

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI

DANIELE BATTAGLIA

Studio elettromagnetico delle cavità risonanti
per un ciclotrone superconduttore

TESI DI LAUREA

Relatori:

Chiar.mo Prof. S. Barbarino

Chiar.mo Dott. L. Calabretta

Correlatori:

Dott. M. Maggiore

Ing. G. Sorbello

ANNO ACCADEMICO 2002-2003

Introduzione

Il presente lavoro di tesi è stato svolto interamente presso i Laboratori Nazionali del Sud con l'obiettivo di studiare il campo elettromagnetico all'interno delle cavità risonanti di un nuovo ciclotrone superconduttore. Tale studio fa parte del progetto SCENT approvato dalla commissione V dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare.

La macchina acceleratrice che si vuole studiare può assolvere differenti compiti, tra i quali quello di fornire protoni e ioni carbonio con energia sufficiente per essere impiegati nell'*adroterapia*. Questa tecnica è relativamente recente e viene adoperata per il trattamento dei tumori con ottimi risultati.

Nel primo capitolo si spiega il significato di adroterapia, illustrandone i vantaggi e gli svantaggi rispetto alla radioterapia classica. Successivamente si descrive sommariamente il progetto SCENT ed in particolare il ciclotrone.

Nel secondo capitolo vengono brevemente descritti i diversi tipi di acceleratori esistenti ed i principi di funzionamento.

Nel terzo capitolo si richiama la teoria dell'elettromagnetismo, utile nella fase di studio delle cavità RF. In particolare si passerà dalle equazioni di Maxwell a quelle delle linee di trasmissione, indispensabili per lo studio di cavità complesse.

Nel quarto capitolo si richiama la teoria elettromagnetica delle cavità risonanti e delle grandezze fondamentali ad essa associate (frequenza di risonanza e fattore di qualità).

Nel quinto si affronta dettagliatamente lo studio di cavità di tipo coassiale.

Infine nel sesto capitolo viene descritta la lunga fase di studio delle cavità. In questa sede sono riportate le scelte effettuate per il raggiungimento dei parametri di progetto e le loro motivazioni, il tutto corredato dai grafici più importanti ed esaustivi sulle simulazioni finali.

Alcuni argomenti che servono da sussidio alla tesi stessa sono riportati in appendice.

A causa della forma delle cavità non è possibile trovare una soluzione analitica esatta delle equazioni di Maxwell. Pertanto la descrizione dettagliata della cavità, dal punto di vista elettromagnetico, è stata svolta prevalentemente utilizzando il simulatore tridimensionale H.F.S.S. (High Frequency Structure Simulator), sviluppato e distribuito dall'Ansoft. Si tratta di un simulatore agli elementi finiti che è un valido supporto per lo studio di dispositivi operanti nel range della radiofrequenza e delle microonde (cavità risonanti, antenne, guide d'onda).

La presente tesi è stata sviluppata in stretta collaborazione con l'Ing. Marco Di Giacomo, del laboratorio GANIL (Grand Accélérateur d'Ions Lourds) ubicato a Caen, in Francia. La suddetta collaborazione è stata frutto di numerosi incontri tecnici, che hanno permesso un proficuo confronto tra i risultati delle simulazioni svolte con H.F.S.S. e quelle svolte con il simulatore M.A.F.I.A. (MAXwell Finite Integration Algorithm).

Indice

1	L'adroterapia	1
1.1	L'adroterapia	1
1.1.1	Cenni storici	1
1.1.2	Caratteristiche ed effetti delle radiazioni ionizzanti	4
1.1.3	Gli effetti biologici delle radiazioni ionizzanti	11
1.2	Il progetto SCENT	13
2	Fisica del ciclotrone	19
2.1	Cenni Storici e sviluppo dei ciclotroni	19
2.2	Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole	22
2.2.1	Dinamica assiale	24
2.2.2	Dinamica radiale	25
2.3	Il ciclotrone AVF (particelle relativistiche)	27
2.3.1	Isocronismo	27
2.3.2	Focalizzazione	28
2.4	La focalizzazione a spirale	30
2.5	Sistemi di iniezione ed estrazione	31
2.5.1	Sistemi di iniezione	31
2.5.2	Sistemi di estrazione	32
2.6	L'accelerazione nei ciclotroni	34

INDICE

2.6.1	Le cavità acceleranti	39
3	Teoria delle linee di trasmissione	41
3.1	Modello a parametri distribuiti	41
3.2	Propagazione d'onda in una linea	44
3.2.1	Linee con piccole perdite	45
3.2.2	Linea senza perdite	46
3.3	Determinazione dei parametri distribuiti	47
3.3.1	Calcolo dei parametri di una linea coassiale	49
3.4	Linea chiusa su un carico generico	50
3.4.1	Linea chiusa in corto circuito	54
3.4.2	Linea chiusa su un carico reattivo	55
3.5	Dalle equazioni di Maxwell alle equazioni dei telegrafisti	56
3.6	Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell	59
3.7	Matrice e parametri di scattering	63
4	Le cavità risonanti	65
4.1	Cavità coassiale a $\lambda/2$	68
4.1.1	Studio mediante le equazioni di Maxwell	69
4.1.2	Studio mediante le equazioni dei telegrafisti	74
4.2	Cavità coassiale a $\lambda/4$	76
4.3	Le cavità di un ciclotrone superconduttore	83
4.3.1	Breve studio analitico delle cavità del ciclotrone.	86
5	Studio e misure di cavità prototipo	89
5.1	Il simulatore elettromagnetico	89
5.2	Cavità a mezz'onda	91
5.2.1	Risultati teorici	92

INDICE

5.2.2	Risultati ottenuti dalla simulazione	93
5.2.3	Risultati delle misure in laboratorio	94
5.3	Il chopper 500	96
5.3.1	Risultati ottenuti dalla simulazione	98
6	Le cavità del ciclotrone	100
6.1	Le varie fasi del progetto	101
6.1.1	Perché i tre <i>stem</i>	102
6.1.2	Il problema dell'instabilità	105
6.1.3	La dissipazione di potenza e la curva di potenziale	110
6.2	Risultati delle simulazioni	112
6.2.1	Simulazioni con il “dee ridotto”	113
6.2.2	Simulazioni con il “dee iniziale”	113
6.3	Conclusioni e sviluppi futuri	116
A	Macro utilizzate	118
A.1	Calcoli di differenze di potenziale	118
A.1.1	Potenziale su una linea	118
A.1.2	Potenziale su più linee	119
A.2	Calcoli di energia	121
A.2.1	Energia immagazzinata dal campo elettrico	121
A.2.2	Energia immagazzinata dal campo magnetico	122
A.3	Calcoli di potenza e fattore di qualità	123
A.3.1	Calcolo della potenza dissipata	123
A.3.2	Plot della potenza dissipata	124
A.3.3	Calcolo del fattore di qualità	125
B	Modello semplificato di una cavità	128

