TOF

La catena elettronica collegata ad ogni barra del rivelatore TOF fornisce informazioni sull'ampiezza del segnale luminoso prodotto dal passaggio di una particella nel rivelatore, sul tempo impiegato dal segnale per raggiungere i due estremi di una barra e sul tempo in cui la particella ha colpito il rivelatore.

Queste informazioni costituiscono un livello detto *livello raw* dei dati. Per passare al *livello hit* costituito dalle informazioni fisiche:

- tempo di volo
- posizione
- energia depositata

è necessario determinare alcuni parametri differenti per ogni barra.

Supponiamo che una particella colpisca la barra in un punto che disti $\frac{L}{2} - x$ dall'estremo destro e $\frac{L}{2} + x$ dall'estremo sinistro allora i tempi t_R e t_L , rispettivamente tempo misurato all'estremo destro e sinistro, sono dati da:

$$t_R(x) = tof + \frac{1}{V_{gr}}(\frac{L}{2} - x) + D_R \quad (5.1)$$

$$t_L(x) = tof + \frac{1}{V_{gr}}(\frac{L}{2} + x) + D_L \quad (5.2)$$

dove tof è il tempo di volo della particella, V_{gr} la velocità di gruppo della luce all'interno della barra, L la lunghezza della barra e D_R , D_L sono fattori di offset dovuti a ritardi introdotti dalla catena elettronica e dai cavi.

Da queste due equazioni è possibile ricavare il tempo di volo della particella e la posizione dell'hit all'interno della barra:

$$tof = \frac{1}{2}(t_R + t_L) + t_{offset} \quad (5.3)$$

$$x = \frac{1}{2}(t_R - t_L)V_{gr} + x_{offset} \quad (5.4)$$

dove x_{offset} e t_{offset} valgono rispettivamente:

$$x_{offset} = -\frac{1}{2}\left(\frac{L}{V_{gr}} + D_R + D_L\right) \quad (5.5)$$

$$t_{offset} = -\frac{V_{gr}}{2}(D_R - D_L) \quad (5.6)$$

5.1 Ricostruzione del vertice

Per poter effettuare una calibrazione dell'apparato sperimentale è necessario selezionare gli eventi che vengono prodotti all'interno del bersaglio. E' possibile infatti che alcune particelle interagiscano con l'apparato stesso o con la struttura che sostiene H.A.D.E.S. generando eventi secondari errati.

Per effettuare questa selezione viene ricostruita la traiettoria della particella attraverso lo studio dei segnali registrati dai quattro piani di MDC.

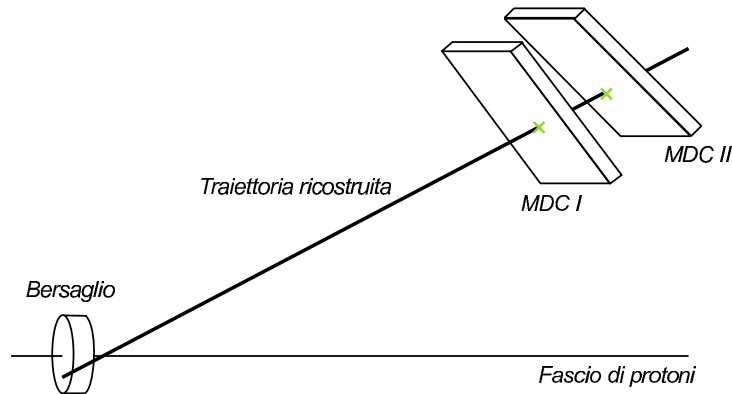


Figura 5.1: Determinazione del vertice di reazione.

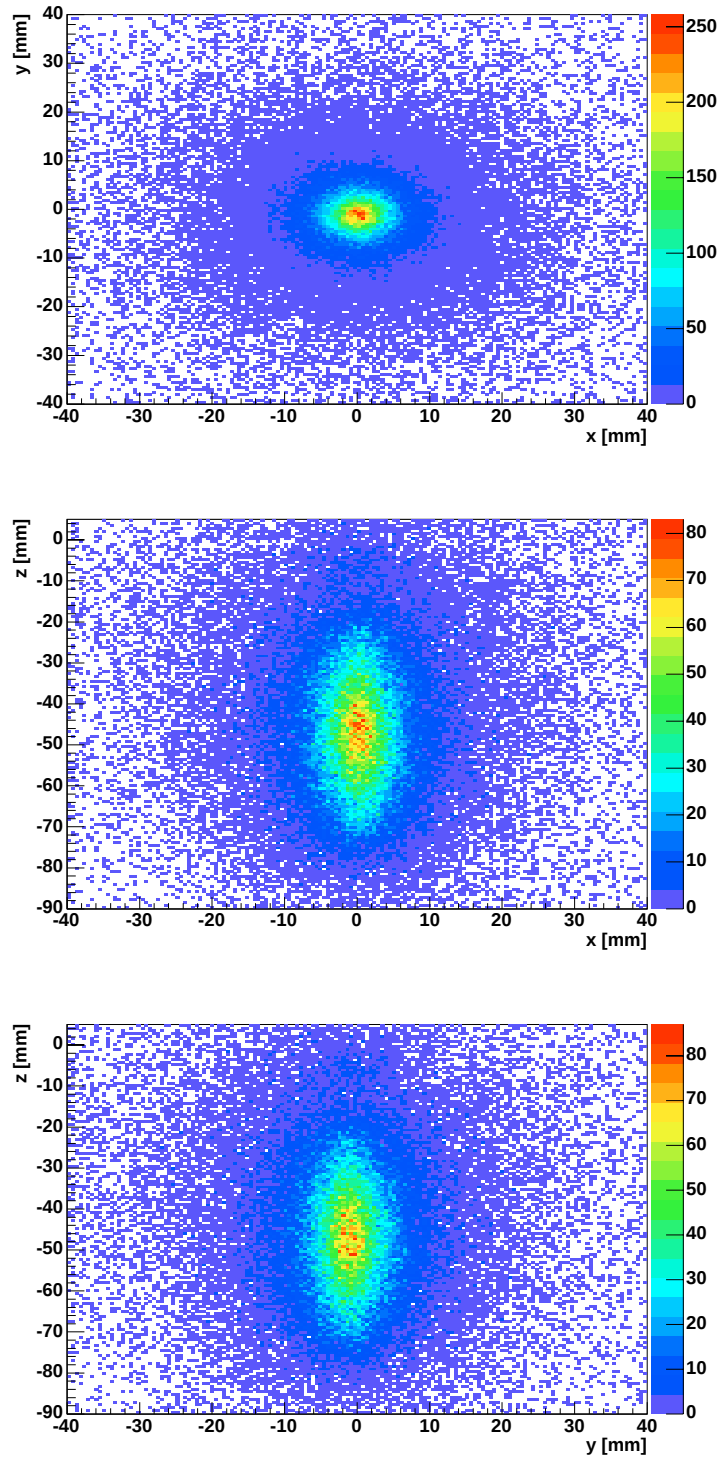


Figura 5.2: Coordinate del vertice di reazione, si noti come la ricostruzione del vertice permetta di determinare eventuali correzioni da apportare alla posizione dell'origine del sistema di riferimento del laboratorio.

Da questa ricostruzione si determina il vertice di reazione, che rappresenta il punto di maggior avvicinamento della traiettoria ricostruita alla direzione di propagazione del fascio.

Nella figura 5.2 sono riportati i grafici dei vertici di reazione ricostruiti con il metodo descritto in precedenza.

Si può notare la forma del bersaglio di idrogeno liquido da cui viene prodotto il maggior numero di eventi. Per eliminare dall'analisi gli eventi che non provengono dal bersaglio si è posto il seguente taglio sulla coordinata z :

$$-80 < z < -30$$

per le coordinate x e y invece si è determinato, attraverso un fit Gaussiano, il centro e la variabile σ della distribuzione ed è stato effettuato un taglio sulla funzione χ così definita:

$$\chi = \sqrt{\frac{(X - X_0)^2}{(\sigma_X)^2} + \frac{(Y - Y_0)^2}{(\sigma_Y)^2}} \quad (5.7)$$

dove X e Y sono i valori delle variabili presi dai dati, X_0 e Y_0 sono i valori veri ottenuti dai fit Gaussiani e σ_X e σ_Y sono anch'essi determinati dai fit Gaussiani.

Tale taglio è stato applicato a tutti i dati di Gennaio 2004.

5.2 Calibrazione spaziale

Per effettuare la calibrazione spaziale vengono effettuate delle misurazioni in assenza di campo magnetico così che le traiettorie delle particelle sono rettilinee.

In questo modo è possibile mettere in relazione le informazioni acquisite dalle MDC e dal TOF. In particolare viene determinata la differenza tra le posizioni rivelate dai due rivelatori.

La differenza in posizione viene calcolata tramite la seguente formula:

$$dif = \frac{Y_{TOF}}{\tan(\phi_{MDC})} - X_{TOF} \quad (5.8)$$

dove è stato utilizzata la proiezione di X_{MDC} sul sistema di riferimento del TOF. Questa procedura viene effettuata separatamente per ogni barra del rivelatore TOF. Se il rivelatore è calibrato si avrà una distribuzione di valori centrata sullo zero, se invece non è calibrato, attraverso questa procedura, è possibile determinare il valore di offset necessario per correggere il disallineamento.

Nella figura 5.3 è mostrato un esempio dell'andamento di tale differenza per una barra campione.

Se si traccia un grafico bidimensionale avente come ascissa il numero di barra e come ordinata la differenza tra le x otteniamo una stima di quanto è tarato il rivelatore.

Questo grafico bidimensionale permette anche di determinare eventuali problemi nell'acquisizione dei dati, infatti, una volta determinata la barra priva di dati è possibile intervenire a livello hardware per risolvere il problema. Nelle figure 5.4 e 5.5 sono riportati i grafici rispettivamente prima e dopo la taratura.

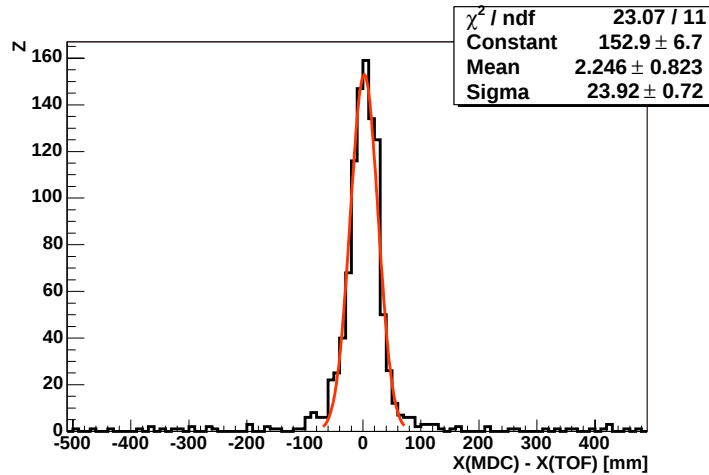


Figura 5.3: Differenza tra la posizione determinata dall' MDC e la posizione determinata dal TOF per una barra campione.

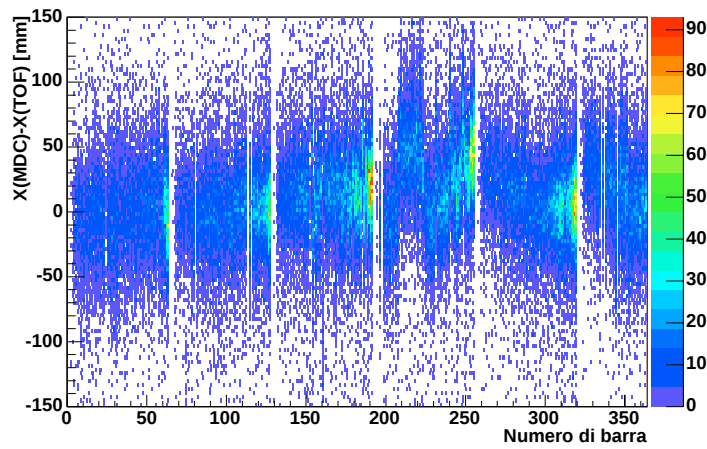


Figura 5.4: Differenza delle x in funzione del numero di barra, prima della taratura.

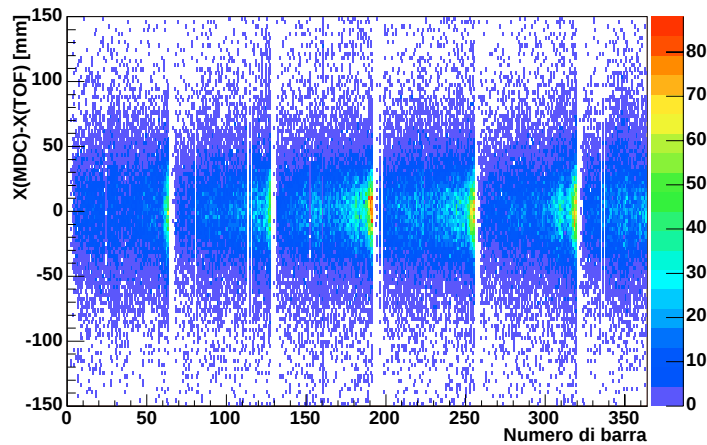


Figura 5.5: Differenza delle x in funzione del numero di barra, dopo il processo di taratura.

Rielaborando i dati barra per barra è possibile calcolare la risoluzione spaziale di ogni barra, essa infatti risulta essere uguale alla larghezza (σ) della distribuzione delle differenze tra le x misurate dall'MDC e dal TOF.

5.3 Calibrazione temporale

Come si è detto in precedenza il turno di misura di Gennaio 2004 è stato effettuato senza il rivelatore di Start. In assenza del segnale comune di Start

si è assunto come inizio del tempo di acquisizione il momento in cui la prima particella colpisce il rivelatore TOF. Attraverso questa procedura ogni evento presenta un diverso tempo di Start e invece di avere il valore effettivo del tempo di volo di ogni particella si ha la differenza tra il tempo di volo della particella più veloce e il tempo di volo della particella considerata.

Per effettuare la calibrazione temporale sono stati utilizzati i dati acquisiti durante il turno di misura svoltosi nel Settembre 2003 durante il quale è stato utilizzato il rivelatore di Start.

E' stato costruito un istogramma per ogni barra contenente i tempi di volo delle particelle per le quali è stato ricostruito un anello nel RICH, in questo modo sono vengono selezionati solamente elettroni e positroni. Inoltre la distanza percorsa dalle particelle è stata normalizzata a 2100 mm.

Supponendo che la velocità degli elettroni e dei positroni sia molto prossima a quella della luce la distribuzione dei tempi di volo dovrebbe essere una Gaussiana centrata intorno¹ a 7 ns. Spostando la distribuzione in modo che il picco si trovi su questo valore si determina il parametro di calibrazione temporale.

5.4 Risoluzione spaziale

Come si è detto in precedenza la risoluzione spaziale risulta data dal valore di (σ) ottenuto da un fit Gaussiano del grafico della grandezza $x_{MDC} - x_{TOF}$ tracciato per ogni barra. In figura 5.3 è riportato tale grafico per una barra campione.

La risoluzione spaziale risulta diversa se si considerano le barre spesse o le barre sottili².

Il grafico riportato in figura 5.6 mostra la risoluzione ottenuta per le barre sottili e per quelle spesse.

Dalla teoria della propagazione degli errori ci si aspetta che la distribuzione

¹Da $t = \frac{v}{s}$ dove $v = 3 \cdot 10^8$ m/s e $s = 2.1$ m si ottiene: $t = 7$ ns.

²Le barre spesse sono le più distanti dalla direzione del fascio e hanno una sezione di 30×30 mm², le barre sottili invece sono poste ad angoli "in avanti" e hanno una sezione di 20×20 mm².

dei valori ottenuti segua un andamento di tipo Gaussiano, allora attraverso un fit vengono determinati il valor vero e l'errore della misura.

Dai fit Gaussiani effettuati separatamente per le barre spesse e le barre sottili si ottengono i seguenti risultati:

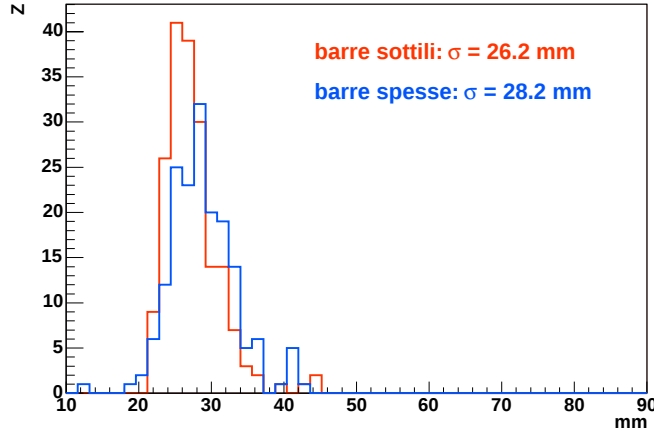


Figura 5.6: **Linea blu** : Risoluzione spaziale per le barre spesse **Linea rossa** : Risoluzione spaziale per le barre sottili.

1. barre spesse:
risoluzione spaziale = 28.2 mm
2. barre sottili:
risoluzione spaziale = 26.2 mm

5.4.1 Velocità di gruppo

Attraverso le grandezze introdotte fino ad ora è possibile determinare un'altra grandezza: la velocità di gruppo della luce nel materiale scintillatore.

È possibile utilizzare la seguente formula che lega la velocità di gruppo e la posizione dell'hit nella barra:

$$x = \frac{1}{2} * (t_R - t_L) * V_{gr} + x_{offset} \quad (5.9)$$

dove t_R e t_L sono rispettivamente i tempi impiegati dalla luce per raggiungere l'estremo destro e sinistro della barra.

Nel grafico riportato in figura 5.7 è possibile notare come i dati sperimentali, raccolti agli estremi di una barra campione, rispettino l'andamento lineare espresso da tale formula.

Al momento dell'installazione del rivelatore TOF è stata effettuata una misura della velocità di gruppo della luce all'interno delle barre. Tale taratura è stata effettuata tramite la misura del tempo impiegato da un impulso luminoso, generato da una sorgente laser, a raggiungere gli estremi.

La luce laser è iniettata tramite fibre ottiche in punti precisi dello scintillatore, ciò permette di conoscere la posizione dell'evento all'interno della barra e quindi di avere una sola variabile dipendente dalle caratteristiche del rivelatore.

Le velocità di gruppo determinate tramite la taratura con il laser vengono assunte come valori veri e hanno i seguenti valori:

1. barre sottili $vg = 162 \frac{mm}{ns}$
2. barre spesse $vg = 164 \frac{mm}{ns}$

Attraverso la formula 5.9 si vede come sia possibile determinare la velocità di gruppo della luce all'interno di una barra attraverso un fit lineare del grafico in figura 5.7 in cui sono mostrati i dati sperimentali.

Da uno studio dell'andamento di tale grafico per ogni barra e dai fit lineari ottenuti si è determinato che il valore di offset è trascurabile.

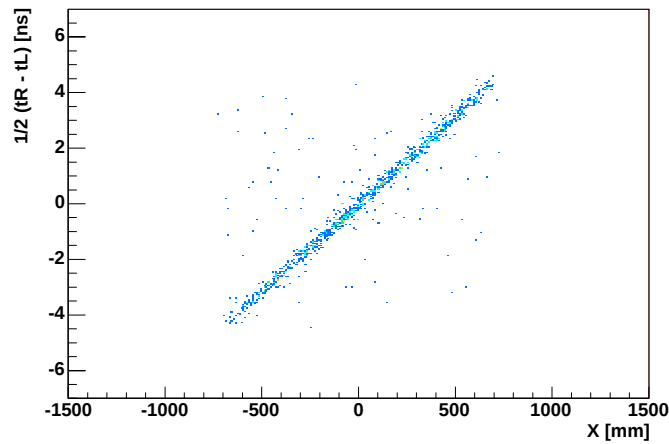


Figura 5.7: Grafico per la determinazione della velocità di gruppo per una barra campione.

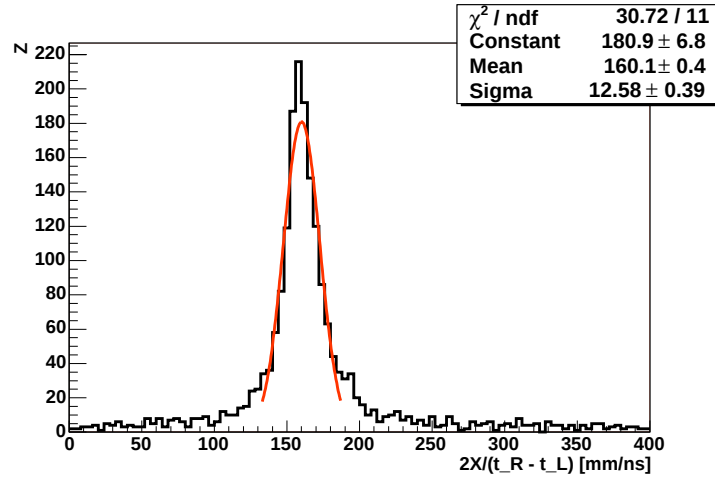


Figura 5.8: Grafico per la determinazione della velocità di gruppo per una barra campione.

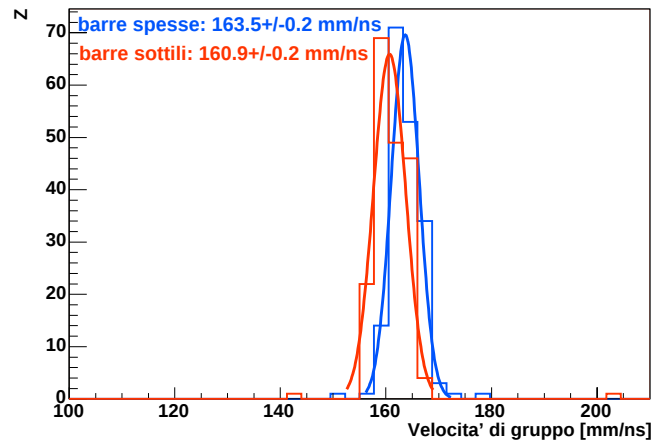


Figura 5.9: **Linea blu** : Velocità di gruppo per barre spesse **Linea rossa** : Velocità di gruppo per barre sottili.

I valori della velocità di gruppo sono stati ottenuti dalla determinazione del centroide della distribuzione della grandezza $\frac{2x}{t_R - t_L}$, trascurando quindi il termine di offset. In figura 5.8 è riportato il grafico di tale grandezza per una barra campione.

In figura 5.9 sono riportati i grafici con i valori delle velocità di gruppo ottenuti separatamente per le barre spesse e per quelle sottili, attraverso un fit Gaussiano di tali grafici si sono ottenuti i seguenti risultati:

1. barre sottili:

$$\text{velocità di gruppo} = 160.9 \text{ mm/ns} \pm 0.2 \text{ mm/ns}$$

2. barre spesse:

$$\text{velocità di gruppo} = 163.5 \text{ mm/ns} \pm 0.2 \text{ mm/ns}$$

5.5 Risoluzione temporale

Attraverso la velocità di gruppo si può avere una stima della risoluzione temporale. È possibile infatti usare la seguente espressione che lega la risoluzione temporale ed il rapporto tra la risoluzione spaziale e la velocità misurata con il laser:

$$\text{Risoluzione temporale} = \frac{\sigma}{V_{gr}} \quad (5.10)$$

I grafici riportati in figura 5.10 mostrano la risoluzione temporale ottenuta per barre spesse e barre sottili. I seguenti valori sono stati ottenuti attraverso un fit Gaussiano dei grafici riportati in figura 5.10:

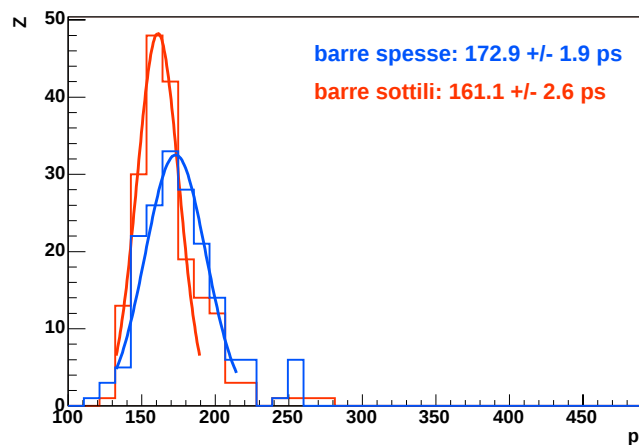


Figura 5.10: **Linea blu** : Risoluzione temporale per le barre spesse **Linea rossa** : Risoluzione temporale per le barre sottili.

1. barre sottili:

$$\text{risoluzione temporale} = 161.1 \text{ ps} \pm 2.6 \text{ ps}$$

2. barre spesse:

$$\text{risoluzione temporale} = 172.9 \text{ ps} \pm 1.9 \text{ ps}$$

Capitolo 6

Canale elastico p+p

6.1 Premessa

In questo capitolo verrà affrontato lo studio del canale elastico per la collisione protone-protone. Il lavoro si compone di due parti, la prima vede l'analisi dei dati simulati, la seconda l'analisi dei dati sperimentali.

La determinazione degli eventi elastici si effettua tramite l'imposizione di alcune condizioni riguardanti le caratteristiche fondamentali della coppia di particelle analizzate, come ad esempio l'impulso e l'energia.

La prima condizione che si deve imporre è sui settori del rivelatore¹ colpiti dalla coppia di protoni. Dalla geometria del rivelatore e dal fatto che l'angolo tra i due protoni nel sistema del centro di massa è 180° segue che i due protoni colpiscono settori opposti.

Detti θ_1 e θ_2 gli angoli polari dei due protoni esiste la seguente relazione che lega γ^2 e il prodotto tra le tangenti di tali angoli²:

$$\tan\theta_1 * \tan\theta_2 = \frac{1}{\gamma^2} \quad (6.1)$$

dove γ è fattore di Lorentz:

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}} \quad (6.2)$$

¹Come si è visto nello studio dell'apparato sperimentale, H.A.D.E.S. è diviso in sei settori uguali attorno alla direzione del fascio che coprono l'intero angolo azimutale e la regione polare compresa tra 18° e 88°.

²Per la dimostrazione di tale formula si veda l'appendice A.

con $\beta = \frac{v}{c}$ e dove v è la velocità del sistema del centro di massa misurata nel sistema di riferimento del laboratorio.

Dai dati riportati nella tabella 4.2 a pagina 59 si ottiene:

$$\tan\theta_1 * \tan\theta_2 = 0.46 \quad (6.3)$$

Siano ϕ_1 e ϕ_2 gli angoli azimutali dei due protoni. Nelle figure 6.1 e 6.2 sono mostrati rispettivamente l'andamento della differenza $|\phi_1 - \phi_2|$ determinato per ogni evento e del prodotto $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$ per tutte le coppie di protoni.

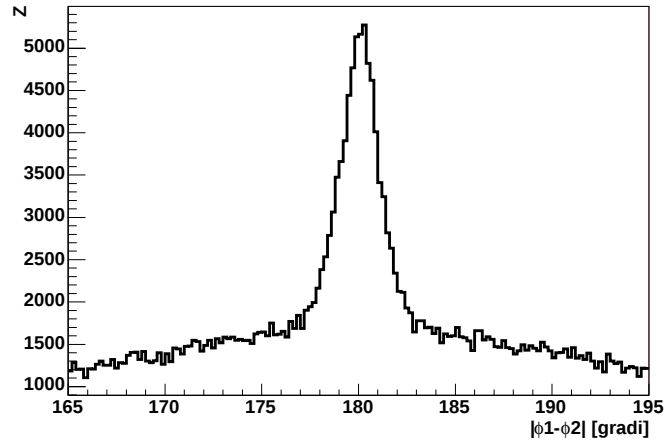


Figura 6.1: Differenza di ϕ : $|\phi_1 - \phi_2|$

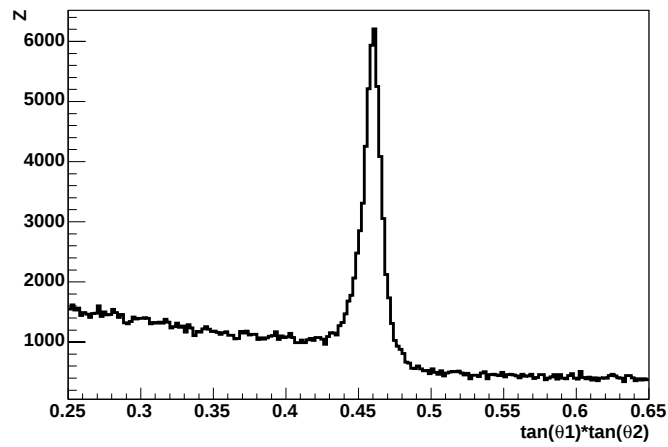


Figura 6.2: Prodotto delle tangenti di θ : $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$.

Queste due grandezze forniscono un buon metodo per la determinazione degli eventi elastici, tali eventi infatti, si concentreranno nella regione di piano caratterizzata da una differenza in ϕ vicina a 180° e un valore del prodotto delle tangenti di θ prossimo al valore atteso.

In figura 6.3 è rappresentato l'andamento di queste due grandezze per tutte le coppie di protoni. In ascisse è riportato il valore di $|\phi_1 - \phi_2|$ mentre in ordinate è riportato il valore di $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$.

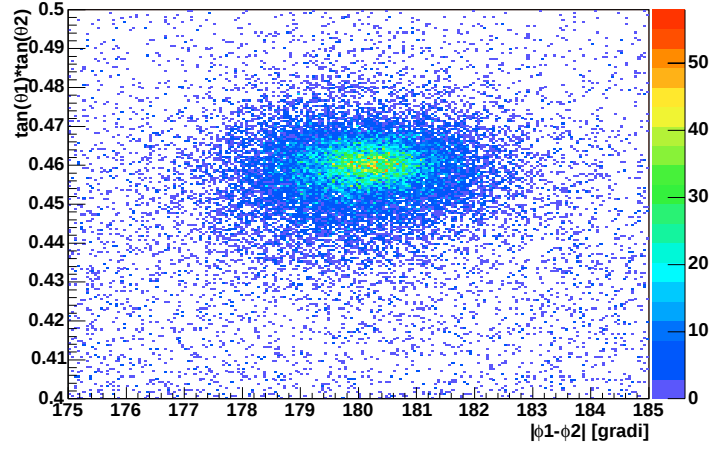


Figura 6.3: $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$.

Per utilizzare queste grandezze e poter effettuare un taglio sugli eventi elastici viene utilizzata la seguente funzione:

$$\chi^2 = \left(\frac{|\phi_1 - \phi_2| - y_0}{\sigma_\theta} \right)^2 + \left(\frac{\tan \theta_1 * \tan \theta_2 - x_0}{\sigma_{tan}} \right)^2 \quad (6.4)$$

dove x_0 e σ_θ sono rispettivamente il valor vero e la deviazione standard della distribuzione Gaussiana che riproduce l'andamento della grandezza $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$, mentre y_0 e σ_{tan} sono il valor vero e la deviazione standard ottenuti dal fit del grafico $|\phi_1 - \phi_2|$.

6.2 Controllo della procedura di tracking attraverso dati simulati

Nei seguenti grafici sono riportate le grandezze introdotte in precedenza determinate per i dati simulati:

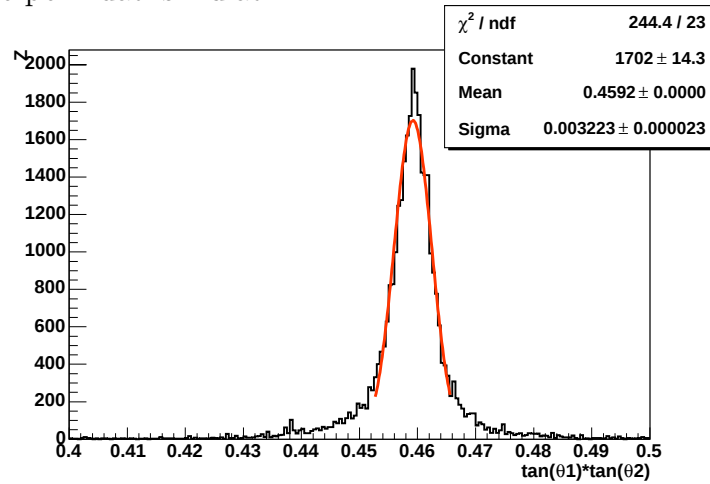


Figura 6.4: $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$.

Si noti come il valore determinato dal fit sia prossimo al valore teorico:

1. valore simulato: 0.4592 ± 0.0035
2. valore teorico: 0.4597

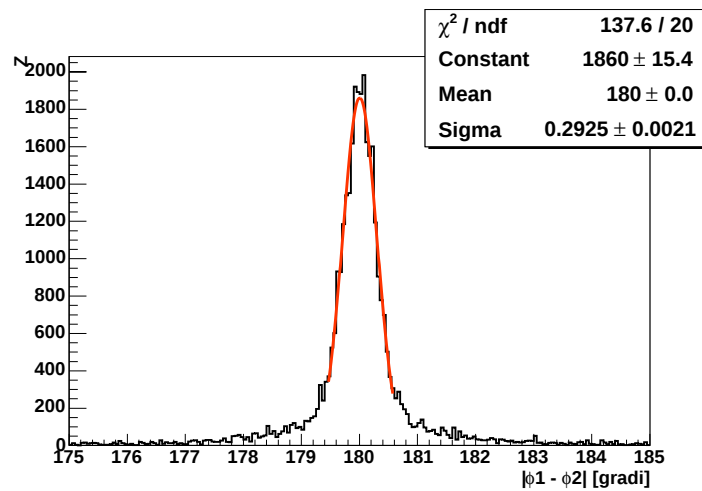


Figura 6.5: $|\phi_1 - \phi_2|$

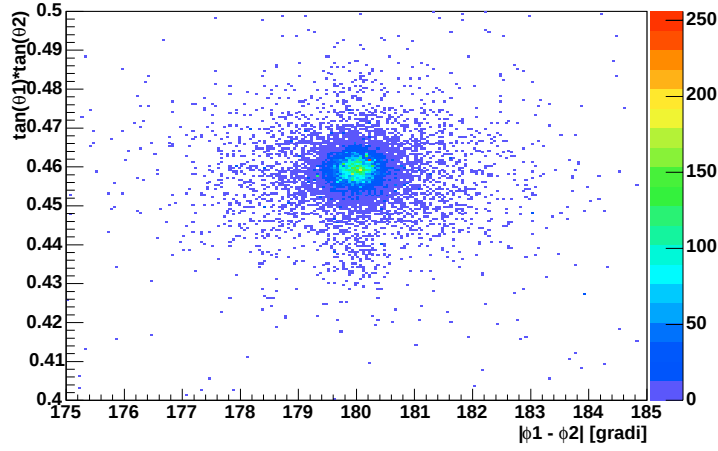


Figura 6.6: $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$.

Anche nel caso della differenza tra ϕ_1 e ϕ_2 la distribuzione dei dati simulati è centrata sul valore atteso.

Come è stato detto in precedenza la selezione delle coppie elastiche viene effettuata tramite il metodo del χ^2 .

In figura 6.7 è riportato l'andamento della grandezza χ ed è indicato il relativo taglio, mentre in figura 6.8 è visualizzato l'effetto ottenuto tramite un taglio per valori di χ superiori a 2.5.

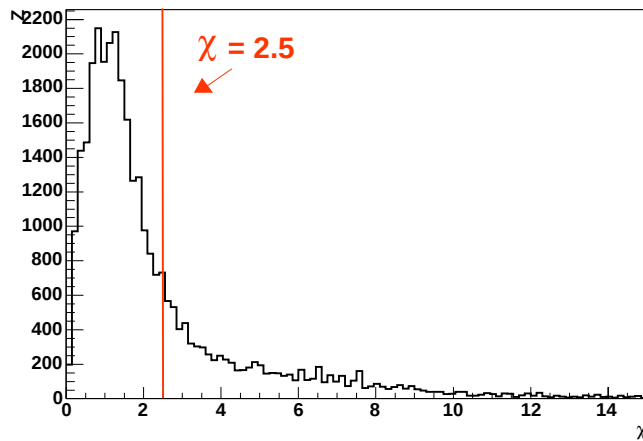


Figura 6.7: χ e relativo taglio a 2.5.

La procedura per la determinazione delle coppie elastiche è così terminata, si può affrontare quindi lo studio delle grandezze rilevanti per il sistema in esame:

1. spettro di massa invariante
2. distribuzione dei momenti

Lo studio di queste grandezze permette di determinare se le procedure che vengono utilizzate per la rielaborazione dei dati sperimentali introducono errori sistematici.

Inoltre si è in grado di determinare la risoluzione dello spettrometro H.A.D.E.S. nella ricostruzione dei momenti e della massa invariante.

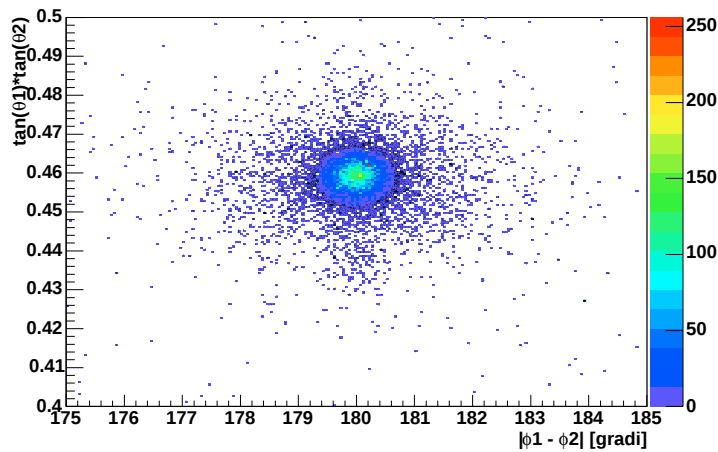


Figura 6.8: $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$, i dati segnati in nero sono quelli che non soddisfano la condizione $\chi < 2.5$

6.2.1 Spettro di massa invariante

La massa invariante di un sistema è una grandezza fondamentale per il suo studio, in particolare essa risulta essere indipendente dal sistema di riferimento utilizzato per la descrizione del sistema stesso.

Per un sistema di N particelle si ha:

$$M = \frac{1}{c} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \frac{E_i}{c}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N p_i\right)^2} \quad (6.5)$$

dove E_i e p_i sono rispettivamente l'energia e la quantità di moto relativistiche dell'iesima particella.