INDICE

C Approfondimento sul simulatore H.F.S.S.	130
Ringraziamenti	135

Capitolo 1

L'adroterapia

Gli acceleratori di particelle sono, ormai da qualche tempo, sempre più familiari nei centri ospedalieri, attualmente ne esistono ben 27 in tutto il mondo. I più comuni, in questo ambito, sono i ciclotroni, seguono i sincrotroni e i sincrociclotroni. Di seguito verrà data una panoramica sull'adroterapia nonché sul progetto SCENT, di cui questa tesi fa parte.

1.1 L'adroterapia

Con la parola adroni normalmente si intendono protoni, neutroni e mesoni, ma nel contesto dell'adroterapia è di uso comune includere altre particelle cariche ed escludere i neutroni; in particolare molti fisici indicano come adroterapia anche i trattamenti fatti con carbonio, elio o neon. In questo lavoro gli ioni carbonio verranno indicati come particelle pesanti, in contrasto ai protoni e ai nuclei di elio.

1.1.1 Cenni storici

Ioni con numero di massa fino a 20 amu, opportunamente accelerati, hanno apportato notevoli vantaggi nella cura del cancro, soprattutto se confrontati con i tipi

1.1 L'adroterapia

di radiazioni convenzionali. L'obiettivo di una terapia che utilizza radiazioni, è quello di distruggere la massa tumorale, preservando il più possibile i tessuti circostanti sani. Questa idea diede il via, ormai quasi cento anni fa, ai primi trattamenti con i raggi X, sebbene questi non riuscissero a penetrare molto in profondità nei tessuti e avessero effetti terapeutici discutibili. Nei primi anni venti cominciò ad essere usato il radio, perché capace di produrre raggi γ e in seguito anche gli elettroni accelerati perché capaci di generare raggi X più energetici. Reattori nucleari furono utilizzati per produrre cobalto radioattivo, che è diventata la sorgente di raggi γ fino ad oggi più usata nella radioterapia.

Con gli anni questa tecnica è stata costantemente migliorata: le macchine sono state adattate all'ambiente ospedaliero e i metodi di irraggiamento sono diventati più accurati. Attualmente le macchine per radioterapia convenzionale operanti nel mondo sono varie migliaia. Tuttavia ci sono dei casi in cui è impossibile non irradiare anche qualche organo vitale situato vicino alla parte malata.

Circa cinquanta anni fa, R. Wilson notò le proprietà di fasci monoenergetici di particelle cariche, come protoni e ioni: ottima focalizzazione, bassa diffusione laterale, rilascio dell'energia solo in strette zone. Ciò in principio vuol dire che, variando l'energia delle particelle è possibile irradiare l'intero volume desiderato in maniera uniforme e con una dose sufficientemente alta, mantenendo bassa la dose assorbita dagli altri organi circostanti. Questo è il principio chiave su cui si basa l'adroterapia. A tal fine alcune macchine acceleratrici cominciarono ad essere costruite o adattate per trattare qualche tipo di neoplasia. Recentemente la tecnica è stata ulteriormente migliorata con l'utilizzo di ioni più pesanti come il neon e il carbonio; essi mostrano un picco di Bragg, si veda la figura 1.1, simile a quello dei protoni, la dispersione laterale (straggling) del fascio è minore e quindi meglio controllabile, l'**energia lineare trasferita** (LET), o l'energia depositata, per unità di lunghezza risulta più alta che quella dei protoni con conseguente relativo **danno biologico**

1.1 L'adroterapia

effettivo (RBE) maggiore. Inoltre una radiazione ad alto LET colpisce anche le cellule tumorali ipossiche, meno sensibili alle radiazioni, e presenti soprattutto nei tumori grandi e poco vascolarizzati. Inoltre l'utilizzo di una radiazione ad alto LET, rispetto a una a basso LET, dà luogo ai seguenti vantaggi:

1. riduzione della differenza della radio-sensitività per cellule di diverso tipo;
2. riduzione della differenza della radio-sensitività in relazione alla fase delle cellule durante il ciclo mitotico;
3. diminuzione dei fenomeni di riparazione e, di conseguenza, meno differenze tra le risposte di popolazioni di cellule sottoposte a irradiazione frazionata.

In definitiva, quindi, tutte le popolazioni di cellule, in tutte le condizioni, tendono a rispondere nel medesimo modo quando vengono esposte alla radiazione ad alto LET.

Rimane comunque da notare che le radiazioni convenzionali a basso LET (raggi γ e elettroni) sono più semplici da trattare sia per ciò che concerne la produzione, sia nel trasporto del fascio da sorgente a paziente. Inoltre, l'utilizzo di radiazioni ad alto LET, causa il rilascio di una cospicua quantità di energia in prossimità del picco di Bragg. Diventa quindi estremamente importante regolare adeguatamente non solo la forma geometrica del fascio, ma anche la sua energia e il tempo di esposizione dei tessuti. Per questo motivo sono necessari una serie di accertamenti diagnostici quali **tomografia computerizzata** (CT) per tessuti altamente densi, **risonanza magnetica** (MRI) per tessuti delicati, **ultra suoni** (US), **scintigrafia o tomografia per emissione di positroni** (PET), che, uguagliando la risoluzione spaziale di un fascio di adroni, servono a determinare l'esatta forma e posizione delle cellule da colpire. Servono, inoltre, macchine che riescano ad accelerare un fascio regolabile nei suoi parametri fondamentali (intensità, energia, dimensioni).

1.1 L'adroterapia

Tali argomentazioni hanno limitato fino ad ora un'ampia diffusione dell'adroterapia in medicina, ma gli studi più recenti, tra i quali il progetto SCENT, mirano ad una maggiore funzionalità e semplicità di tutte le operazioni relative a questo trattamento. Il fine è quello di rendere tutta la strumentazione il più compatibile possibile all'ambiente ospedaliero.

In questo capitolo si cercherà di mostrare più in dettaglio i principi fisici su cui si basa questa terapia, puntando l'attenzione sui vantaggi dell'uso di ioni pesanti e dei protoni rispetto alle radiazioni convenzionali.

1.1.2 Caratteristiche ed effetti delle radiazioni ionizzanti

L'obiettivo di una terapia oncologica è il controllo e la completa eliminazione delle cellule tumorali, quindi il successo di un trattamento dipende in primo luogo dalla capacità di discriminarle dalle cellule sane.

Quando si parla di trattamento con radiazioni convenzionali si intendono raggi γ emessi da isotopi radioattivi, fotoni di brehmsstrahlung ed elettroni. Una proprietà che le accomuna è la distribuzione di dose nel tessuto umano che è massima vicino alla superficie e diminuisce man mano che penetra in profondità, figura 1.1.

Per i raggi γ , e per i fotoni più in generale, questo decremento è quasi esponenziale, il che vuol dire che dopo aver attraversato il bersaglio la dose non è nulla, quindi cellule sane a monte e a valle del tumore possono essere danneggiate. Inoltre l'energia dei fotoni è trasferita al tessuto attraverso processi stocastici, quali diffusione inelastica ed effetto fotoelettrico, che comportano un allargamento laterale del fascio, anch'esso da considerare.

Gli effetti biologici più importanti sono attribuiti agli elettroni secondari prodotti (e^+ , e^-): è questo il motivo per cui vengono anche definiti radiazioni **indirettamente ionizzanti**. Al contrario gli elettroni primari vengono definiti particelle

1.1 L'adroterapia

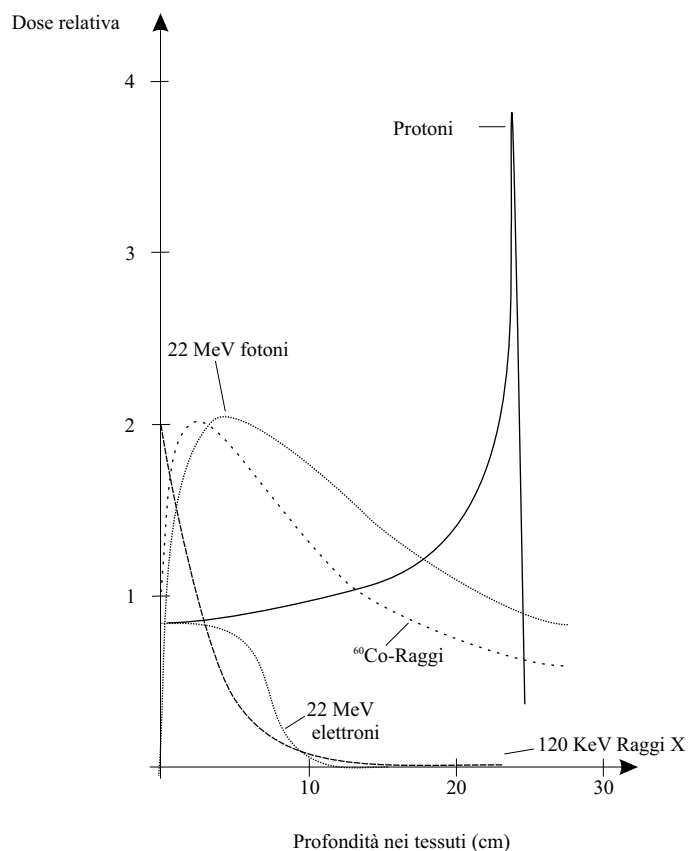


Figura 1.1: Diagramma dose-profondità per diverse radiazioni.

direttamente ionizzanti e la distribuzione di dose diminuisce più velocemente con lo spessore, il che implica un range limitato. La distribuzione di radiazione può essere migliorata se il tumore è irraggiato da più direzioni, ad esempio utilizzando un sistema capace di ruotare il fascio attorno al paziente [8] [10] [11] [20].

Al momento le radiazioni convenzionali sono quelle maggiormente usate nella cura delle varie forme di neoplasie grazie alla loro efficacia sui tumori in fase di crescita, in quanto agiscono preferenzialmente sulle cellule al momento della duplicazione.

La radioterapia convenzionale ha portato molti successi nella terapia oncologica, ma alcuni tumori locali come quelli dell'occhio, nel primo tratto dell'intestino, nel cervello, alla base del collo, non sono adatti ad essere trattati con questa tecnica.

1.1 L'adroterapia

I raggi X e γ , infatti, rilasciano molta energia vicino alla superficie, pur avendo un range molto grande, quindi il miglioramento è da cercarsi in nuovi tipi di radiazioni.

Particelle cariche più pesanti degli elettroni (protoni o ioni) presentano proprietà interessanti: la loro interazione con la materia è dovuta principalmente a processi che coinvolgono gli elettroni degli atomi bersaglio, inoltre, a causa della loro massa, molto maggiore di quella degli elettroni, risentono meno della diffusione laterale e dell'allargamento del fascio.

Le curve dose-profondità di questi fasci sono completamente differenti da quelle dei fotoni ed elettroni, le dosi più elevate sono rilasciate alla fine del percorso nei tessuti, dando luogo al **picco di Bragg**. Come si vede dalla figura 1.1 per protoni, e similmente per ioni carbonio, l'energia rilasciata in zone vicino alla superficie è relativamente bassa, se confrontata alla dose rilasciata dalle radiazioni convenzionali, mentre risulta tutta concentrata ad una profondità precisa, quella in corrispondenza del picco.

La profondità in cui si trova il picco di Bragg dipende dall'energia iniziale e dalla massa delle particelle, mentre la sua ampiezza è funzione della dispersione energetica del fascio. Se si trattano neoplasie di spessore comparabile alla larghezza del picco di Bragg, è necessario solo un fascio di particelle cariche con energia tale da far coincidere il picco con la profondità a cui si trova il tumore, in modo che la maggior parte dell'energia venga depositata nelle cellule malate, minimizzando il danno agli organi vicini.

L'esperienza ha comunque dimostrato che più frequentemente i tumori hanno uno spessore maggiore della larghezza del picco di Bragg, quindi è necessario trovare una tecnica che permetta di modellare adeguatamente la forma del fascio. Questo può essere fatto nei seguenti modi:

- variando l'energia del fascio in uscita dall'acceleratore.