Il sistema preso in esame è formato da due protoni, ipotizzando che al tempo $t=0$ il protone bersaglio sia fermo si ha la seguente relazione per la massa invariante:

$$M = \sqrt{\left(\frac{E_1}{c^2} + \frac{E_2}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{p_1}{c} + \frac{p_2}{c}\right)^2} \quad \text{da cui} \quad (6.6)$$

$$M = \sqrt{\frac{1}{c^4} \left(\sqrt{m_p^2 c^4 + p^2 c^2} + m_p c^2 \right)^2 - \frac{p^2}{c^2}} \quad (6.7)$$

I dati sperimentali da introdurre nella formula precedente sono:

- $m_p = 0.938 \text{ GeV}/c^2$
- $p = 3.000 \text{ GeV}/c$

L'acceleratore infatti accelera i protoni ad un'energia cinetica pari a 2.205 GeV quindi:

$$\text{da: } E^2 = p^2 c^2 + m_p^2 c^4 \quad \text{e da } E = E_k + m_p c^2 \quad (6.8)$$

$$\text{segue: } p = \frac{1}{c} \sqrt{(E_k + m_p c^2)^2 - m_p^2 c^4} = 3.000 \text{ GeV}/c \quad (6.9)$$

Con questi dati si ottiene il seguente valore della massa invariante:

$$M = \sqrt{\left(\sqrt{(0.938)^2 + (3.000)^2} + (0.938)\right)^2 - (3.000)^2} = 2.767 \text{ GeV}/c^2$$

La determinazione di questo valore teorico permette di effettuare un'altra selezione più fine sugli eventi elastici, infatti è possibile selezionare le coppie di particelle per le quali la massa risulta vicina³ al valore atteso entro qualche σ .

³In seguito quando sarà utilizzata anche questa restrizione verrà indicato il taglio effettuato.

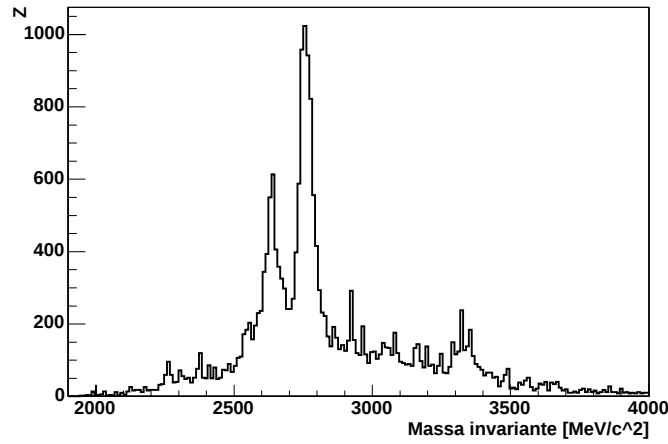


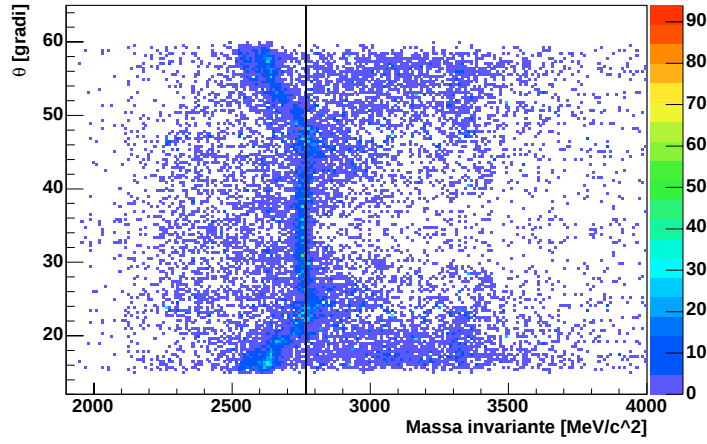
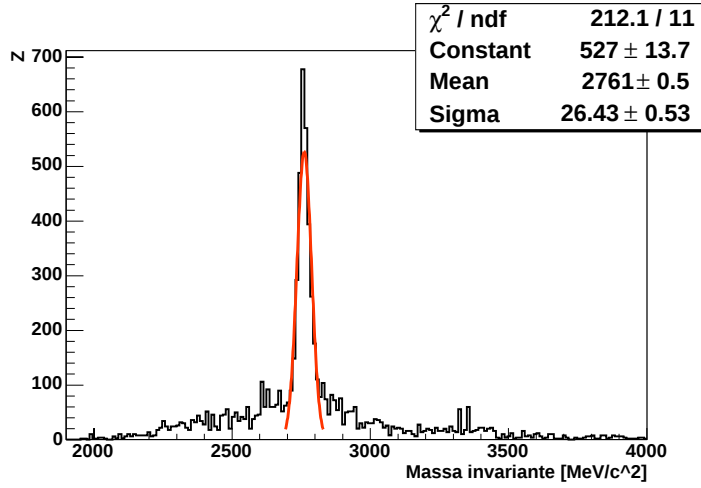
Figura 6.9: Spettro di massa invariante

In figura 6.9 è mostrato l'andamento dello spettro di massa invariante del sistema. Da tale spettro si nota l'esistenza di errori nella determinazione della massa.

Per vedere da cosa dipendano tali errori e se sia possibile effettuare delle correzioni si devono considerare più informazioni.

Per prima cosa si può determinare la relazione tra la massa e l'angolo polare θ . Dall'esame del grafico riportato in figura 6.10 si vede l'esistenza di una deviazione sistematica dai valori attesi per angoli inferiori a 24° e superiori a 45° . Queste regioni angolari sono correlate, infatti quando un protone della coppia elastica si trova in una delle due regioni l'altro si troverà nell'altra regione.

Poichè l'errore introdotto è sistematico ed è dovuto alla procedura di tracking non è possibile eliminare a posteriori l'errore, ma è possibile effettuare un taglio in θ in modo da eliminare dalla rielaborazione i dati affetti da questo errore e verificare l'esistenza di altri errori meno evidenti. In figura 6.11 è riportata la massa invariante dopo aver effettuato il taglio in θ , si noti come sia scomparso il secondo picco e come il picco rimasto sia prossimo al valore atteso. Si può quindi escludere l'esistenza di ulteriori errori sistematici nella ricostruzione della massa invariante del sistema.

Figura 6.10: Angolo polare θ in funzione della massa invarianteFigura 6.11: spettro di massa invariante con $24^\circ < \theta < 45^\circ$

6.2.2 Distribuzione dei momenti

In questo paragrafo viene presentato lo studio dell'andamento dei momenti delle due particelle e la distribuzione dei momenti in funzione dell'angolo polare θ .

Dallo studio della cinematica relativistica si ha la seguente funzione che descrive l'andamento del momento di uno dei due protoni in funzione di θ :

$$p(\theta) = \frac{p_{\text{proiettile}}}{\cos(\theta) + \gamma^2 \sin(\theta) \tan(\theta)} \quad (6.10)$$

dove i valori numerici da sostituire sono riportati nella tabella 4.2 a pagina 59.

Per mezzo di questa formula si può calcolare il rapporto tra il valore teorico del momento e il valore determinato dal tracking.

Questa procedura permette di stabilire la risoluzione con cui viene determinato il momento di una particella a partire dalla sua posizione.

Come si vede dal grafico mostrato in figura 6.12 in cui è riportato il rapporto p_{teo}/p il picco principale è ben centrato sul valore 1, tuttavia sono presenti anche altre strutture secondarie non trascurabili. Si rende necessaria anche in questo caso un'analisi della correlazione della grandezza in considerazione con le altre grandezze che caratterizzano il sistema.

La prima verifica da effettuare è il controllo dell'andamento del momento p in funzione di θ .

Come si può vedere dal grafico riportato in figura 6.13 l'andamento dei dati simulati risulta seguire il valore teorico atteso fatta eccezione per i dati ad angoli inferiori a 24° . Se si considerano i dati per i quali l'angolo risulta compreso tra 24° e 45° si ottiene il grafico riportato in figura 6.14.

Attraverso questo taglio le strutture secondarie vengono notevolmente ridotte. In particolare quelle più evidenti subiscono una riduzione superiore al 50%.

Grazie a questo studio dei dati simulati è stato possibile mettere in luce anomalie nella ricostruzione dei momenti e della massa invariante del sistema. E' stato così possibile modificare il codice di tracking e ottenere una correzione di tali anomalie.

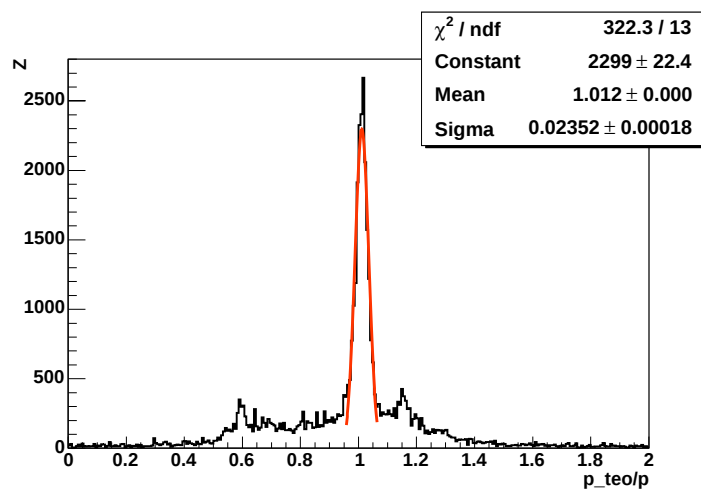
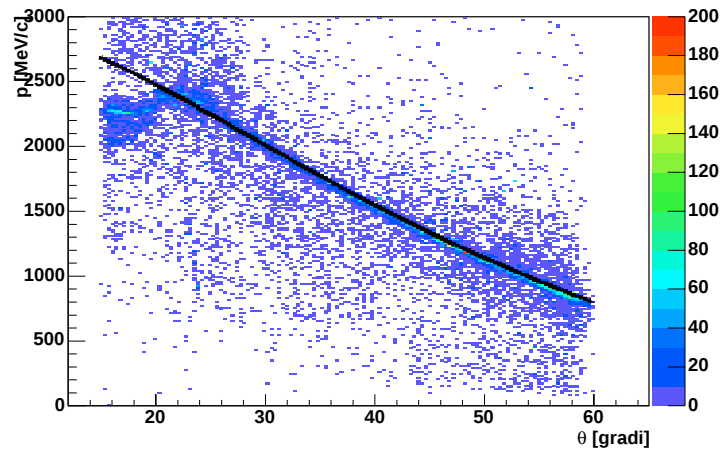
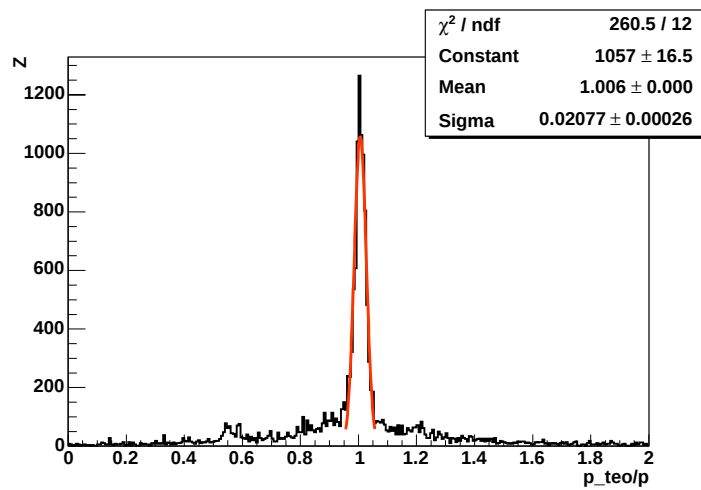


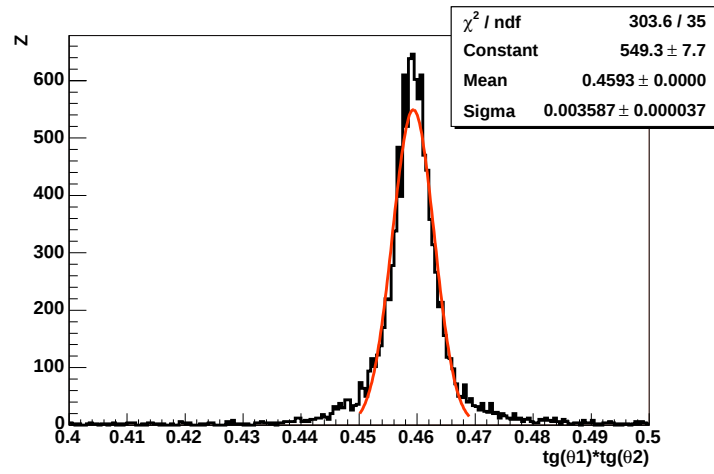
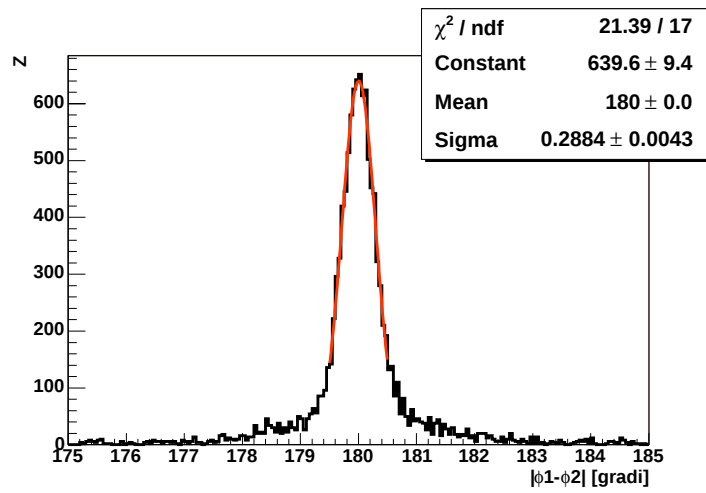
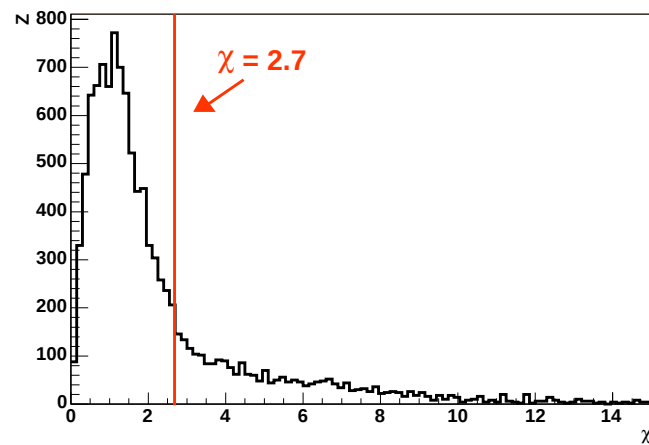
Figura 6.12: p_{teo}/p .

Figura 6.13: p in funzione di θ .Figura 6.14: p_{teo}/p con $24^\circ < \theta < 45^\circ$.

I seguenti grafici mostrano le grandezze descritte in precedenza ottenute attraverso l'analisi dei dati dopo aver corretto il codice di tracking.

Vengono presentati i risultati ottenuti attraverso la ricostruzione dei momenti con gli algoritmi spiegati precedentemente: Spline e Runge Kutta.

6.3 Spline

Figura 6.15: $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$.Figura 6.16: $|\phi_1 - \phi_2|$.Figura 6.17: Andamento della funzione χ .

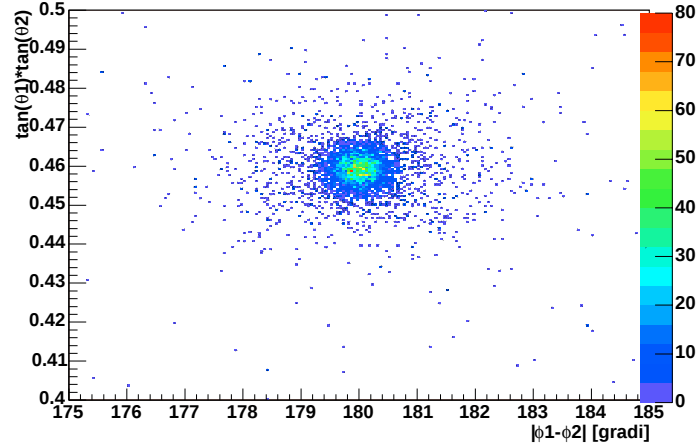


Figura 6.18: $\tan\theta_1 * \tan\theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$, i dati segnati in nero sono quelli che non soddisfano la condizione $\chi < 2.7$.

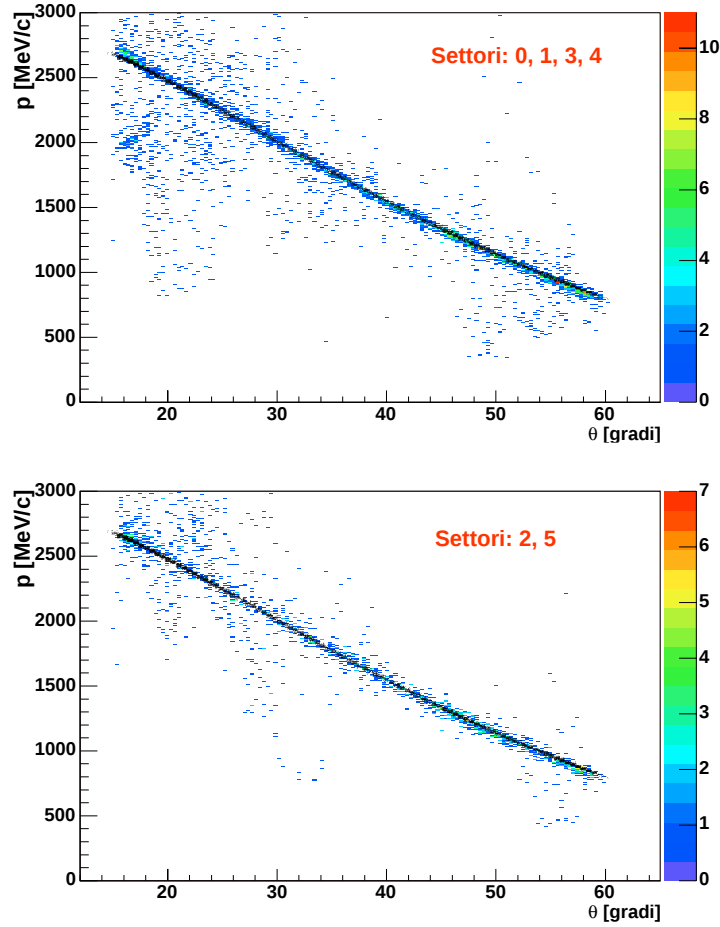
Ricostruzione del momento

In precedenza si è detto che durante il turno di misura di Gennaio 2004 i settori 2 e 5 non presentavano tutti i piani di MDC funzionanti. Tale situazione è stata tenuta in conto nella generazione dei dati simulati. L'assenza di un piano di camere di MDC implica una peggiore determinazione della traiettoria che si riflette su una peggior risoluzione nella determinazione del momento. Per questo motivo l'analisi dei dati viene effettuata separando la trattazione di questi due settori dagli altri.

La figura 6.19 mostra l'andamento del momento ricostruito in funzione della variabile θ . La linea nera rappresenta l'andamento teorico del momento in funzione di θ descritto dall'equazione 6.10.

Dai grafici riportati in figura 6.19 è possibile notare l'eliminazione dell'errore nella ricostruzione del momento messo in luce precedentemente.

Un altro grafico che permette di verificare la bontà della selezione del canale considerato e quindi della ricostruzione del momento delle particelle è

Figura 6.19: p in funzione di θ

costituito dal momento di una particella in funzione del momento dell'altra particella.

Dalla figura 6.20 in cui è riportato tale grafico si vede come lo spettro non sia pulito, ma siano presenti dati non appartenenti al canale elastico. L'eliminazione di tali eventi avviene attraverso un taglio in massa invariante. Il taglio effettuato è riportato nella tabella 6.1 e i risultati di tale taglio sono riportati in figura 6.24.

Nella figura 6.21 sono riportati i grafici del rapporto p_{teo}/p per i settori 2 e 5 e separatamente per gli altri settori.