1.1 L'adroterapia

- interponendo materiali di spessore variabile, che continuamente varino la quantità di materia incontrata dal fascio prima di colpire il paziente e quindi varino la posizione del massimo di dose rilasciata. Con questa tecnica si sovrappongono più picchi di Bragg e si ottiene quello che viene usualmente chiamato un **picco allargato** o **Spread Out Bragg Peak (SOBP)**, come mostrato nella figura 1.2 [14][19].

Risulta così possibile irraggiare uniformemente tumori con spessori dell'ordine dei centimetri.

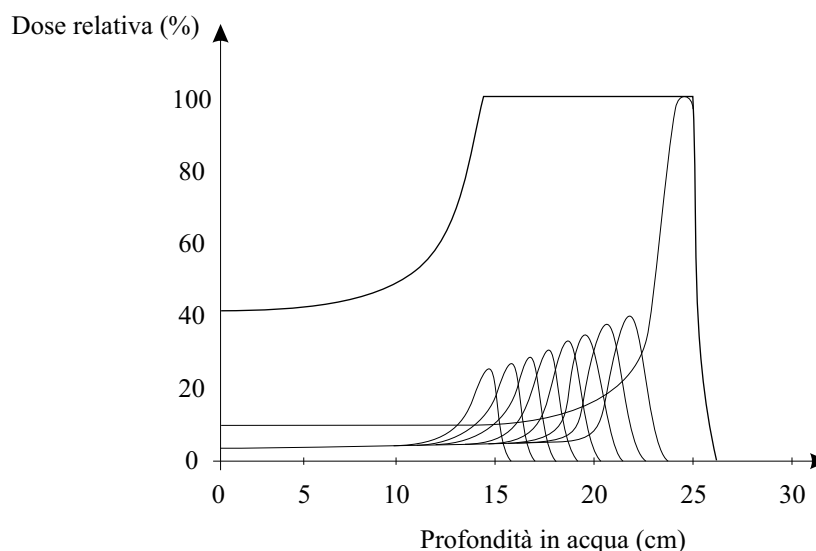


Figura 1.2: Picco di Bragg allargato (SOBP) per un fascio di protoni.

Oltre ad essere modulato in profondità, il fascio viene reso uniforme e più conforme possibile all'area da trattare in modi diversi:

- si possono usare dei collimatori speciali, che modellano il fascio in modo da renderlo quanto più conformante possibile al tumore, questo metodo è detto anche sistema di **scansione passiva**;
- si può usare la tecnica della **scansione attiva**: il fascio di ioni non incon-

1.1 L'adroterapia

tra spessori prima del paziente, rimane quindi relativamente stretto (piccola FWHM), e, per mezzo di magneti adeguatamente disegnati, è mosso in modo da colpire il tumore in più punti, fino a quando si copre l'intero volume da trattare.

Un altro parametro rilevante nella descrizione degli effetti biologici delle radiazioni è l'energia lineare trasferita o LET, normalmente espressa in $\text{keV}/\mu\text{m}$. Il suo valore dipende dalla carica e dall'energia della particella, quindi varia man mano che la particella penetra nel tessuto. Il LET per fotoni è relativamente basso, ma può crescere parecchio per neutroni, protoni e ioni più pesanti; inoltre per queste particelle il LET varia con la profondità di penetrazione. I protoni e gli altri ioni pesanti finora considerati sono a basso LET per quasi tutta la loro traccia, mentre, come mostra la figura 1.3, nella zona del picco di Bragg assumono alto LET [20][17][19]. In particolare l'ordine di grandezza del LET è tra 10 e 100 $\text{keV}/\mu\text{m}$ per i protoni e anche oltre per ioni come carbonio o neon.

Un effetto biologico minore di quello desiderato, in un trattamento con radiazioni convenzionali, può essere causato, come già accennato, dalla presenza di cellule ipossiche (anoxic) presenti al centro del tumore. Queste cellule sono relativamente lontane dai capillari (100 μm) e, come dice il loro nome, si caratterizzano per la bassa presenza di ossigeno.

Studi sull'argomento hanno dimostrato che neoplasie ipossiche sono meno radiosensibili, tanto che per avere lo stesso effetto biologico occorre mandare una dose circa tre volte maggiore di quella mandata su neoplasie le cui cellule sono ben ossigenate. L'**Oxygen Enhancement Ratio** (OER) è un parametro che descrive questi effetti: è il rapporto tra le dosi richieste per produrre un dato effetto in assenza e in presenza di ossigeno.

Come si vede dalla figura 1.4, per le radiazioni convenzionali l'OER ha un valore circa di tre, che è indice della difficoltà di irradiare cellule ipossiche al centro

1.1 L'adroterapia

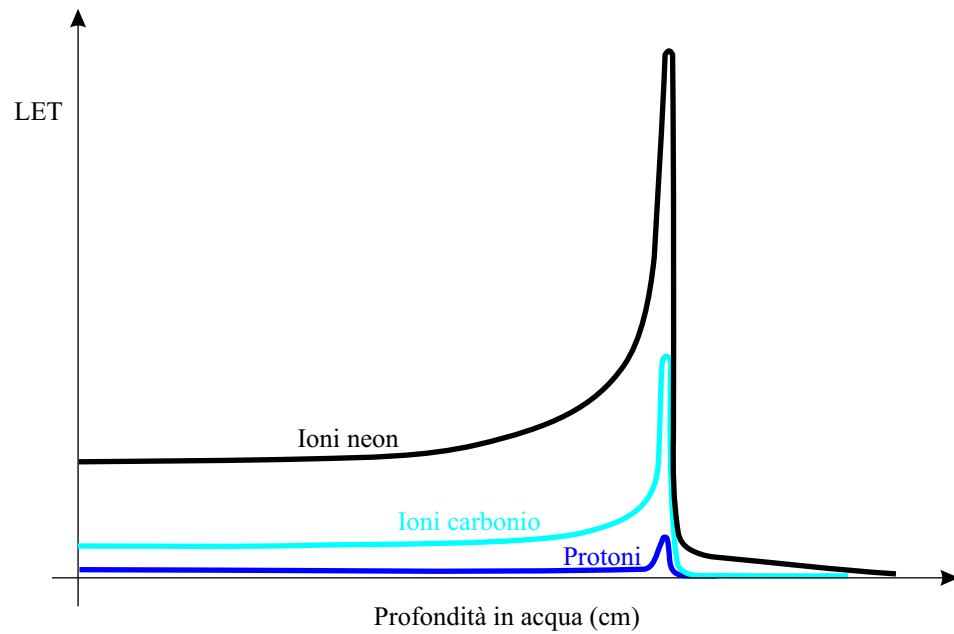


Figura 1.3: LET per protoni, ioni carbonio e neon in relazione al loro cammino.

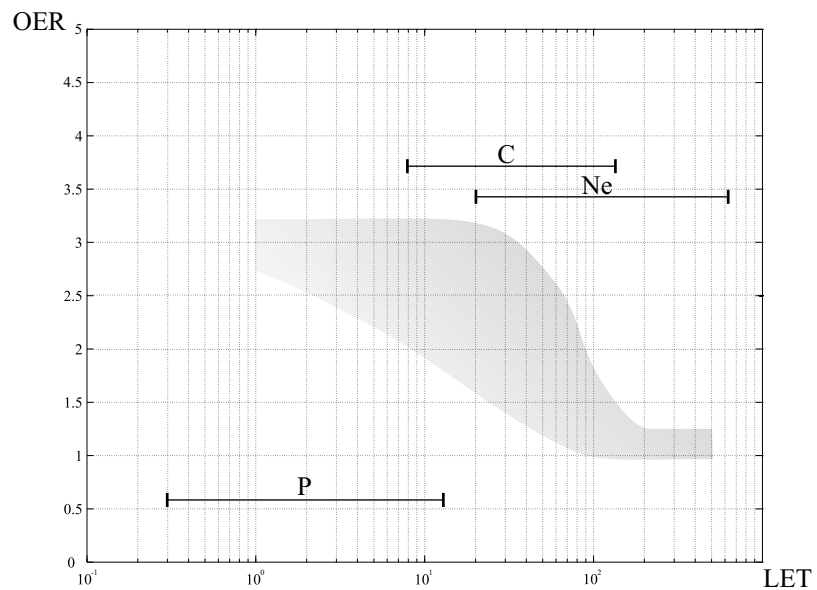


Figura 1.4: OER in funzione del LET per vari tipi di radiazioni.

del tumore senza causare danni irreparabili agli organi e ai tessuti vicini. Questi ultimi, infatti, sono ben vascolarizzati, quindi più sensibili alle radiazioni. L'OER

1.1 L'adroterapia

diminuisce all'aumentare del LET, fino ad arrivare ad un valore di circa 1 per particelle con LET di qualche centinaio di keV/ μm ; questo è un grosso vantaggio dell'uso di radiazioni ad alto LET rispetto a fotoni o elettroni.

A differenza del LET che descrive la perdita di energia della particella lungo il suo percorso, la **dose** è una misura dell'energia assorbita per unità di massa dal tessuto. Questa è una delle più importanti e misurabili quantità e viene sempre riportata negli esperimenti biologici e nei trattamenti clinici, la sua unità di misura è il Gray o il rad.

Uguali dosi di radiazioni differenti non sempre producono lo stesso effetto biologico. La **dose equivalente** (D_e), detta anche RBE **relative biological effectiveness**, è l'indice di tale differenza. Essa è definita come il rapporto della dose di raggi X da 250 keV rispetto alla dose di qualche altra radiazione, che produca lo stesso effetto biologico. È legata alla dose da un fattore detto **fattore di qualità** Q , che dipende dal tipo di radiazione considerata (fotoni, elettroni, protoni, alfa, ecc) e dall'energia della particella incidente, e da un fattore D_F . Quest'ultimo tiene conto della distribuzione non uniforme dei radionuclidi all'interno del tessuto biologico considerato, dell'intensità di dose, del suo frazionamento e di tutti gli altri fattori di correzione necessari.

Si ha pertanto:

$$D_e = D \cdot D_F \cdot Q \quad (1.1)$$

Infine si deve tenere conto anche della diversa **sensibilità** (F_p) dei vari tessuti e organi alla radiazione. È per questo che viene introdotto il concetto di **dose efficace**, usualmente indicata con E , somma delle dosi equivalenti nei diversi organi o tessuti del corpo umano, opportunamente pesate a seconda dei danni relativi ai vari organi interessati ($E = \sum_i F_{p_i} D_{e_i}$).

L'unità di misura della dose efficace nel SI è il Sivert (Sv) che equivale a un J/kg. ovvero a 100 rem.

1.1 L'adroterapia

La risposta delle cellule tumorali, sottoposte ad irraggiamento, può variare enormemente, per questo motivo non basta consultare i valori del RBE se non si sono prese in considerazione tutte le condizioni del trattamento. Infine, come si vede dalla figura seguente, è bene notare che il valore del RBE è maggiore per particelle ad alto LET (quindi basso OER), altro vantaggio dei protoni e degli ioni pesanti.

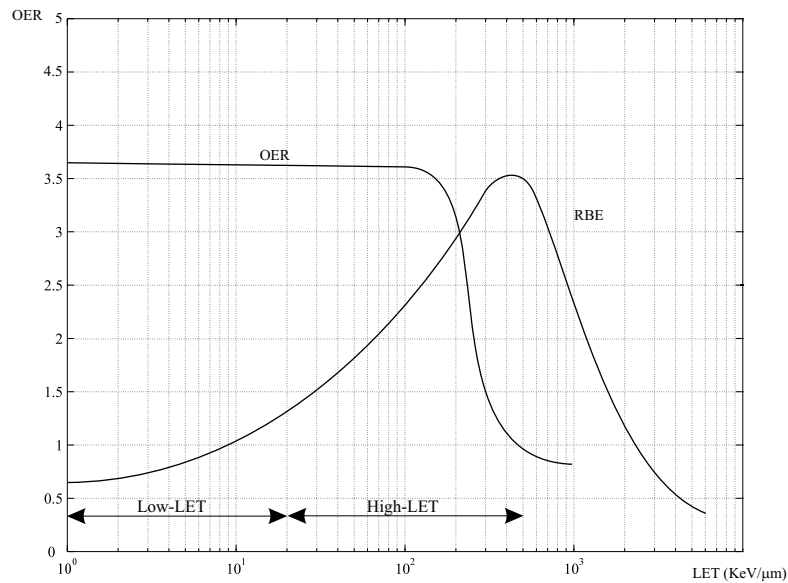


Figura 1.5: RBE e OER in funzione del LET.