Dal fit Gaussiano di questi grafici è possibile determinare la risoluzione della ricostruzione del momento.

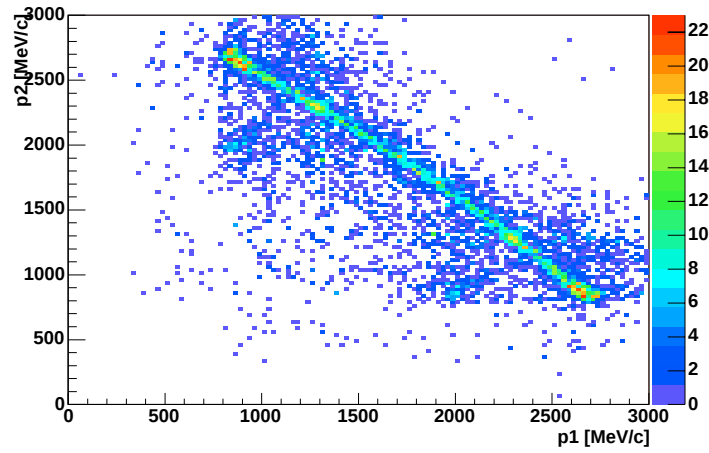


Figura 6.20: Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1.

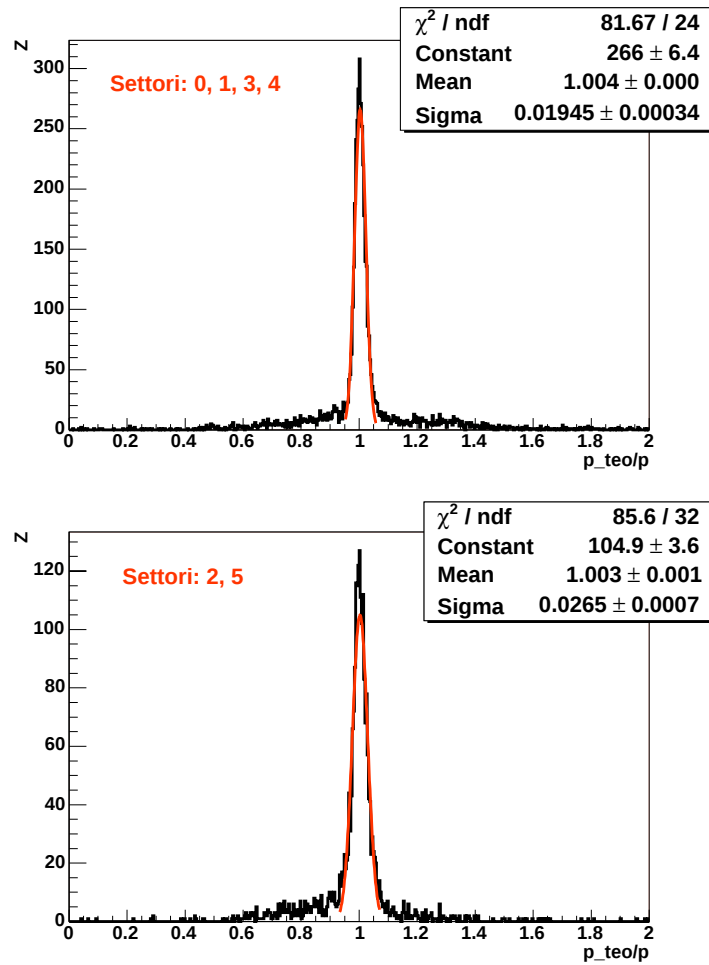


Figura 6.21: Rapporto p_{teo}/p in alto : escludendo i settori 2 e 5 in basso : considerando solo i settori 2 e 5.

1. Settori: 0, 1, 3, 4

Risoluzione della ricostruzione del momento: **1.9 %**

2. Settori: 2, 5

Risoluzione della ricostruzione del momento: **2.7 %**

Spettro di massa invariante

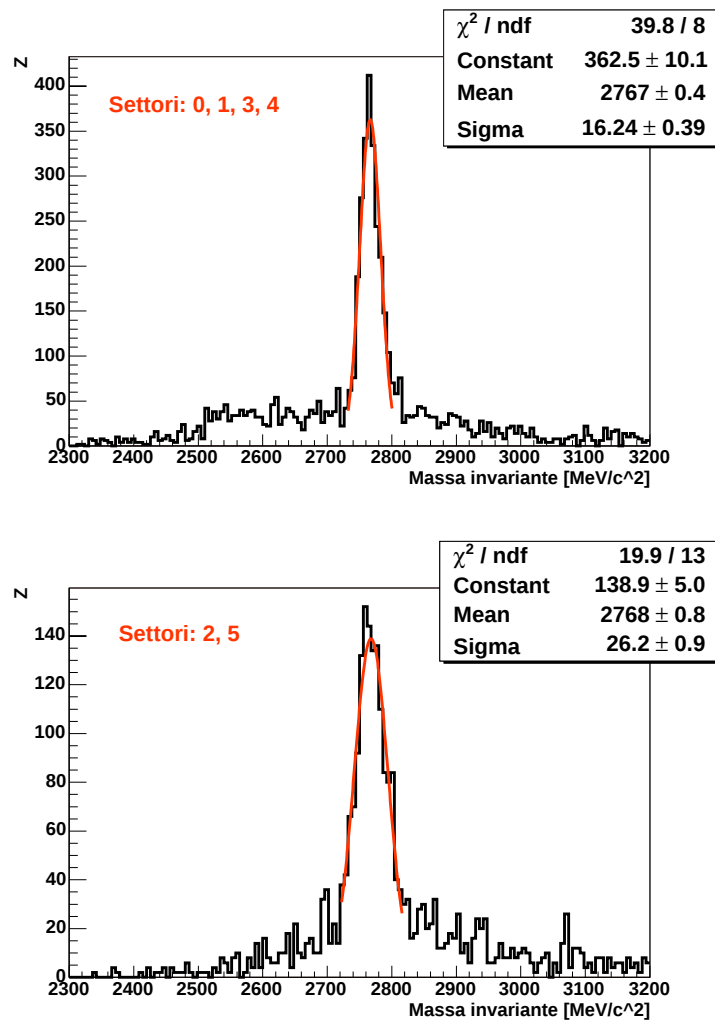


Figura 6.22: Spettro di massa invariante dopo aver effettuato il taglio nella variabile χ .

Applicando il taglio sulla variabile χ ($\chi < 2.7$) si ottengono gli spettri di massa invariante riportati in figura 6.22. Dai fit Gaussiani di tali curve si ottengono i seguenti risultati:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Massa invariante: $2767 \text{ MeV}/c^2 \pm 0.4 \text{ MeV}/c^2$

2. **Settori: 2, 5**

Massa invariante: $2768 \text{ MeV}/c^2 \pm 0.8 \text{ MeV}/c^2$

Tali risultati risultano in perfetto accordo con il valore teorico atteso:

3. **Valore teorico:**

Massa invariante: $2767 \text{ MeV}/c^2$.

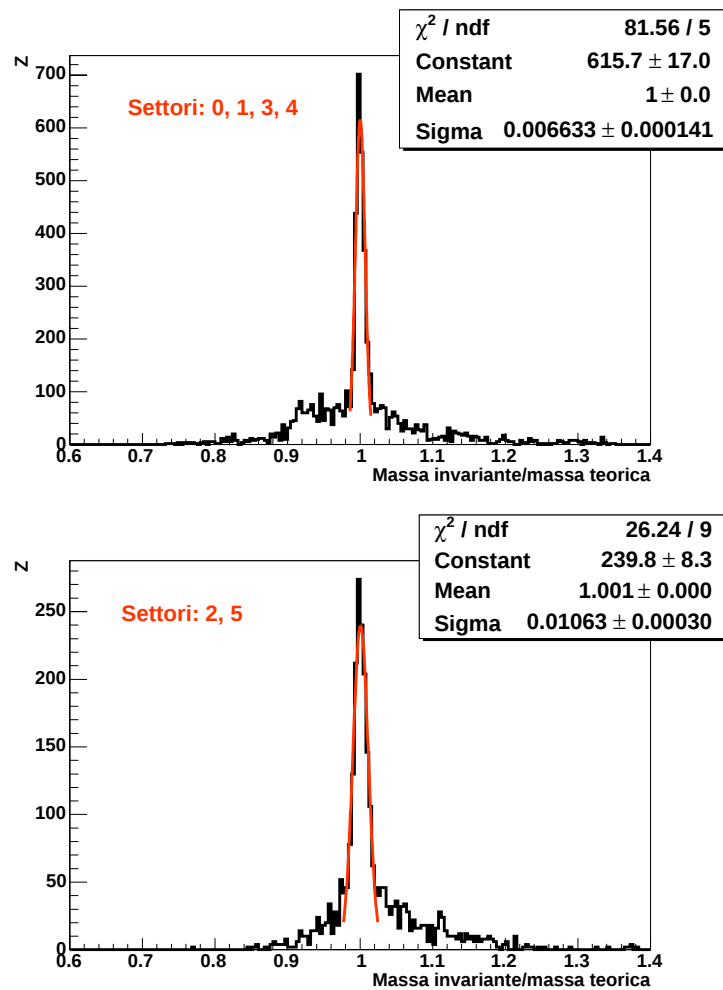


Figura 6.23: Massa invariante diviso massa teorica.

Nella figura 6.23 sono riportati i grafici del rapporto tra la massa invariante ricostruita e il valore teorico. Attraverso un fit Gaussiano di tali grafici si ottengono i seguenti valori della risoluzione per la ricostruzione della massa invariante:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione massa invariante: **0.7 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione massa invariante: **1.1 %**

La determinazione del valore della massa invariante del sistema permette di stabilire il corretto funzionamento dei programmi di rielaborazione dei dati e fornisce un criterio più selettivo, rispetto al taglio effettuato sulle grandezze $\tan\theta_1*\tan\theta_2$ e $|\phi_1 - \phi_2|$, per la selezione del canale elastico.

Nella figura 6.24 è riportato il grafico del momento di un protone in funzione del momento dell'altro protone dopo aver applicato il taglio in massa indicato nella tabella 6.1.

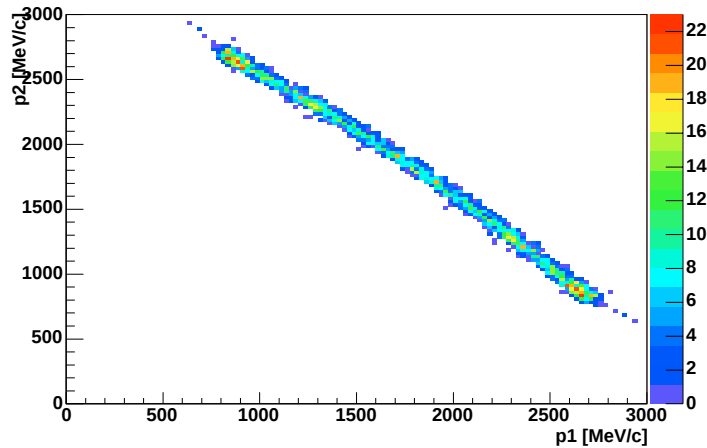


Figura 6.24: Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1 dopo aver effettuato il taglio in massa riportato nella tabella 6.1.

Massa	Picco	Sigma	Taglio
	$2767 \text{ MeV}/c^2$	$17.91 \text{ MeV}/c^2$	$2740 \text{ MeV}/c^2 \leq M_{inv} \leq 2795 \text{ MeV}/c^2$

Tabella 6.1: Valore della massa invariante e del taglio utilizzato per migliorare la selezione del canale elastico. Il taglio corrisponde a $2767 \pm 1.5 \cdot \sigma \text{ MeV}/c^2$.

6.4 Runge Kutta

Vengono riportati ora i risultati ottenuti attraverso la rielaborazione degli stessi dati con l'algoritmo **Runge Kutta**.

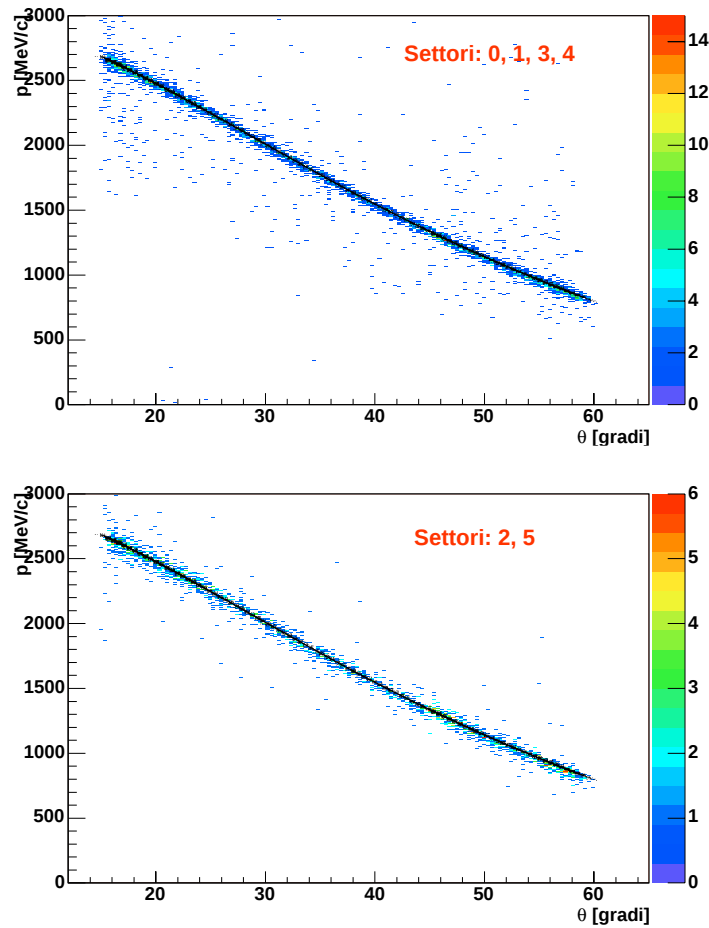


Figura 6.25: Momento in funzione di θ .

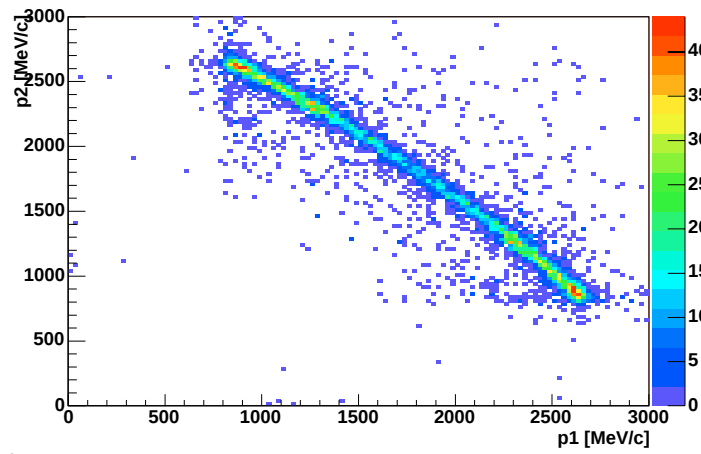


Figura 6.26: Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1.

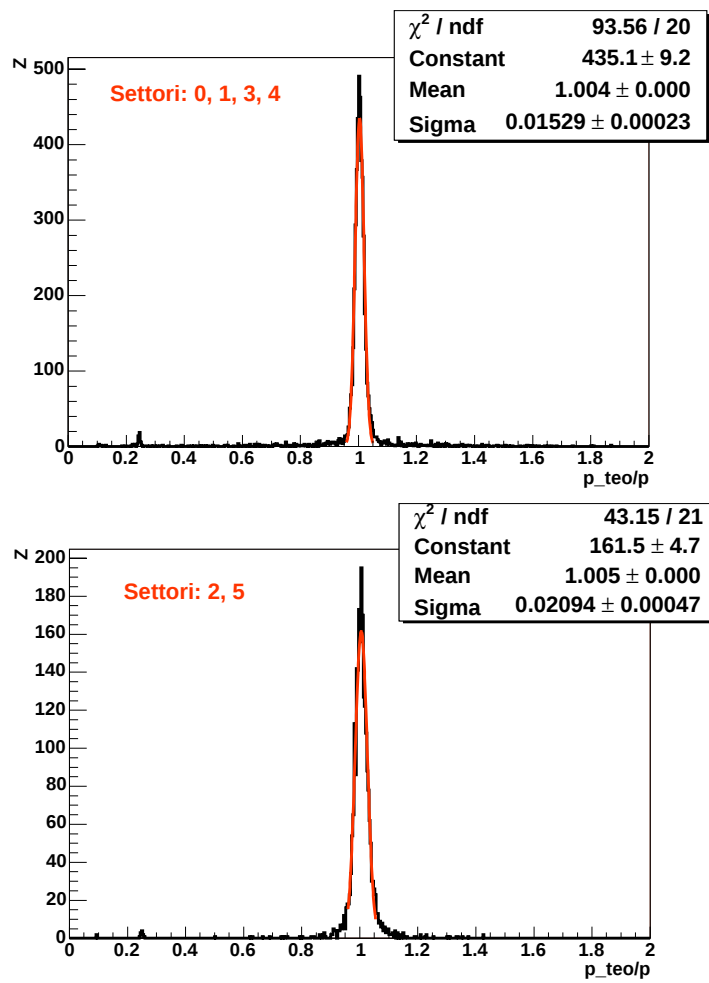


Figura 6.27: Momento teorico diviso momento ricostruito.

Ricostruzione del momento

Dai grafici riportati in figura 6.27 e ottenuti determinando il rapporto tra il momento teorico e il momento determinato dalla rielaborazione dei dati simulati si ottengono i seguenti risultati per la risoluzione del momento:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione della ricostruzione del momento: **1.5 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione della ricostruzione del momento: **2.1 %**

Spettro di massa invariante

Dai fit Gaussiani degli spettri di massa invariante riportati in figura 6.28 si ottengono i seguenti risultati:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Massa invariante: **2763 $MeV/c^2 \pm 0.2 MeV/c^2$**

2. **Settori: 2, 5**

Massa invariante: **2761 $MeV/c^2 \pm 0.5 MeV/c^2$**

Tali risultati presentano una variazione percentuale dal valor vero ($2767 MeV/c^2$) pari a:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Variazione percentuale dal valor vero: **0.14 %**

2. **Settori: 2, 5**

Variazione percentuale dal valor vero: **0.22 %**

dove la variazione percentuale dal valor vero ($\Delta_{v.v.}$) è ottenuta dalla seguente relazione:

$$\Delta_{v.v.} = 100 \cdot \frac{|m_{exp} - m_{vero}|}{m_{vero}} \quad (6.11)$$

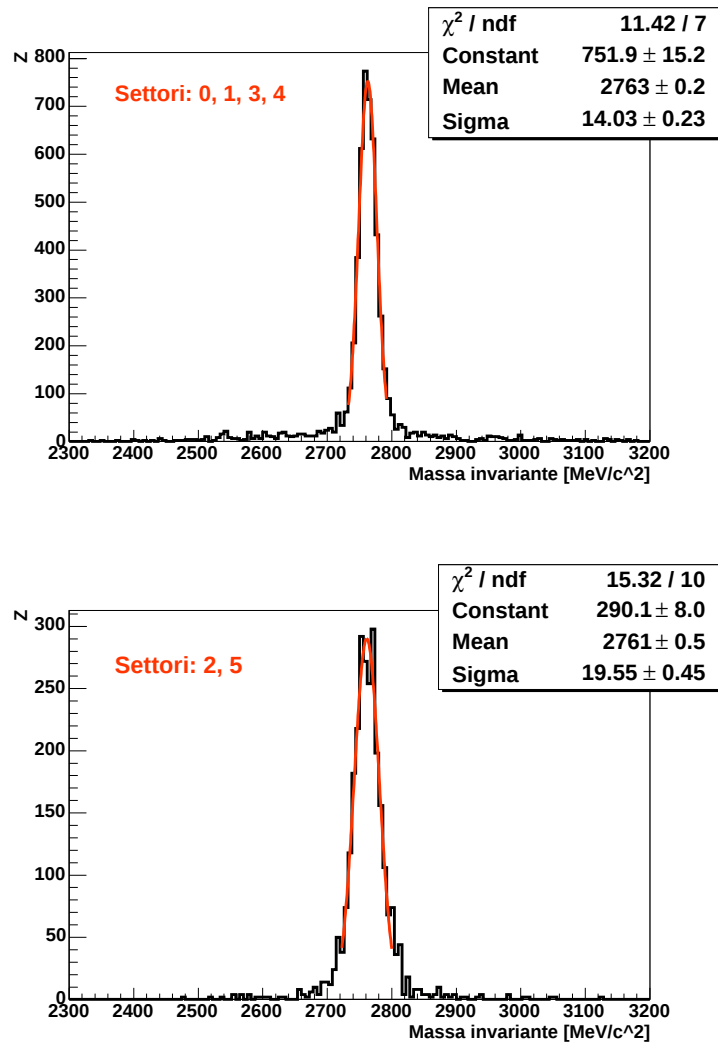


Figura 6.28: Spettro di massa invariante del sistema p+p.

Dai grafici mostrati in figura 6.29 in cui è riportato il rapporto tra il valore di massa atteso e il valore simulato si ottengono i seguenti valori per la risoluzione della massa invariante:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione massa invariante: **0.5 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione massa invariante: **0.8 %**

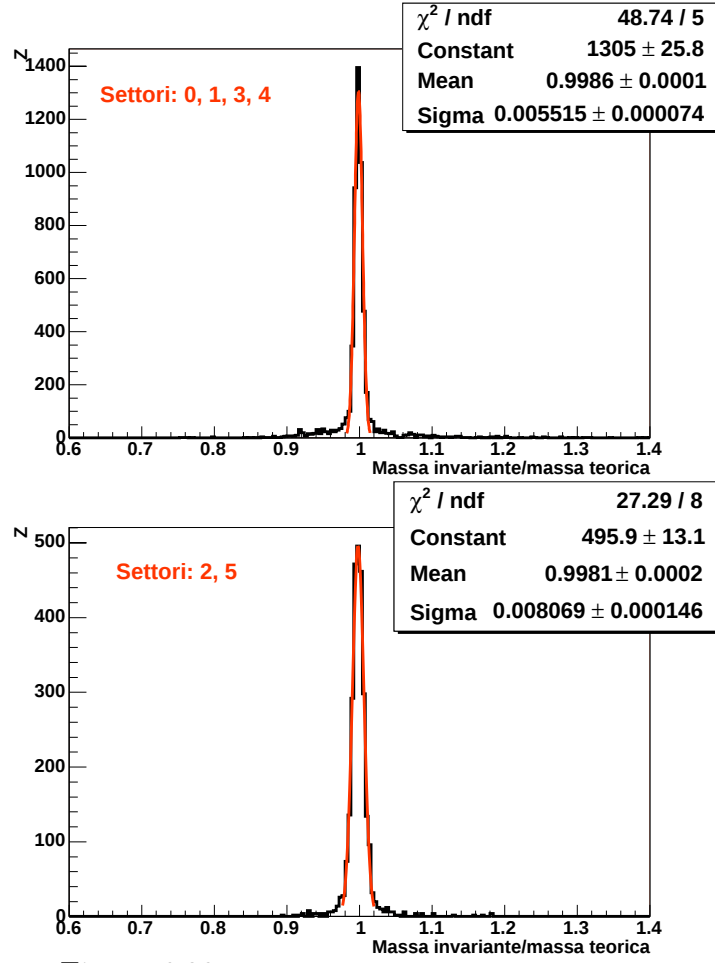
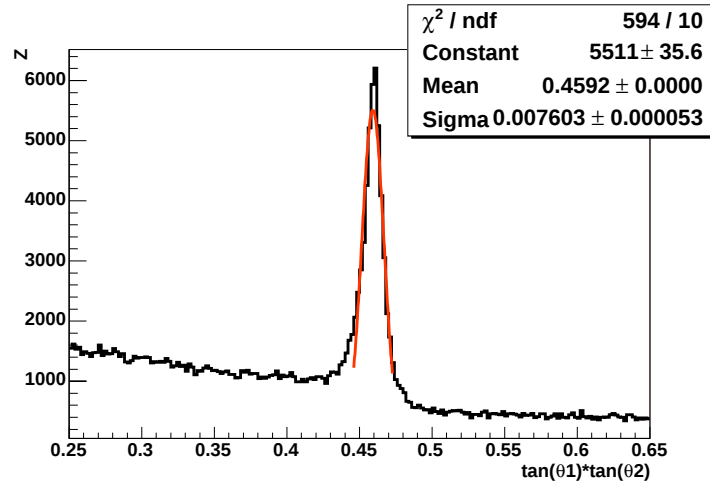
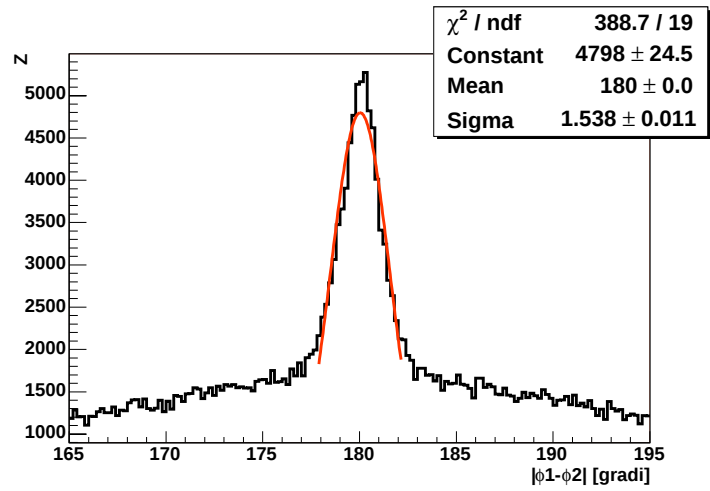
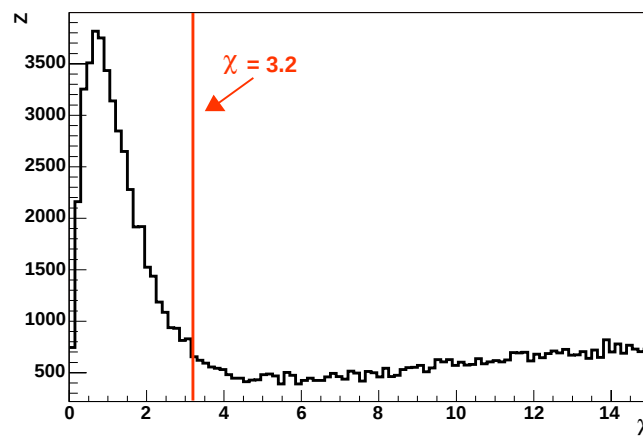


Figura 6.29: Massa invariante diviso valor vero.

6.5 Dati sperimentali (Gennaio 2004)

Vengono presentati i risultati ottenuti dall'analisi dei dati acquisiti durante il turno di misura di Gennaio 2004.

Nelle figure 6.30 e 6.31 sono riportati i grafici utilizzati per selezionare il canale elastico. Nella figura 6.32 è riportato l'andamento della grandezza χ e il valore utilizzato per effettuare il taglio sugli eventi elastici, tale valore è fissato a 3.2. Nella figura 6.33 è riportato l'effetto di tale taglio sul grafico di $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$.

Figura 6.30: Prodotto delle tangenti di θ : $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$.Figura 6.31: $|\phi_1 - \phi_2|$.Figura 6.32: Andamento della variabile χ e indicazione del taglio effettuato.

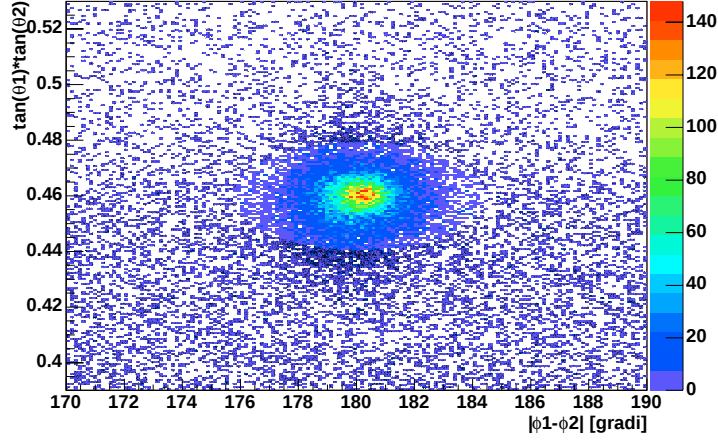


Figura 6.33: $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $|\phi_1 - \phi_2|$, i punti neri rappresentano gli eventi per cui non è rispettata la seguente disuguaglianza: $\chi < 3.2$.

6.5.1 Spline

Spettro di massa invariante

I grafici riportati in figura 6.34 mostrano l'andamento della massa invariante del sistema costituito dalla coppia di protoni. Da fit Gaussiani di tali grafici si ottengono i seguenti risultati:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Massa invariante: **2723** $MeV/c^2 \pm 1.0$ MeV/c^2

2. **Settori: 2, 5**

Massa invariante: **2572** $MeV/c^2 \pm 1.5$ MeV/c^2

Tali risultati presentano una variazione percentuale dal valor vero ($2767 MeV/c^2$) pari a:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Variazione percentuale dal valor vero: **1.6** %

2. **Settori: 2, 5**

Variazione percentuale dal valor vero: **7.0** %

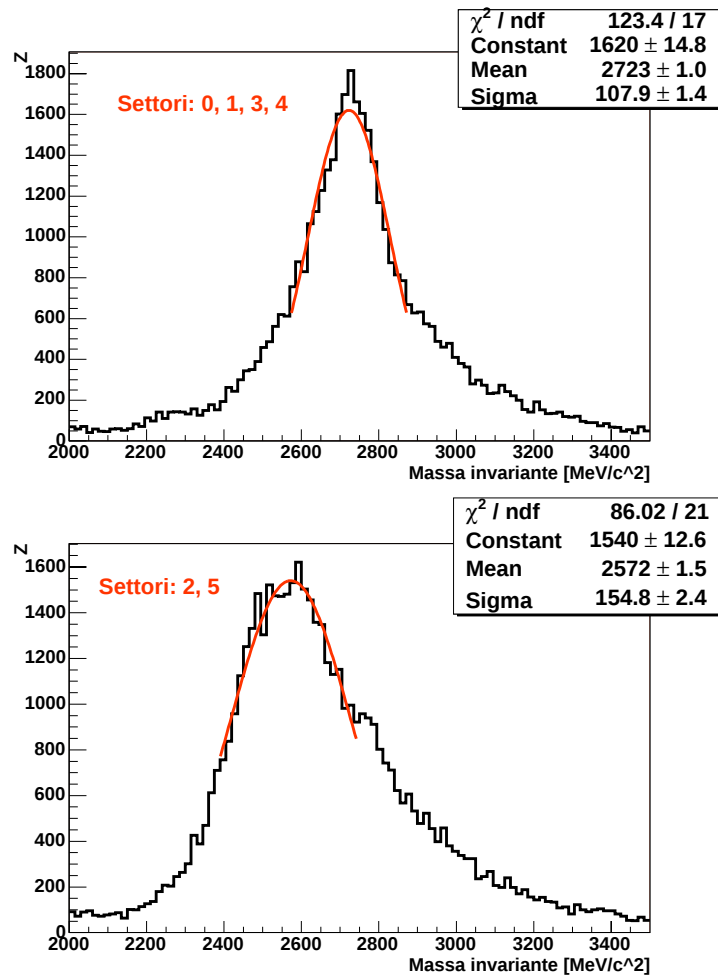


Figura 6.34: Massa invariante del sistema. Dati rielaborati con l'algoritmo Spline.

dove la variazione percentuale dal valor vero è definita dalla relazione 6.11.

Dai grafici mostrati in figura 6.35 si ottengono i seguenti valori per la risoluzione della massa invariante:

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione massa invariante: **3.5 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione massa invariante: **5.6 %**

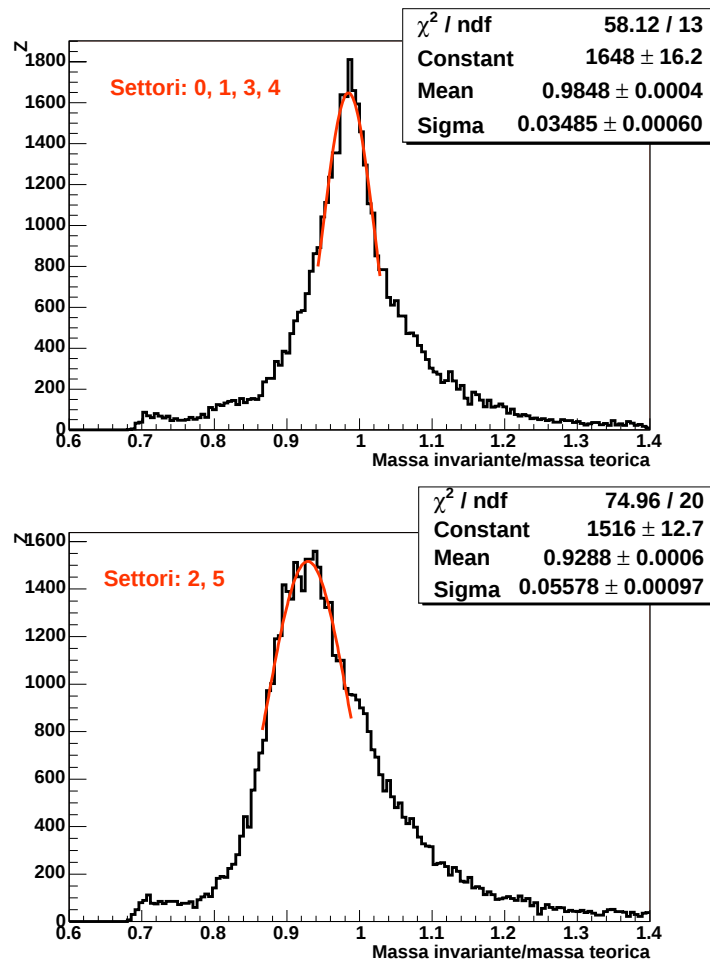


Figura 6.35: Massa invariante del sistema diviso massa teorica ($2767 \text{ MeV}/c^2$).

Ricostruzione del momento

Dai grafici riportati in figura 6.36 si ottengono i seguenti risultati per la risoluzione del momento:

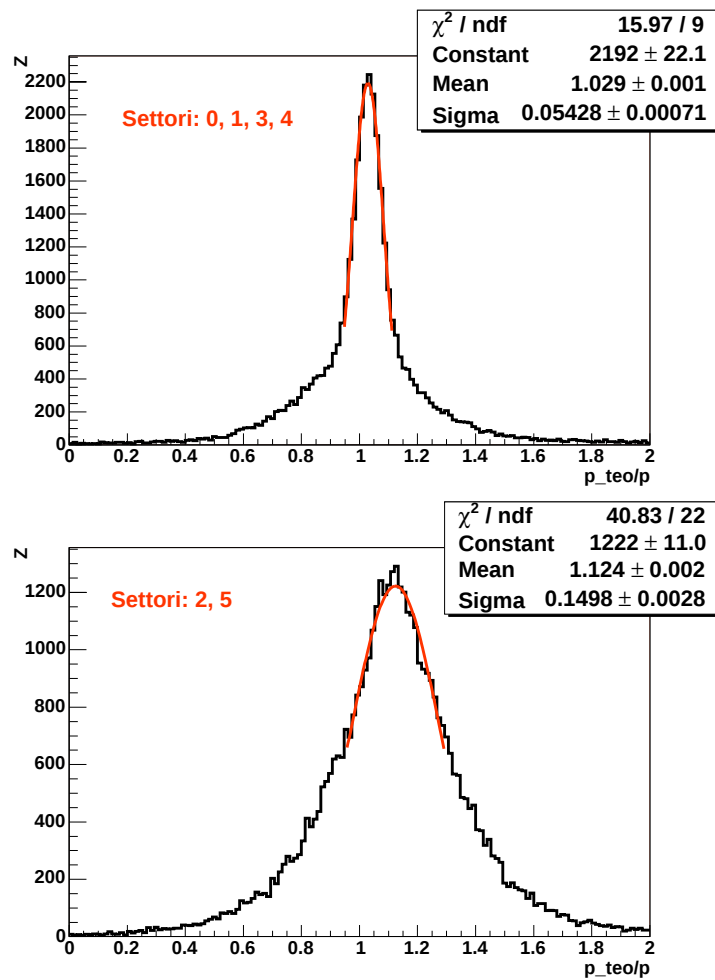
1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione della ricostruzione del momento: **5.4 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione della ricostruzione del momento: **15.0 %**

6.5.2 Runge Kutta

Figura 6.36: p_{teo}/p .

Spettro di massa invariante

Dai fit Gaussiani dei grafici riportati in figura 6.37 si ottengono i seguenti risultati:

1. Settori: 0, 1, 3, 4

Massa invariante: $2767 \text{ MeV}/c^2 \pm 0.9 \text{ MeV}/c^2$

2. Settori: 2, 5

Massa invariante: $2680 \text{ MeV}/c^2 \pm 1.7 \text{ MeV}/c^2$

Dai grafici riportati in figura 6.38 si ottengono i seguenti valori per la risoluzione della massa invariante:

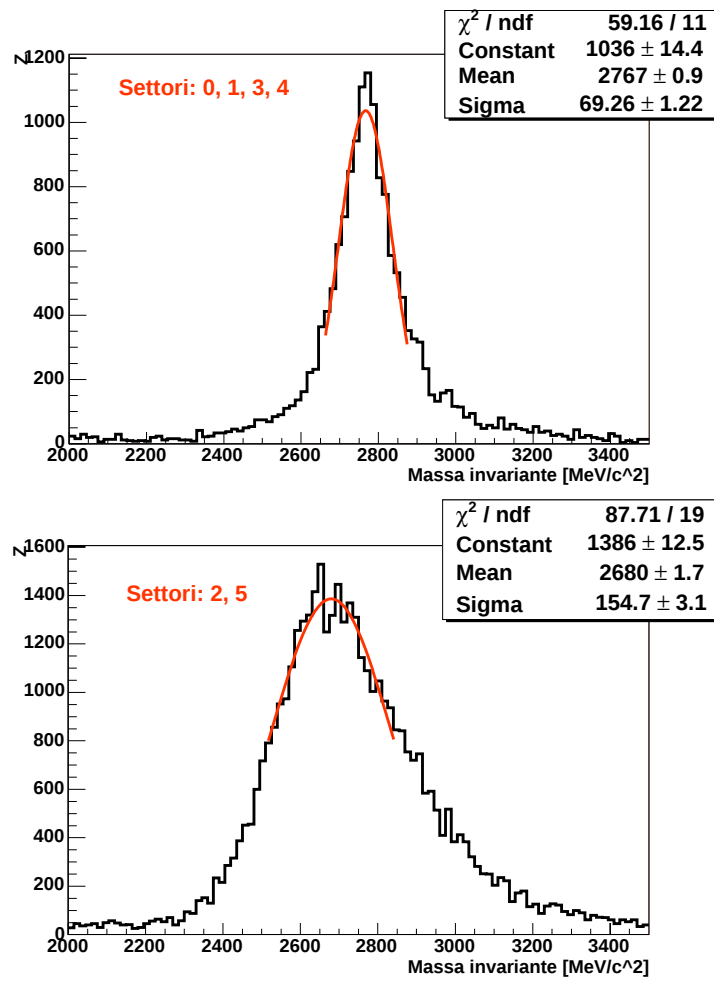


Figura 6.37: Spettro di massa invariante della coppia appartenente al canale elastico. Dati rielaborati con Runge Kutta.