1.1.3 Gli effetti biologici delle radiazioni ionizzanti

Le radiazioni ionizzanti di origine naturale o artificiale, trasferendo energia alle molecole, sono in grado di rompere o modificare i legami biochimici di importanza fondamentale per le funzioni vitali delle cellule. Il danno biologico inizia sempre con fenomeni di ionizzazione e/o eccitazione e le coppie di ioni formate danno origine a ionizzazioni secondarie, terziarie e così via.

I processi di danno cellulare sono di due tipi:

- **danno diretto:** la radiazione, attraversando la cellula, provoca un effetto

1.1 L'adroterapia

diretto sul DNA, lo ionizza ed ne eccita atomi e molecole, dando luogo a frammenti dotati di carica elettrica chimicamente instabili;

- **danno indiretto:** la radiazione interagisce con una molecola di H_2O e produce radicali liberi. Questi atomi o molecole, che sono elettricamente neutre con un elettrone spaiato nell'orbita più esterna, sono quelli che maggiormente interagiscono con il DNA danneggiandolo irreparabilmente. Questa è la modalità di danno più frequente poiché il materiale biologico è composto per il 70-80 % da acqua, ecco così spiegato perché la formazione di radicali liberi è maggiore in presenza di ossigeno (dove l'OER è minore).

Nel primo caso, l'energia ceduta da una particella mentre attraversa una cellula rompe il legame molecolare di una delle catene del DNA, la cellula può morire oppure autonomamente ripararsi. Le alterazioni che interessano una sola elica possono venire riparate da sistemi enzimatici che tolgono il tratto danneggiato e risintetizzano il pezzo mancante usando come stampo l'elica intatta. La doppia rottura dell'elica appare la più difficile da riparare.

I processi di ionizzazione molto concentrati, per esempio dovuti a particelle pesanti e lente, hanno maggior probabilità di spezzare entrambe le eliche del DNA, perché è maggiore la produzione diretta di radicali liberi. Questo significa che a parità di dose la radiazione dovuta a fotoni e elettroni presenta tipicamente una minore aggressività e pericolosità.

Esperimenti di radiobiologia condotti in parallelo su fasci di vario tipo, in particolare protoni e particelle alfa, hanno mostrato che l'aumento del LET porta all'aumento della complessità delle lesioni del DNA, che diventano quindi sempre meno riparabili per la cellula.

Una spiegazione al fatto che le particelle più pesanti sono biologicamente più dannose (RBE alto) deriva dal fatto che l'energia rilasciata per unità di volume

1.2 Il progetto SCENT

è maggiore per il carbonio, rispetto a protoni e particelle alfa. Si ha perciò una probabilità maggiore di recare danni irreparabili alla cellula tumorale rispetto alle altre particelle aventi uguale energia, soprattutto se si considera il diametro del DNA che è circa 2 nm.

La ionizzazione di una molecola d'acqua dà luogo ad uno ione positivo H_2O^+ e ad un e^- . In tempi molto brevi si ha che lo ione H_2O^+ si separa in H^+ e OH^- , mentre invece l'elettrone si attacca ad una molecola di H_2O dando luogo nuovamente a uno ione H^+ e uno OH^- . Le molecole di OH^- (i radicali) si muovono abbastanza liberamente e possono attaccare il DNA. In entrambi i casi, il DNA può auto-riprodursi, e in questo caso non ci saranno effetti, oppure può riportare un danno di tipo permanente. In questo caso il danno della radiazione al DNA non è evidente prima che la cellula tenti di dividersi. A quel punto i cromosomi sono entrambi così danneggiati che la cellula non riesce a dividersi oppure il danno sopravvive nelle generazioni successive come una mutazione genetica. Alcuni tessuti rispondono alla radiazione molto velocemente, altri non mostrano effetti per molto tempo; i tessuti sono così divisi approssimativamente in due gruppi: quelli che reagiscono subito (pelle, intestino, testicoli) e quelli che reagiscono in un tempo più lungo (midollo spinale, rene, polmoni, vescica).

1.2 Il progetto SCENT

Il progetto SCENT (Superconductivity Cyclotron for Exotic Nuclei and Therapy), finanziato dalla V commissione scientifica dell'I.N.F.N., ha come fine, lo studio di un ciclotrone compatto con bobine superconduttrici, per usi medicali. Tale macchina potrebbe essere installata in un centro ospedaliero specializzato e consentirebbe il trattamento di numerosi tipi di tumore.

Sulla base dell'esperienza acquisita ai Laboratori Nazionali del Sud (LNS), con il

1.2 Il progetto SCENT

progetto CATANA, e dei successi registrati negli altri importanti centri di adroterapia nel mondo, si sta pensando di realizzare un nuovo centro oncologico a Catania.

Per questo centro sono previsti: un ciclotrone superconduttore come macchina acceleratrice, capace di produrre fasci di protoni, ioni litio e carbonio, e cinque sale per i trattamenti, due delle quali saranno fornite di una testata rotante (gantry), che permette di bombardare il bersaglio da tutte le direzioni.

Questo lavoro di tesi è parte di questo progetto, nei capitoli successivi verrà illustrata la fisica dell'acceleratore studiato e si scenderà più in dettaglio sulle scelte fatte riguardo alla sezione accelerante e in particolare delle cavità risonanti. Per il momento saranno illustrate solo le motivazioni che hanno spinto alla scelta di questo tipo di acceleratore e verrà fatta una panoramica generale sul progetto del centro.

La prima esigenza cui un acceleratore usato in adroterapia deve rispondere è di essere quanto più possibile adattabile all'ambiente ospedaliero, il che implica un sistema di controllo di facile utilizzo e altamente affidabile, le dimensioni minori possibili e i costi di produzione e di mantenimento non troppo eccessivi. Si è arrivati alla conclusione che un ciclotrone è la macchina che meglio risponde a queste esigenze, perché ha dimensioni inferiori a quelle di un sincrotrone, a parità di energia del fascio. Inoltre oltre ad una richiesta di spazio ridotta, un acceleratore di questo tipo è sicuramente il più resistente ad eventuali eventi sismici, non rari in Sicilia. Il ciclotrone che si sta studiando ai LNS utilizzerà bobine superconduttive, che saranno capaci di indurre nel piano mediano un campo magnetico medio di 3.8 T. Una scelta di questo genere riduce consumi di energia e dimensioni, il diametro del ciclotrone sarà di circa 4.8 m.