1. **Settori: 0, 1, 3, 4**

Risoluzione massa invariante: **2.7 %**

2. **Settori: 2, 5**

Risoluzione massa invariante: **6.0 %**

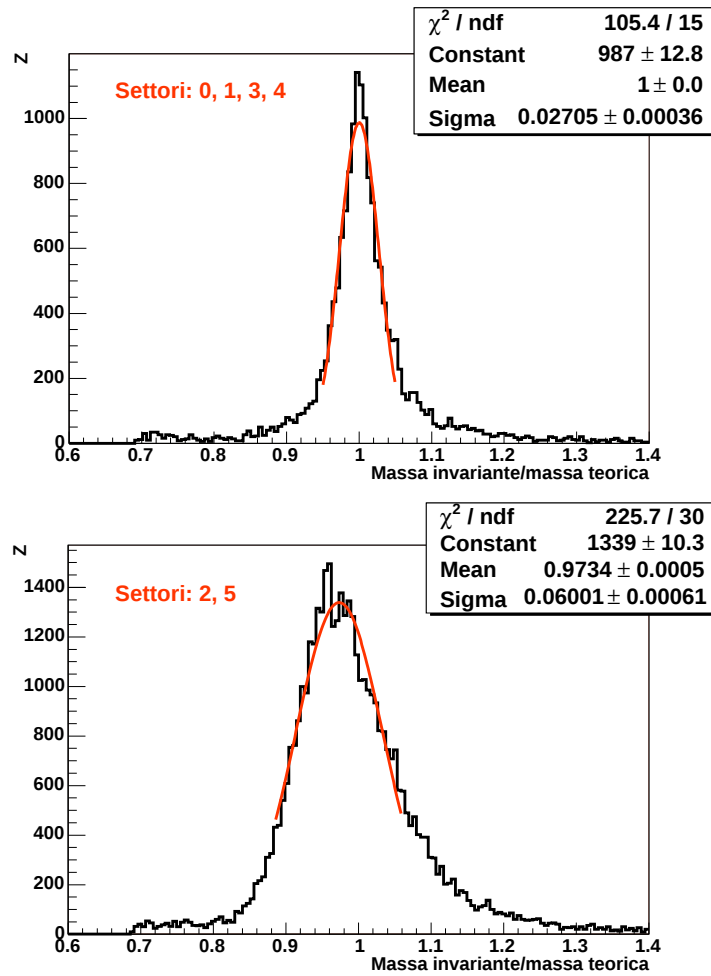


Figura 6.38: Massa invariante diviso massa teorica.

Ricostruzione del momento

Dal grafico riportato in figura 6.39 si ottiene il seguente risultato per la risoluzione del momento:

1. Settori: 0, 1, 3, 4

Risoluzione della ricostruzione del momento: **5.2 %**

2. Settori: 2, 5

Risoluzione della ricostruzione del momento: **14.3 %**

Nelle tabelle 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 sono riportati i risultati ottenuti tramite lo studio dei dati simulati e dei dati sperimentali acquisiti nel turno di misura di Gennaio 2004 rielaborati con i due algoritmi Spline e Runge Kutta.

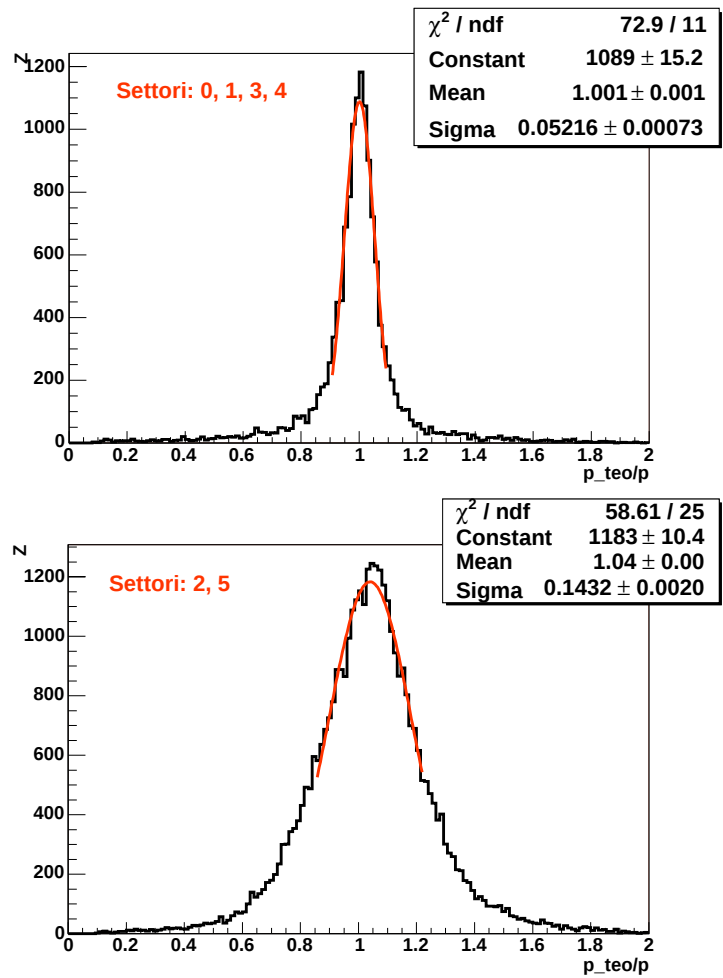


Figura 6.39: p_{teo}/p .

	massa	$\Delta_{v.v.}$	p_{teo}/p	$\Delta_{v.v.}$
Spline (0, 1, 3, 4)	2767 ± 0.4	/	1.004	0.4 %
Spline (2, 5)	2768 ± 0.8	0.04 %	1.003	0.3 %
Runge Kutta (0, 1, 3, 4)	2763 ± 0.2	0.14 %	1.004	0.4 %
Runge Kutta (2, 5)	2761 ± 0.5	0.22 %	1.005	0.5 %

Tabella 6.2: Risultati ottenuti dai dati simulati.

	Risoluzione momento		Risoluzione massa	
	Spline	Runge Kutta	Spline	Runge Kutta
Settori 0, 1, 3, 4	1.9 %	1.5 %	0.7 %	0.6 %
Settori 2, 5	2.7 %	2.1 %	1.1 %	0.8 %

Tabella 6.3: Risultati ottenuti dai dati simulati.

	massa	$\Delta_{v.v.}$	p_{teo}/p	$\Delta_{v.v.}$
Spline (0, 1, 3, 4)	2723 ± 1.0	1.6 %	1.029	2.9 %
Spline (2, 5)	2572 ± 1.5	7.0 %	1.124	12.4 %
Runge Kutta (0, 1, 3, 4)	2767 ± 0.9	/	1.001	0.1 %
Runge Kutta (2, 5)	2680 ± 1.7	3.1 %	1.04	4.0 %

Tabella 6.4: Risultati ottenuti dai dati sperimentali.

	Risoluzione momento		Risoluzione massa	
	Spline	Runge Kutta	Spline	Runge Kutta
Settori 0, 1, 3, 4	5.4 %	5.2 %	3.5 %	2.7 %
Settori 2, 5	15.0 %	14.3 %	5.6 %	6.0 %

Tabella 6.5: Risultati ottenuti dai dati sperimentali.

Capitolo 7

Canale di reazione

$$p + p \rightarrow p + p + \eta$$

Il turno di misura di Gennaio 2004 è stato realizzato per effettuare una precisa taratura del rivelatore, studiare la risoluzione della ricostruzione della massa e del momento delle particelle rivelate e perfezionare la procedura di analisi dei dati. A tale scopo si è selezionato e studiato il seguente canale di reazione:

$$p + p \rightarrow p + p + N(1535) \rightarrow p + p + \eta \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

Per lo studio di questo canale sono stati selezionati gli eventi per i quali sono stati identificati due protoni, un pione negativo e un pione positivo.

Si è inoltre impostato il trigger in modo tale che venissero registrati solo gli eventi con molteplicità superiore o uguale a quattro di cui almeno due hit nel Tofino e che fossero stati colpiti settori opposti, così da ridurre del 93.6% il numero di eventi sperimentali da analizzare.

Il canale risonante di interesse risulta avere un contributo di fondo dovuto a tutti i canali che presentano come stato finale le quattro particelle indicate precedentemente. Risulta quindi necessario determinare delle tecniche per isolare i contributi di questi canali da quello ottenuto dal decadimento della particella η .

I canali di reazione che sono stati presi in esame per le simulazioni sono riportati nella tabella 7.1.

L'analisi dei dati simulati permette di studiare la precisione nella determinazione della massa della particella η e presentano il vantaggio di conservare

Canale di reazione	Canale finale	Sezione d'urto [mb]
$p + \Delta^{++} + \pi^-$	$p + p + \pi^+ + \pi^-$	2
Canale non risonante	$p + p + \pi^+ + \pi^-$	1
Canale non risonante	$p + p + \pi^+ + \pi^- \pi^0$	0.4
$p + p + N(1535) \rightarrow p + p + \eta$	$p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	0.035

Tabella 7.1: Canali di reazione che presentano nello stato finale le 4 particelle: $pp\pi^+\pi^-$.

l'informazione del canale di reazione di provenienza delle quattro particelle identificate da H.A.D.E.S..

Lo studio dei dati simulati è stato suddiviso in tre fasi:

1. studio del canale $pp\eta$
2. studio dei canali $pp\eta$; $p\Delta^{++}\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$
3. studio dei canali $pp\eta$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$

7.1 $pp\eta$

Lo studio del canale di reazione $pp\eta$ permette di determinare la precisione con cui viene ricostruita la massa della particella e studiare la reazione in assenza di fondo.

Dopo aver identificato le quattro particelle vengono costruiti i quadri-vettori contenenti le informazioni di ogni singola particella rivelata e il quadri-vettore contenente le informazioni del protone proiettile e del protone bersaglio prima dell'urto.

Per ogni evento analizzato vengono presi in esame tre sistemi:

1. il sistema composto dal protone proiettile e dal protone bersaglio prima dell'urto
2. il sistema composto dalle quattro particelle identificate
3. il sistema composto dai due protoni identificati

Il primo sistema è uguale per tutti gli eventi e risulta determinato dal set up sperimentale.

Infine vengono costruiti due quadrivettori:

1. quadrivettore differenza tra il quadrivettore del sistema iniziale e il quadrivettore del sistema composto dalle quattro particelle
2. quadrivettore differenza tra il sistema iniziale e il sistema composto dai due protoni identificati

Da questi due quadrivettori è possibile ottenere la massa mancante (o missing mass) dei due sistemi presi in esame.

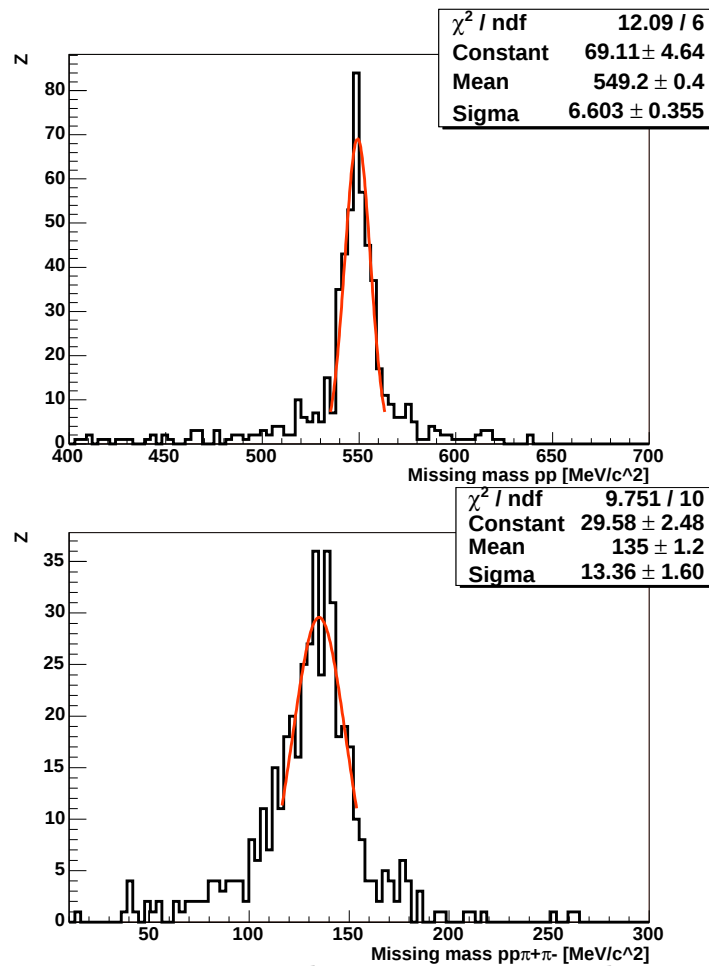


Figura 7.1: Massa mancante: **In alto:** sistema $p + p$ **In basso:** sistema $p + p + \pi^+ + \pi^-$.

Poichè si hanno solo dati provenienti dal decadimento del mesone η la massa mancante del sistema costituito da 2 protoni e 2 pioni dovrebbe risultare centrata sul valore della massa del pione π^0 ($m_{\pi^0} = 134.976 \text{ MeV}/c^2$), mentre la massa mancante del sistema costituito da 2 protoni dovrebbe essere centrata sul valore della massa della particella η ($m_{\eta} = 547.45 \text{ MeV}/c^2$).

I risultati presentati sono stati ottenuti dallo studio di 83105 eventi contenenti come unico canale di reazione quello della η . Questi eventi sono stati ottenuti dopo aver filtrato 500000 eventi attraverso il trigger di primo livello nel quale si è posta una selezione per gli eventi con molteplicità superiore o al più uguale a quattro.

In figura 7.1 sono riportati i grafici delle masse mancanti per i sistemi costituiti dalla coppia di protoni e dalle quattro particelle (p, p, π^+, π^-). Dai fit Gaussiani di questi grafici si ottengono i seguenti risultati:

1. Massa mancante pp : **549.2 $\text{MeV}/c^2 \pm 0.4 \text{ MeV}/c^2$**
2. Massa mancante $pp\pi^+\pi^-$: **135.0 $\text{MeV}/c^2 \pm 1.2 \text{ MeV}/c^2$**

Come già indicato in precedenza il primo valore dovrebbe coincidere con la massa del mesone η , mentre il secondo con il valore della massa del mesone π^0 . E' utile quindi determinare la variazione percentuale del valore ottenuto dal valore atteso:

1. Variazione percentuale dal valor vero ($m_{\eta} = 547.45 \text{ MeV}/c^2$): **0.3%**
2. Variazione percentuale dal valor vero ($m_{\pi^0} = 134.976 \text{ MeV}/c^2$): **0.02%**

Il grafico riportato in figura 7.2 mostra la distribuzione dello spettro di massa mancante del sistema pp in funzione dello spettro di massa mancante del sistema $pp\pi^+\pi^-$.

Dal grafico riportato in figura 7.3 si ricava la risoluzione della ricostruzione della massa mancante per il sistema composto da due protoni:

1. Risoluzione massa mancante (pp): **1.4%**

E' possibile determinare l'accettanza del rivelatore in base al numero di eventi analizzati (n_{proc}) e al numero di eventi ricostruiti (n_{ric}):

$$Accettanza = \frac{n_{ric}}{n_{proc}} \cdot 100 = \frac{581}{500000} \cdot 100 = \mathbf{0.12\%} \quad (7.1)$$

l'accettanza così determinata include anche la riduzione di eventi simulati dell'83% dovuta al trigger di primo livello.

Se non si considera tale riduzione si ottiene l'accettanza della ricostruzione che include sia l'identificazione delle particelle che la determinazione di tutte le sue caratteristiche:

$$Accettanza = \frac{581}{83105} \cdot 100 = \mathbf{0.7\%} \quad (7.2)$$

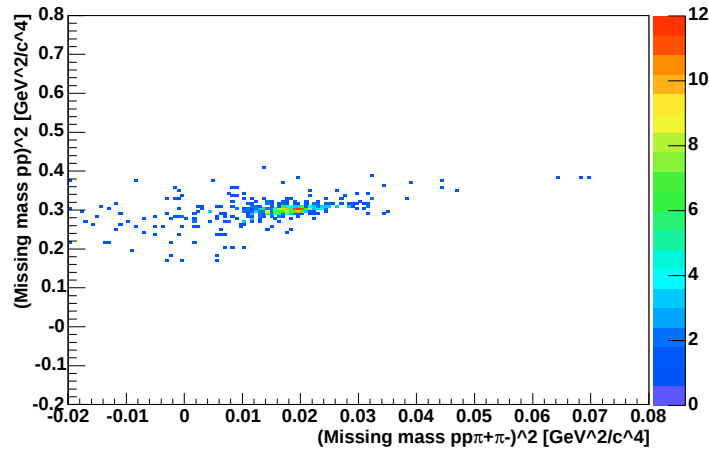


Figura 7.2: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e due pioni.

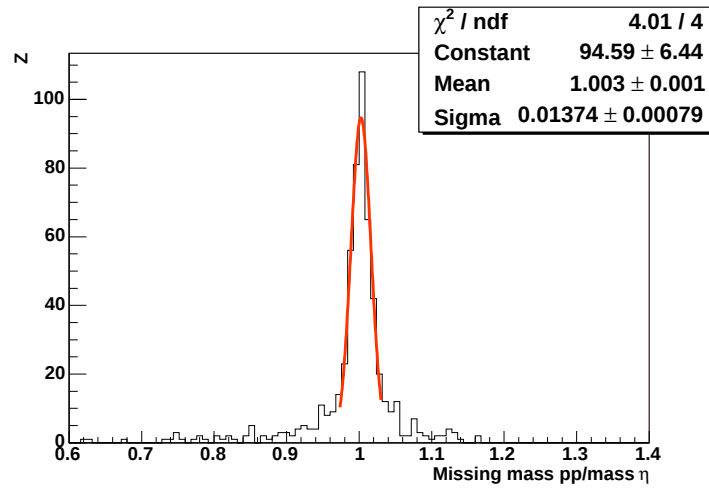


Figura 7.3: Massa mancante diviso valor vero ($m_\eta = 547.45 \text{ MeV}/c^2$) per il sistema $p + p$.

7.2 $pp\eta$; $p\Delta^{++}\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$

Lo studio di questi canali viene effettuato utilizzando la procedura precedentemente illustrata. Si determina quindi la massa mancante per il sistema delle 4 particelle ($pp\pi^+\pi^-$) e per il sistema costituito dai due protoni ricostruiti (pp).

La massa mancante del primo sistema non risulta più data solo dalla massa del pione π^0 , come nel caso studiato in precedenza, ma si hanno due contributi distinti:

1. massa del pione π^0
2. massa nulla

Il primo contributo è dovuto ai due canali:

- $pp\pi^+\pi^-\pi^0$ canale non risonante
- $pp\eta \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^0$ canale risonante

mentre il secondo è dato dai seguenti canali:

- $pp\pi^+\pi^-$ canale non risonante
- $pp\Delta^{++} \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ canale risonante

La differenza tra i casi 1 e 2 permette, attraverso un taglio sulla massa mancante del sistema $pp\pi^+\pi^-$, di effettuare una prima separazione tra gli eventi appartenenti ai primi canali dagli eventi appartenenti ai secondi.

Nella figura 7.4 è riportato il grafico della massa mancante del sistema pp in funzione della massa mancante del sistema $pp\pi^+\pi^-$. E' possibile notare la separazione tra i 2 contributi e il fatto che gli eventi con massa mancante nulla siano superiori al numero di eventi appartenenti agli altri due canali. La motivazione di ciò risiede nella diversa sezione d'urto tra i canali; come è possibile notare dalla tabella 7.1 infatti la sezione d'urto dei canali che determinano il secondo contributo è 6 volte superiore a quella dei canali che determinano il primo contributo.

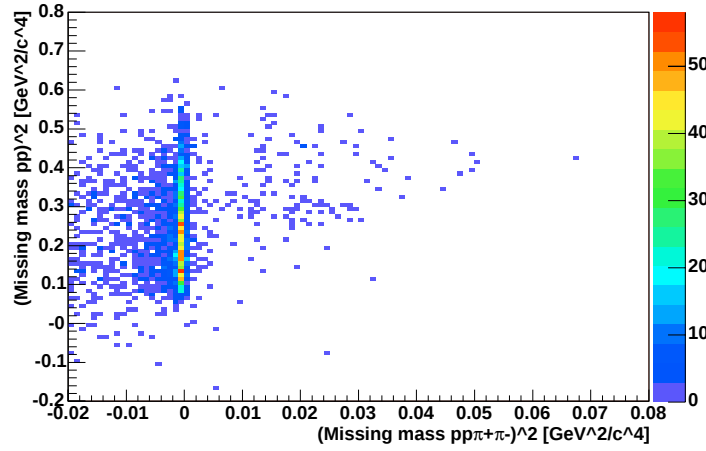


Figura 7.4: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e 2 pioni.

7.3 $pp\eta$; $pp\pi^+\pi^-\pi^0$

Rimane da determinare come sia possibile separare il canale non risonante $pp\pi^+\pi^-\pi^0$ dal canale risonante $pp\eta$.

Dal grafico riportato in figura 7.5 si vede che gli spettri della massa mancante del sistema pp determinato per questi due canali si sovrappongono.

Nel grafico riportato in figura 7.6 sono stati evidenziati i contributi dovuti separatamente ai due canali.

Sono stati studiati tre diversi tagli per determinare la condizione da imporre successivamente ai dati sperimentali per selezionare il canale $pp\eta$:

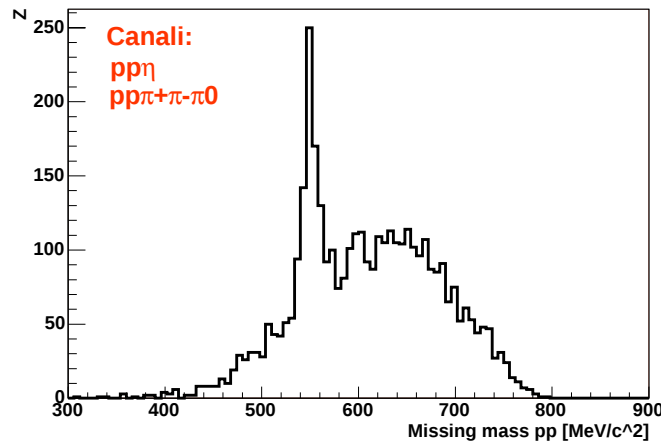


Figura 7.5: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni.

1. $(\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 > 0.008 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2$
2. $0.008 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.045 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2$
3. $0.008 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.03 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2$

Considerando tutto lo spettro di massa mancante del sistema composto dai due protoni si è determinata la riduzione percentuale ($rid\%$) di ogni canale dovuta ai tre tagli esaminati.

I dati iniziali privi di tagli sono:

- Canale risonante: $N_{eventi} = 588$
- Canale non risonante: $N_{eventi} = 3362$

Applicando i diversi tagli si è ottenuto:

1. $(\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 > 0.008 \text{ (GeV/c}^2\text{)}^2$

Canale risonante: $N_{eventi} = 484 \longrightarrow rid\%: \mathbf{2.6\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 2793 \longrightarrow rid\%: \mathbf{14.4\%}$

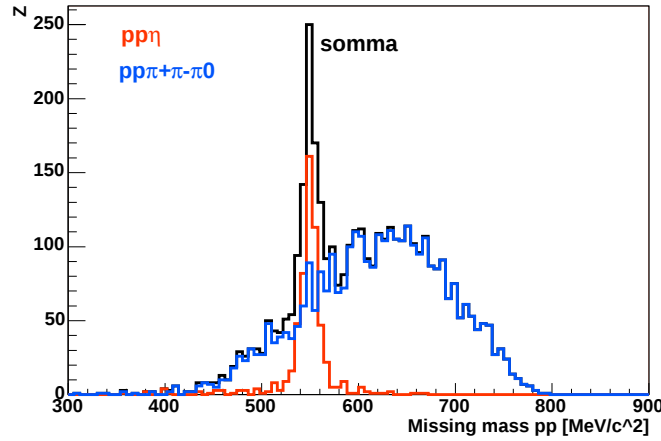


Figura 7.6: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni. Sono stati evidenziati i contributi dei due canali considerati.

$$2. \ 0.008 \ (\text{GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.045 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

Canale risonante: $N_{eventi} = 478 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{2.8\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 2757 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{15.3\%}$

$$3. \ 0.008 \ (\text{GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.03 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

Canale risonante: $N_{eventi} = 466 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{3.1\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 2588 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{19.6\%}$

Si è fatta la stessa analisi considerando solo la regione di massa in cui si trova il picco della particella η :

$$0.25 \ (\text{GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp)^2 < 0.36 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

- Canale risonante: $N_{eventi} = 537$
- Canale non risonante: $N_{eventi} = 1122$

Applicando i tagli precedenti si è ottenuto:

$$1. \ (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 > 0.008 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

Canale risonante: $N_{eventi} = 471 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{4.0\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 943 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{10.8\%}$

$$2. \ 0.008 \ (\text{GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.045 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

Canale risonante: $N_{eventi} = 470 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{4.0\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 935 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{11.3\%}$

$$3. \ 0.008 \ (\text{GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.03 \ (\text{GeV}/c^2)^2$$

Canale risonante: $N_{eventi} = 461 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{4.6\%}$

Canale non risonante: $N_{eventi} = 892 \longrightarrow \text{rid}_{\%}: \mathbf{13.9\%}$

Si è determinata inoltre la percentuale di eventi appartenenti al canale $pp\eta$ in tutto lo spettro e nella regione di massa mancante per il sistema composto dai due protoni compresa tra $0.24 \ (\text{GeV}/c^2)^2$ e $0.36 \ (\text{GeV}/c^2)^2$. I risultati ottenuti sono riportati nella tabella 7.2.

Missing mass del sistema $pp\pi^+\pi^- (\text{GeV}/c^2)^2$	Tutto lo spettro	Regione compresa tra 0.24 e 0.36 $(\text{GeV}/c^2)^2$
Nessun taglio	Canale $pp\eta = 14.89\%$	Canale $pp\eta = 32.37\%$
$M^2 > 0.008$	Canale $pp\eta = 14.77\%$	Canale $pp\eta = 33.31\%$
$0.008 < M^2 < 0.045$	Canale $pp\eta = 14.78\%$	Canale $pp\eta = 33.45\%$
$0.008 < M^2 < 0.03$	Canale $pp\eta = 15.26\%$	Canale $pp\eta = 34.07\%$

Tabella 7.2: Percentuale di eventi appartenenti al canale $pp\eta$ con e senza tagli.

Da questo studio di eventi simulati si è deciso di effettuare il taglio più selettivo poichè nonostante gli eventi appartenenti al canale $pp\eta$ subiscano una riduzione, essa risulta molto inferiore della diminuzione del fondo.

In figura 7.7 è stato riportato il grafico della massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante determinata per il sistema formato dalle quattro particelle $pp\pi^+\pi^-$.

In figura 7.8 è riportato lo spettro di massa mancante del sistema composto da due protoni con il taglio scelto per i dati simulati contenenti tutti i canali aperti, ovvero si sono considerati tutti i canali esistenti, anche quelli non presentati precedentemente.

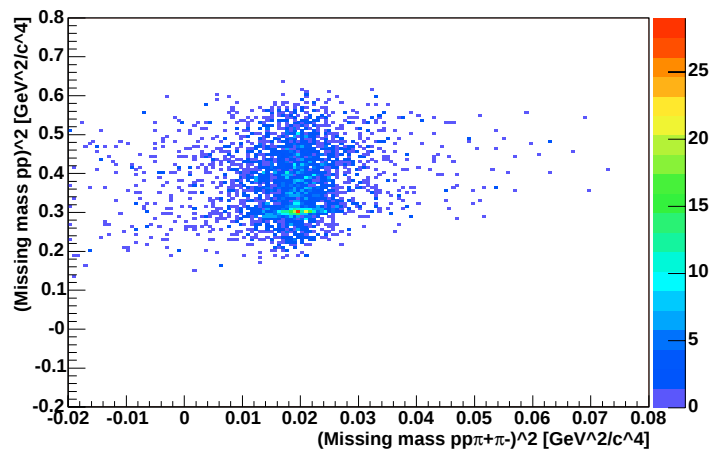


Figura 7.7: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e due pioni.

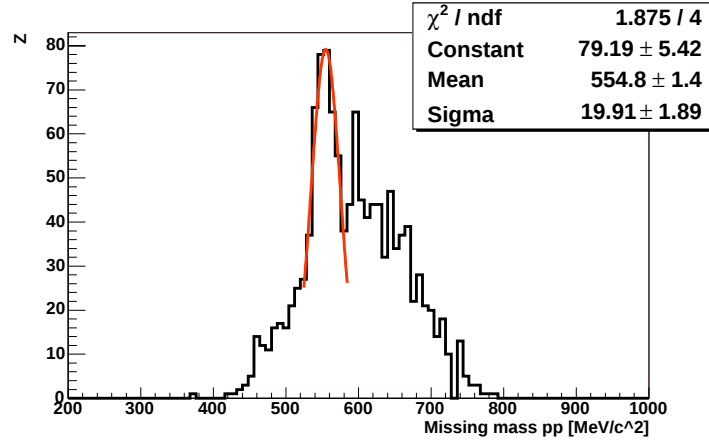


Figura 7.8: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni dopo aver effettuato il taglio sulla massa mancante del sistema composto dalle 4 particelle $pp\pi^+\pi^-$. Sono stati considerati tutti i canali aperti esistenti.

7.4 Dati sperimentali

Sono stati analizzati 115 milioni di eventi acquisiti durante 4 giorni di presa dati.

Per effettuare il riconoscimento delle particelle si è tracciato il grafico del prodotto tra il momento ed il segno della carica della particella in funzione della grandezza $\beta = v/c$. Come si può notare dal grafico riportato in figura 7.9 particelle diverse occupano regioni diverse.

Dopo aver identificato le particelle con questo metodo, si è utilizzata la procedura descritta in precedenza per i dati simulati. Si sono così selezionati gli eventi costituiti dalle quattro particelle $pp\pi^+\pi^-$ e si sono costruiti i quadri-vettori per ogni singola particella identificata, per i protoni del bersaglio e per i protoni del fascio.

In figura 7.10 è riportato il grafico della massa mancante per il sistema composto da due protoni in funzione della massa mancante del sistema composto dalle quattro particelle. Il grafico è stato ottenuto ponendo la scala logaritmica per l'asse z che rappresenta il numero di conteggi in modo da

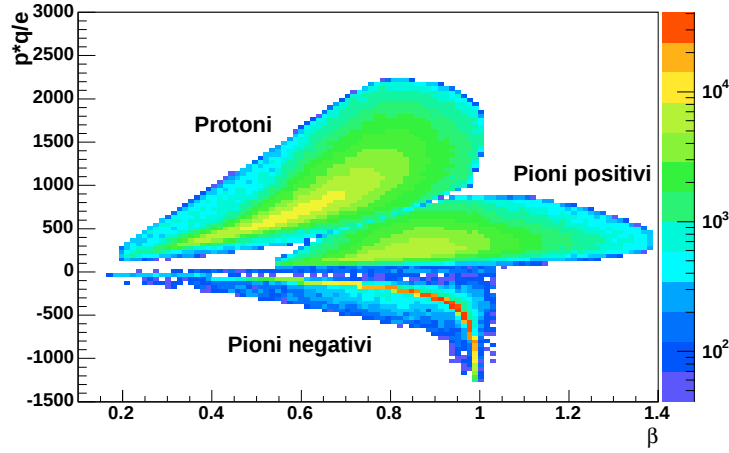


Figura 7.9: Momento moltiplicato per il segno della carica in funzione di β .

rendere più visibile il picco nella regione di massa occupata dalla particella η .

In figura 7.11 è riportato il grafico della massa mancante per il sistema composto da due protoni dopo aver effettuato il taglio sulla massa mancante del sistema $pp\pi^+\pi^-$ determinato dallo studio dei dati simulati:

$$0.008 \text{ (GeV}/c^2)^2 < (\text{Missing mass } pp\pi^+\pi^-)^2 < 0.03 \text{ (GeV}/c^2)^2$$

In figura sono mostrati i fit del segnale di fondo e il fit del segnale proveniente dalla particella η .

Dal fit Gaussiano del picco si ottengono i seguenti risultati:

1. Massa mancante pp : **545.127 $MeV/c^2 \pm 1.24 MeV/c^2$**
2. Variazione percentuale dal valor vero: **0.4%**
3. σ della distribuzione di massa: **0.2 MeV/c^2**
4. Numero di mesoni η rivelati: **177**

Questi risultati ottenuti dallo studio dei dati sperimentali sono molto importanti, in quanto offrono la verifica della bontà dell'analisi dei dati acquisiti, condizione essenziale e fondamentale per lo studio dei dati che verranno prodotti utilizzando ioni pesanti. In particolare si è dimostrata la bontà della ricostruzione della massa invariante di un mesone attraverso un canale di decadimento pionico.

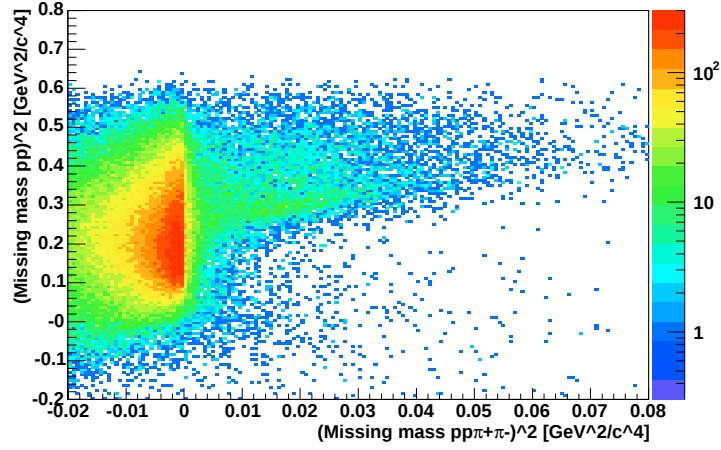


Figura 7.10: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato dalle quattro particelle $pp\pi^+\pi^-$.

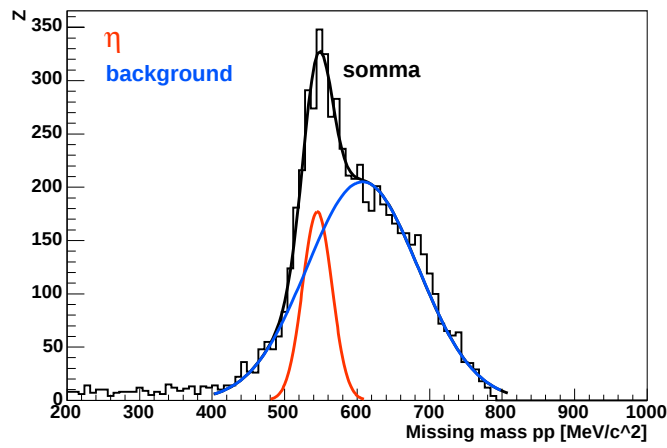


Figura 7.11: Massa mancante del sistema formato da 2 protoni dopo aver effettuato il taglio sulla massa mancante (M) del sistema composto dalle 4 particelle: $0.008(\text{GeV}/c^2)^2 < M^2 < 0.03(\text{GeV}/c^2)^2$.

Capitolo 8

Conclusioni

Negli ultimi dieci anni la fisica nucleare ha cercato di ottenere prove sperimentali delle modifiche delle caratteristiche degli adroni previste teoricamente all'aumentare di densità adronica e/o temperatura.

Lo spettrometro HADES si colloca all'interno di questo quadro studiando collisioni tra nuclei pesanti (Ca+Ca e Au+Au) ad energie del fascio incidente pari a circa 1-2 AGeV. In particolare HADES è stato progettato per l'analisi delle coppie dileptoniche prodotte dal decadimento dei mesoni vettori.

Allo stato attuale HADES è funzionante nella sua quasi totalità, manca infatti il piano più esterno di camere a deriva per due settori su sei del rivelatore. Nonostante questa mancanza lo spettrometro è in grado di offrire buona risoluzione sia in momento che in massa invariante.

A Settembre del 2003 e a Gennaio del 2004 sono stati effettuati due turni di misura per lo studio di collisioni p+p ad energia cinetica del protone incidente pari a 2.2 GeV. Tale studio è indispensabile per poter studiare e interpretare correttamente i dati provenienti da collisioni tra nuclei pesanti.

Il lavoro di tesi è stato principalmente dedicato allo studio del canale elastico; studio che ha permesso inizialmente di mettere in luce anomalie nella ricostruzione dei momenti delle particelle rivelate e in seguito ha permesso la determinazione della risoluzione della ricostruzione nella massa invariante e del momento.

L'analisi di collisioni p+p è importante anche perchè permette di studiare la sezione d'urto del canale di reazione $pp \rightarrow pN(1535) \rightarrow pp\eta$ per regioni di

energia in cui la statistica proveniente da altri esperimenti non è elevata. Lo studio di questo canale fornisce inoltre un ottimo metodo per la verifica del corretto funzionamento di tutto lo spettrometro.

Durante il lavoro di tesi si è svolto uno studio preliminare di questo canale di reazione confrontando i risultati ottenuti tramite simulazioni e i risultati sperimentali.

La massa invariante del mesone η è stata determinata tramite lo studio del canale di decadimento: $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ricostruendo la massa mancante del sistema formato da due protoni e selezionando la regione di massa mancante del sistema $p\pi^+\pi^-$ in cui si trova il picco di massa del mesone π^0 .

I risultati ottenuti dallo studio di questi due canali sono in buon accordo con i risultati che ci si aspetta per poter ottenere risultati significativi dallo studio di collisioni tra nuclei pesanti.

Appendice A

Determinazione del rapporto tra $\tan(\theta_1)^*\tan(\theta_2)$ e il fattore di Lorentz γ

Si consideri una particella in moto rispetto a un sistema di riferimento, dalla cinematica¹ relativistica si hanno le seguenti relazioni che permettono di passare da un sistema di riferimento ad un altro e che descrivono una generica trasformazione dell'angolo polare θ :

$$p^* \sin \theta^* = p \sin \theta \quad (\text{A.1})$$

$$p^* \cos \theta^* = \gamma p \cos \theta - \gamma v E \quad (\text{A.2})$$

dove le grandezze con l'asterisco si riferiscono al nuovo sistema di riferimento.

Può essere necessario invertire le relazioni A.1 e A.2 ed esprimere le grandezze senza asterisco, grandezze misurate nel sistema di riferimento del laboratorio, in funzione delle grandezze contrassegnate dall'asterisco, grandezze espresse nel sistema di riferimento del centro di massa.