Saranno prodotti protoni e ioni leggeri di alta energia, in particolare 250 MeV per i protoni, 1500 MeV per ioni litio e 3000 MeV per ioni carbonio, che corrispondono rispettivamente a profondità di penetrazione massima in acqua di 37, 24 e 12.8 cm.

1.2 Il progetto SCENT

La scelta di queste energie non è casuale, la figura 1.6 mostra la tipologia di tumori, trattati dall'HIMAC (Heavy Ion Medical Accelerator), in relazione all'energia delle particelle. Si può notare che, a parte i tumori profondi della prostata, gli ioni carbonio a 250 MeV/amu riescono a penetrare fin dove è necessario per la cura di una parte rilevante delle tipologie di cancro.

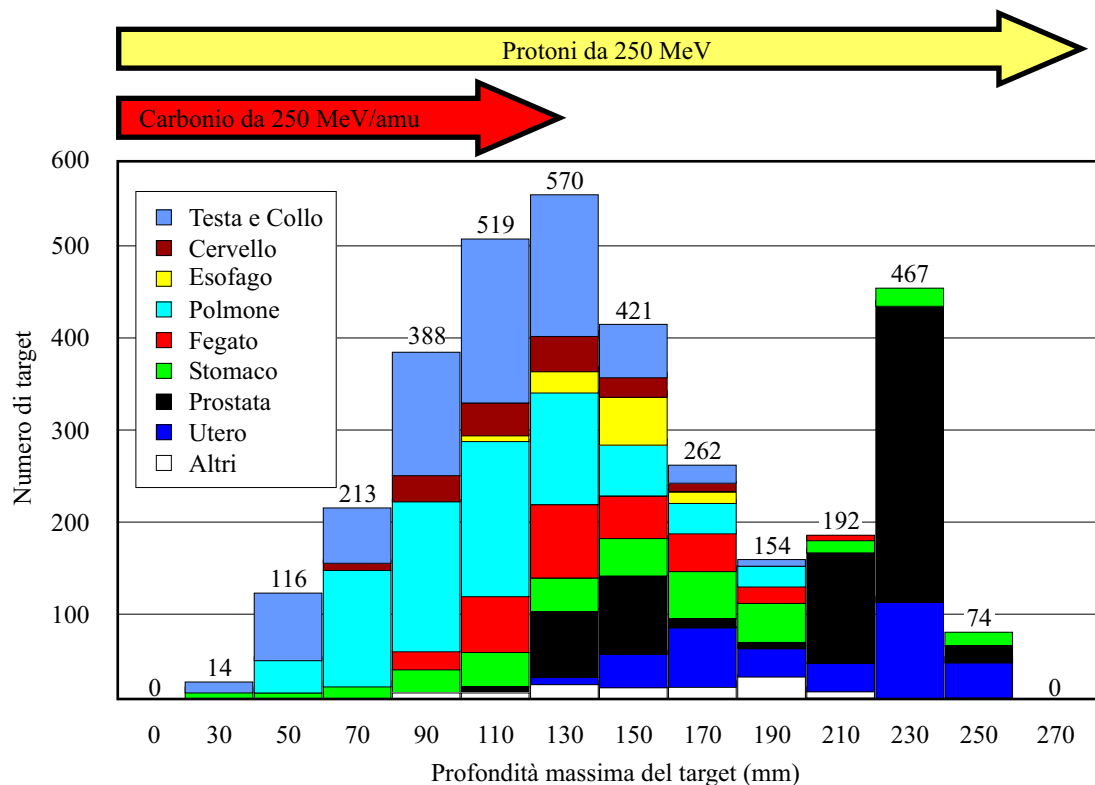


Figura 1.6: Numero di bersagli in funzione della profondità per tipologia di tumore, trattati presso il centro oncologico HIMAC, Ciba, Giappone. Le frecce al di sopra dell'istogramma indicano le profondità che si raggiungono con i diversi tipi di particelle accelerate.

1.2 Il progetto SCENT

PARAMETRI DEL CICLOTRONE DEL PROGETTO SCENT

Caratteristiche del magnete	
Numero di settori	4
Diametro massimo	4.8 m
Raggio all'estrazione	1.28 m
Campo medio all'estrazione	3.85 T
Peso totale	<350 Ton
Corrente nelle bobine superconduttive	4500 A/cm ²
Sistema RF	
Armonica	h=4
Frequenza di lavoro	91 MHz
Tensione massima sul <i>dee</i>	80÷120 kV
Caratteristiche del fascio	
Ioni accelerabili	Q/A=0.5
Energia massima per tutti gli ioni	250 A MeV
Intensità del fascio	500 nA per protoni, 20 nA per ioni carbonio
Varie	
Vuoto operativo	$1 \div 5 \cdot 10^{-7}$ Torr
Estrazione	Stripping per i protoni, deflettore elettrostatico per gli altri ioni

Tabella 1.1

1.2 Il progetto SCENT

I parametri con cui si intende costruire questa macchina e le caratteristiche dei fasci prodotti sono riportati nella tabella 1.1.

Una rappresentazione del magnete e delle bobine del ciclotrone è riportata in figura 1.7.

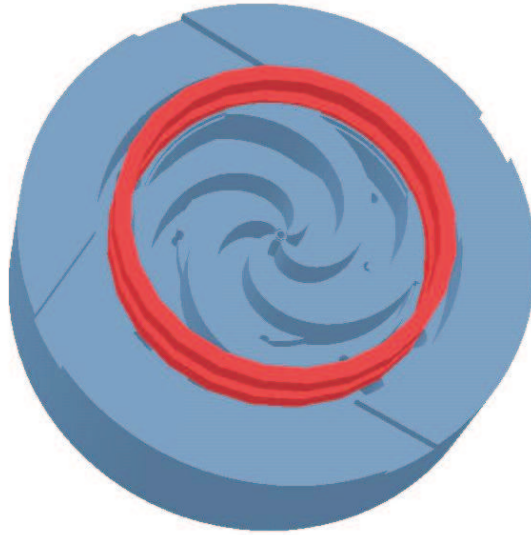


Figura 1.7: Schema del magnete e delle bobine del ciclotrone del progetto SCENT.