L'equazione A.1 è immediatamente invertibile: $p \sin \theta = p^* \sin \theta^*$, l'equazione A.2 invece necessita di qualche passaggio in più:

$$\begin{aligned} p^* \cos \theta^* &= \gamma p \cos \theta - \gamma v E \\ p \cos \theta &= \frac{p^*}{\gamma} \cos \theta^* + v E. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

¹Durante la trattazione la velocità della luce c è posta uguale a 1 numero adimensionale.

Dalla trasformazione di Lorentz per l'energia:

$$E^* = \gamma(E - \vec{v} \cdot \vec{p})$$

segue:

$$E = \frac{E^*}{\gamma} + vp \cos \theta$$

che sostituita nell'equazione A.3 dà:

$$p \cos \theta = \frac{p^*}{\gamma} \cos \theta^* + \frac{v}{\gamma} E^* + v^2 p \cos \theta.$$

Raccogliendo $p \cos \theta$ e dalla relazione $\gamma^2 = \frac{1}{1-v^2}$ si ottiene il seguente risultato:

$$p \cos \theta = \gamma p^* \cos \theta^* + \gamma v E^*. \quad (\text{A.4})$$

Infine dividendo la relazione A.1 per la relazione A.4 si giunge all'equazione:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta^*}{\gamma \cos \theta^* + \frac{\gamma v E^*}{p^*}}.$$

Dato che $\frac{p^*}{E^*} = v^*$ si può riscrivere la relazione precedente come:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta^*}{\gamma(\cos \theta^* + g^*)} \quad (\text{A.5})$$

dove g^* è il rapporto tra la velocità del sistema del laboratorio (v) misurata nel sistema del centro di massa e la velocità della particella (v^*) misurata nel sistema del centro di massa.

A.1 Urto elastico

Si considerino due particelle aventi la stessa massa. Si supponga che una delle due particelle sia ferma mentre l'altra possieda un momento $p_1 \neq 0$ se descritte nel sistema di riferimento del laboratorio. Se le due particelle collidono elasticamente, dopo l'urto le due particelle si muoveranno in un piano contenente la direzione di propagazione prima dell'urto e le loro traiettorie formeranno con tale direzione angoli θ_1 e θ_2 , come rappresentato in figura A.1.

Passando dal sistema del laboratorio al sistema del centro di massa si avrà che le due particelle si muoveranno con la stessa velocità, in modulo, ma in verso opposto. Dopo l'urto elastico le due particelle si allontaneranno tra loro muovendosi lungo una stessa direzione e le due traiettorie formeranno angoli θ e $\pi - \theta$ con la direzione di propagazione prima dell'urto, come raffigurato in figura A.2.

Applicando la relazione A.5 alla prima particella e alla seconda rispettivamente si ottiene:

$$\begin{aligned}\tan\theta_1 &= \frac{\sin\theta}{\gamma\cos\theta + \gamma g^*} \\ \tan\theta_2 &= \frac{\sin(\pi - \theta)}{\gamma\cos(\pi - \theta) + \gamma g^*} = \frac{\sin\theta}{\gamma g^* - \gamma\cos\theta}\end{aligned}$$

Moltiplicando le due relazioni appena determinate si ottiene:

$$\tan\theta_1 \tan\theta_2 = \frac{\sin^2\theta}{\gamma^2((g^*)^2 - \cos^2\theta)} \quad (\text{A.6})$$

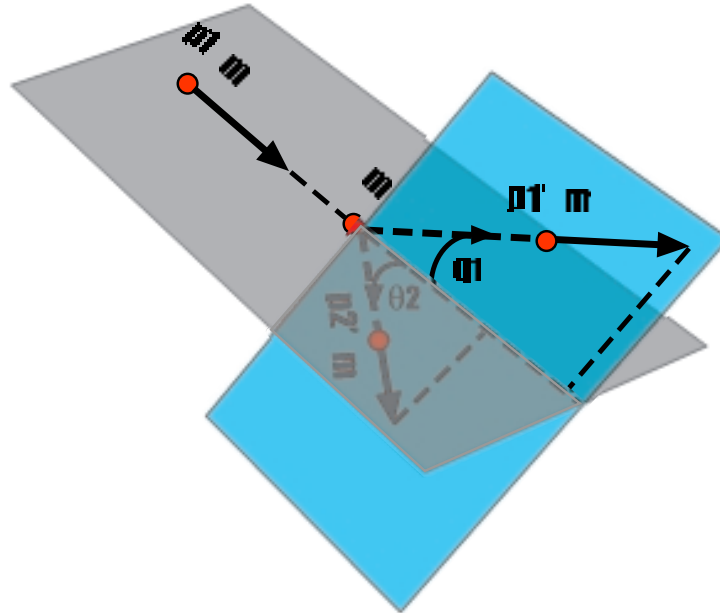


Figura A.1: Urto elastico tra due particelle descritte nel sistema di riferimento del laboratorio.

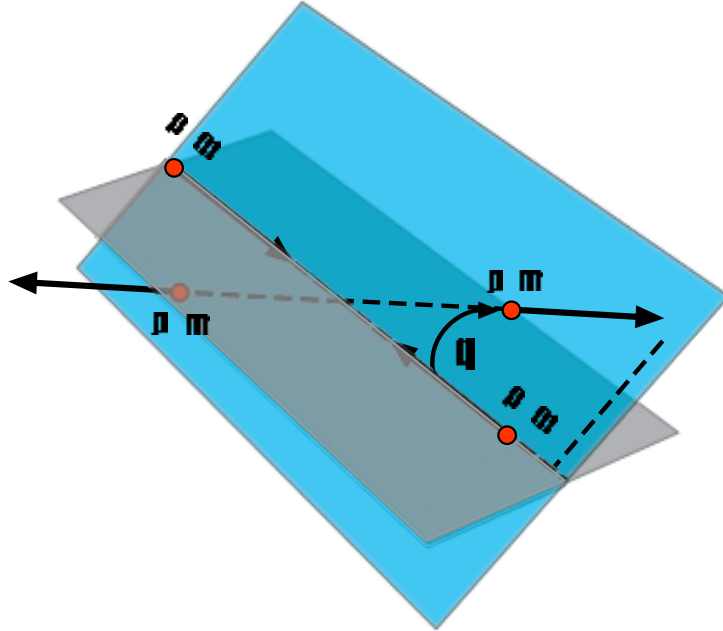


Figura A.2: Urto elastico tra due particelle descritte nel sistema di riferimento del centro di massa.

Poichè la velocità del sistema di riferimento del laboratorio misurata nel sistema del centro di massa e la velocità della particella misurata nel sistema del centro di massa sono uguali, la costante g^* , che è definita come il rapporto tra queste due grandezze, vale 1, quindi la relazione A.6 risulta:

$$\tan \theta_1 \tan \theta_2 = \frac{1}{\gamma^2} \quad (\text{A.7})$$

Bibliografia

- [1] Koch, *Aspects of chiral symmetry*, arXiv:nucl-th/9706075 v2 (1997)
- [2] Brown, Rho, *Scaling effective Lagrangians in a dense medium*, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 21
- [3] Gell-Mann, Oakes, Renner, Phys. Rev. **175** (1968) 2195
- [4] Flamm, Schöberl, *Introduction to the quark model of elementary particles*, **1** (1982)
- [5] Shuryak, *The QCD vacuum, hadrons and the superdense matter*, (1988)
- [6] Weinberg, *Precise relations between the spectra of vector and axial-vector mesons*, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 13
- [7] Eidelman *et al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. B **592** (2004) 1
- [8] Ko, Koch, Li, *Properties of hadrons in the nuclear medium*, Annu. Rev. Part. Sci. **47** (1997)
- [9] Rosenbluth, *High energy elastic scattering of electrons on protons*, Phys. Rev. **79** (1950) 4
- [10] Hesse, Yount *Photonucleon total cross sections at very high energy*, Phys. Rev. Lett. **25** (1970) 9
- [11] Sakurai, *Currents and mesons*, The University of Chicago press (1969)
- [12] Barkov, *Electromagnetic pion form factor in the timelike region*, Nucl. Phys. B 256 (1985) 365
- [13] Gernhäuser *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A502** (2003) 241

- [14] Griffiths, *Introduction to elementary particles* (1987)
- [15] Fonte, Smirnitski, Williams, *A new high-resolution TOF technology*, CERN-EP/99-68 (1999)
- [16] Traxler *et al.*, *The second level trigger system of the HADES detector*
- [17] Toia *et al.*, *A highly selective dilepton trigger based on ring recognition*, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. **A 502** (2003) 270-274
- [18] Salabura *et al.*, *HADES proposal 2004*
- [19] Cowan, Reines *et al.*, *Detection of the free neutrino: a confirmation*, Science **124** (1956) 103
- [20] Kagarlis, *Pluto⁺⁺ a Monte Carlo simulation tool for hadronic physics*, GSI Report **3** (2000)
- [21] <http://www-hades.gsi.de/persons/holzmann/hadsimul.html>
- [22] Particle Data Group, Phys. Rev. **D54** (1996)
- [23] Klimt, Lutz, Weise, Phys. Lett. B **249** (1990) 386
- [24] Salabura, *Vector mesons in strongly interacting systems*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellonskiego (2003)
- [25] Bratkovskaya, Cassing *et al.*, *Dilepton production and m_T -scaling at BEVALAC/SIS energies* Nucl. Phys. A **634** (1998) 168-189
- [26] Agakichiev *et al.*, *Enhanced Production of low-mass electron pairs in 200 GeV/nucleon S-Au collisions at the CERN Super Proton Synchrotron* Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1272-1275
- [27] Marin for the CERES collaboration, *New results from CERES* arXiv:nucl-ex/0406007 **v1** (2004)
- [28] Ozawa *et al.*, *Observation of ρ/ω meson modification in nuclear matter* Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 5019-5022
- [29] Blanc, *Physique nucleaire* (1993)

- [30] Cassing, Bratkovskaya, *Hadronic and electromagnetic probes of hot and dense nuclear matter* Phys. Rep. **85**
- [31] Salapura for the HADES collaboration, *Dielectron spectroscopy in pp, CC and CaCa collisions* Internal Document
- [32] Braun-Munzinger, *Particle production in heavy ion collisions* arXiv:nucl-th/0304013 **v1** (2003)
- [33] Hans-Werner Pfaff for the HADES and the DISTO collaboration, *Vector meson production in hadronic interactions* Internal Document

Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione grafica della direzione dell'evoluzione dell'universo e della direzione intrapresa dalla fisica nucleare sperimentale.	4
1.2	Diagramma di fase della materia nucleare ottenuto tramite modelli teorici. Sono indicate le regioni raggiunte dagli acceleratori e dagli esperimenti già realizzati e in realizzazione.	5
1.3	Simulazione di una collisione tra due nuclei di oro ad energia del centro di massa di 2 GeV per nucleone.	6
2.1	Potenziale di Goldstone	20
2.2	Sezione del potenziale di Goldstone	24
2.3	Spostamento del picco del fattore di forma e allargamento del fattore di forma	27
2.4	Previsione teorica della variazione del valore del condensato chirale al variare della temperatura e della densità[23].	28
2.5	Sezione d'urto fotone-protone e fotone-neutrone [10].	30
2.6	Diagrammi di Feynman per $q^2 > 0$ e $q^2 < 0$.	30
2.7	Annichilazione di una coppia bileptonica e creazione di una coppia pionica attraverso un mesone vettore.	31
2.8	Andamento del modulo quadro del fattore di forma ($F(q^2)$).	32
2.9	Risultati ottenuti dall'esperimento DLS.	33
2.10	Risultati ottenuti dall'esperimento CERES p+Au.	34
2.11	Risultati ottenuti dall'esperimento CERES Pb+Au.	35
2.12	Risultati ottenuti da E325 al KEK-ps.	36
3.1	Veduta di H.A.D.E.S.. E' possibile notare la suddivisione di tutta la struttura in 6 settori uguali attorno alla direzione del fascio.	39

3.2	Schema della sezione di H.A.D.E.S..	40
3.3	Rappresentazione della sezione del rivelatore RICH.	41
3.4	Radiatore del rivelatore a luce Cherenkov (RICH).	43
3.5	Specchi del rivelatore a luce Cherenkov (RICH).	44
3.6	Visualizzazione grafica della rotazione dei piani anodici dell'MDC.	45
3.7	Rappresentazione della struttura del rivelatore SHOWER in presenza di uno sciame elettromagnetico.	46
3.8	Schematizzazione della posizione dei rivelatori di Start e di Veto.	47
3.9	Risoluzione temporale del rivelatore di Start determinata tramite test effettuati con un fascio di Cromo con energia per nucleone $E/N = 650$ AMeV.	48
3.10	Rivelatore di tempo di volo TOF, è possibile vedere la struttura dei 6 settori.	52
3.11	Schema della struttura del trigger di HADES.	55
4.1	Ricostruzione della traiettoria della particella effettuata dall'algoritmo Spline a partire dalla posizione determinata dai quattro piani di MDC.	63
5.1	Determinazione del vertice di reazione.	67
5.2	Coordinate del vertice di reazione, si noti come la ricostruzione del vertice permetta di determinare eventuali correzioni da apportare alla posizione dell'origine del sistema di riferimento del laboratorio.	68
5.3	Differenza tra la posizione determinata dall' MDC e la posizione determinata dal TOF per una barra campione.	70
5.4	Differenza delle x in funzione del numero di barra, prima della taratura.	71
5.5	Differenza delle x in funzione del numero di barra, dopo il processo di taratura.	71
5.6	Linea blu : Risoluzione spaziale per le barre spesse Linea rossa : Risoluzione spaziale per le barre sottili.	73
5.7	Grafico per la determinazione della velocità di gruppo per una barra campione.	74

5.8	Grafico per la determinazione della velocità di gruppo per una barra campione.	75
5.9	Linea blu : Velocità di gruppo per barre spesse Linea rossa : Velocità di gruppo per barre sottili.	75
5.10	Linea blu : Risoluzione temporale per le barre spesse Linea rossa : Risoluzione temporale per le barre sottili.	76
6.1	Differenza di ϕ : $ \phi_1 - \phi_2 $	79
6.2	Prodotto delle tangenti di θ : $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$	79
6.3	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $ \phi_1 - \phi_2 $	80
6.4	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$	81
6.5	$ \phi_1 - \phi_2 $	81
6.6	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $ \phi_1 - \phi_2 $	82
6.7	χ e relativo taglio a 2.5.	82
6.8	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $ \phi_1 - \phi_2 $, i dati segnati in nero sono quelli che non soddisfano la condizione $\chi < 2.5$	83
6.9	Spettro di massa invariante	85
6.10	Angolo polare θ in funzione della massa invariante	86
6.11	spettro di massa invariante con $24^\circ < \theta < 45^\circ$	86
6.12	p_{teo}/p	87
6.13	p in funzione di θ	88
6.14	p_{teo}/p con $24^\circ < \theta < 45^\circ$	88
6.15	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$	89
6.16	$ \phi_1 - \phi_2 $	89
6.17	Andamento della funzione χ	89
6.18	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $ \phi_1 - \phi_2 $, i dati segnati in nero sono quelli che non soddisfano la condizione $\chi < 2.7$	90
6.19	p in funzione di θ	91
6.20	Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1.	92
6.21	Rapporto p_{teo}/p in alto : escludendo i settori 2 e 5 in basso : considerando solo i settori 2 e 5.	92
6.22	Spettro di massa invariante dopo aver effettuato il taglio nella variabile χ	93
6.23	Massa invariante diviso massa teorica.	94

6.24	Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1 dopo aver effettuato il taglio in massa riportato nella tabella 6.1.	95
6.25	Momento in funzione di θ .	96
6.26	Momento della particella 2 in funzione del momento della particella 1.	97
6.27	Momento teorico diviso momento ricostruito.	97
6.28	Spettro di massa invariante del sistema p+p.	99
6.29	Massa invariante diviso valor vero.	100
6.30	Prodotto delle tangenti di θ : $\tan \theta_1 * \tan \theta_2$.	101
6.31	$ \phi_1 - \phi_2 $.	101
6.32	Andamento della variabile χ e indicazione del taglio effettuato.	101
6.33	$\tan \theta_1 * \tan \theta_2$ in funzione di $ \phi_1 - \phi_2 $, i punti neri rappresentano gli eventi per cui non è rispettata la seguente disuguaglianza: $\chi < 3.2$.	102
6.34	Massa invariante del sistema. Dati rielaborati con l'algoritmo Spline.	103
6.35	Massa invariante del sistema diviso massa teorica ($2767 \text{ MeV}/c^2$).	104
6.36	p_{teo}/p .	105
6.37	Spettro di massa invariante della coppia appartenente al canale elastico. Dati rielaborati con Runge Kutta.	106
6.38	Massa invariante diviso massa teorica.	107
6.39	p_{teo}/p .	108
7.1	Massa mancante: In alto: sistema p + p In basso: sistema p + p + $\pi^+ + \pi^-$.	112
7.2	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e due pioni.	114
7.3	Massa mancante diviso valor vero ($m_\eta = 547.45 \text{ MeV}/c^2$) per il sistema p + p.	114
7.4	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e 2 pioni.	116
7.5	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni.	116
7.6	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni. Sono stati evidenziati i contributi dei due canali considerati.	117
7.7	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato da 2 protoni e due pioni.	119

7.8	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni dopo aver effettuato il taglio sulla massa mancante del sistema composto dalle 4 particelle $pp\pi^+\pi^-$. Sono stati considerati tutti i canali aperti esistenti.	120
7.9	Momento moltiplicato per il segno della carica in funzione di β . . .	121
7.10	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni in funzione della massa mancante del sistema formato dalle quattro particelle $pp\pi^+\pi^-$.122	
7.11	Massa mancante del sistema formato da 2 protoni dopo aver effettuato il taglio sulla massa mancante (M) del sistema composto dalle 4 particelle: $0.008(GeV/c^2)^2 < M^2 < 0.03(GeV/c^2)^2$	122
A.1	Urto elastico tra due particelle descritte nel sistema di riferimento del laboratorio.	127
A.2	Urto elastico tra due particelle descritte nel sistema di riferimento del centro di massa.	128

Elenco delle tabelle

1.1	Caratteristiche dei mesoni vettori ρ, ω, ϕ	7
1.2	Caratteristiche dei mesoni vettori ρ, ω, ϕ	8
2.1	Numeri quantici dei quark leggeri: B = numero barionico, J = spin, I = isospin, I_3 = terza componente dell'isospin, S = stranezza e Q = carica elettrica.	10
4.1	Grandezze relative al protone proiettile, prima dell'urto, nel sis- tema di riferimento del laboratorio.	59
4.2	Grandezze relative al sistema formato dal protone proiettile e dal protone bersaglio, prima dell'urto, nel sistema di riferimento del laboratorio.	59
4.3	Principali canali di reazione e relative sezioni d'urto nel caso di collisione tra protoni ad energia 2.205 GeV.	60
4.4	Probabilità di decadimento per le risonanze Δ e N(1535).	61
6.1	Valore della massa invariante e del taglio utilizzato per migliorare la selezione del canale elastico. Il taglio corrisponde a 2767 ± 1.5 $\cdot \sigma \text{ MeV}/c^2$	96
6.2	Risultati ottenuti dai dati simulati.	108
6.3	Risultati ottenuti dai dati simulati.	109
6.4	Risultati ottenuti dai dati sperimentali.	109
6.5	Risultati ottenuti dai dati sperimentali.	109
7.1	Canali di reazione che presentano nello stato finale le 4 particelle: $pp\pi^+\pi^-$	111
7.2	Percentuale di eventi appartenenti al canale $pp\eta$ con e senza tagli.	119