La tecnica usata per estrarre il fascio è mostrata in figura 1.8 e dipende il tipo di particella che si sta accelerando: i protoni saranno estratti per stripping, mentre gli ioni mediante deflettore elettrostatico [21] [22].

Quando la tecnica di estrazione è quella per stripping, ad essere accelerata è la molecola di idrogeno ionizzata, H_2^+ . Al raggio di estrazione è posto un foglio di carbonio molto sottile, quando il fascio lo attraversa l'elettrone di legame viene strappato e si liberano due protoni per ogni molecola. Questa tecnica, oltre ad avere bassi costi di realizzazione, è più efficiente rispetto a quella con deflettore elettrostatico, quindi riduce l'attivazione dei componenti all'estrazione.

All'uscita del ciclotrone il fascio viene trasportato nelle sale di trattamento. Il sistema di scansione previsto è quello attivo a slice, simile a quello usato al GSI, con il quale sarà possibile irraggiare aree di dimensioni massime di $25 \times 25 \text{ cm}^2$, mentre

1.2 Il progetto SCENT

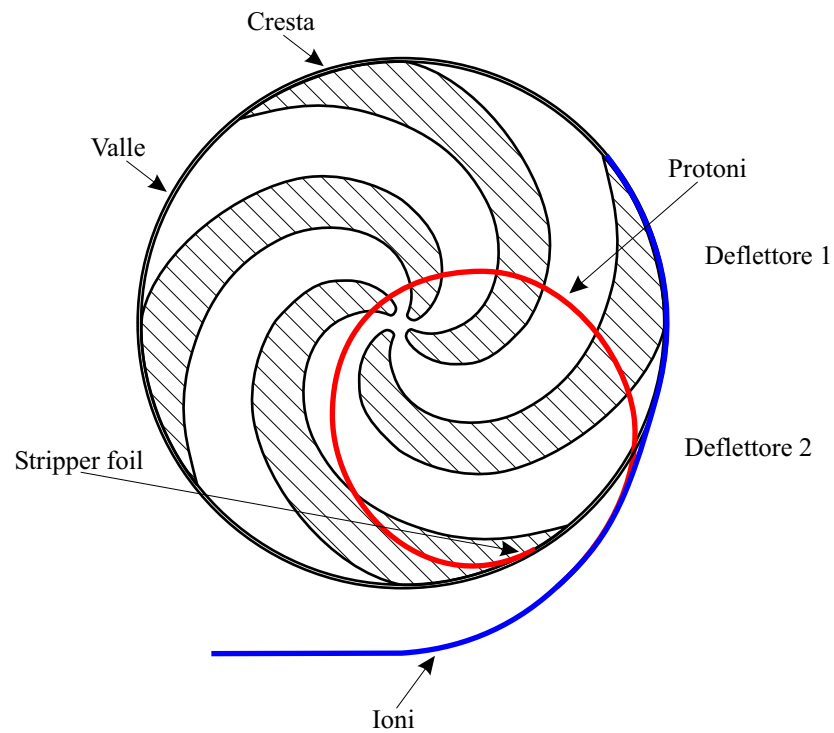


Figura 1.8: Schema esplicativo dei due metodi di estrazione.

in profondità lo spessore del bersaglio da trattare potrà raggiungere i 35 cm con protoni e solo 12.8 cm con il carbonio.

Saranno, pertanto, curabili neoplasie presenti in qualunque parte del corpo, sia per pazienti adulti sia pediatrici ed anche in presenza di anestesia.

Capitolo 2

Fisica del ciclotrone

Il ciclotrone è un acceleratore circolare il cui funzionamento si basa sugli effetti della forza di Lorentz. Una particella carica, per effetto di un campo magnetico, percorre una traiettoria circolare, la cui frequenza dipende solo dall'intensità del campo magnetico e dalle caratteristiche della particella stessa, massa e carica, ma non dal suo momento, fino a quando gli effetti relativistici possono essere trascurati. L'accelerazione, generata da sistemi a radiofrequenza (RF) diversi a seconda del tipo di ciclotrone, causa l'aumento della quantità di moto con conseguente incremento del raggio della traiettoria della particella che assume una caratteristica forma di spirale.

2.1 Cenni Storici e sviluppo dei ciclotroni

La storia e lo sviluppo dei ciclotroni comincia nel 1930 in quello che divenne il Lawrence Berkeley Laboratory, dove fu costruita per la prima volta una macchina di questo genere da E. O. Lawrence e M. S. Livingston. In accordo con le necessità della fisica sperimentale nucleare e lo sviluppo della tecnologia, lo studio dei ciclotroni ha portato a progettare macchine sempre più complesse e moderne,

2.1 Cenni Storici e sviluppo dei ciclotroni

cercando di integrare l'alta funzionalità e versatilità di questo tipo di acceleratori, con la compattezza strutturale che li contraddistingue. Ogni ciclotrone, sebbene il principio di funzionamento sia sempre lo stesso, è una macchina a sé stante, progettata e costruita ad hoc, in base alle esigenze dell'utenza. Nonostante ciò, il suo uso commerciale si è incrementato negli ultimi anni sia nell'ambito industriale che ospedaliero, dove le ricerche nel campo della medicina e dell'adroterapia necessitano, come abbiamo già avuto modo di parlare, di questo tipo di acceleratori.

I principali tipi di ciclotroni sono i seguenti:

- **Ciclotrone classico:** è la prima configurazione utilizzata nel 1930. Il sistema di confinamento del fascio e di focalizzazione è dovuto al campo magnetico presente tra le espansioni polari di un elettromagnete nel cui gap viaggiano le particelle cariche. In particolare la focalizzazione assiale è ottenuta facendo decrescere il campo magnetico radialmente sagomando opportunamente il gap (aumentando la distanza tra i poli con l'incremento del raggio). In questo modo l'indice di campo, che sarà definito a pagina 23, avrà valori compresi fra 0 e 1. Il sistema accelerante è costituito da due *dee*, si vedano pagina 34 e successive, ai quali si applica una tensione alternata con frequenza fissa, uguale a quella di rivoluzione del fascio. I limiti di focalizzazione e stabilità e, soprattutto, gli effetti relativistici non più trascurabili a certe energie, ne limitarono l'uso ai primi anni della ricerca in fisica nucleare e fino agli anni '50, arrivando a energie di 12 MeV per protoni e 34 MeV per particelle alfa.
- **Sincrociclotrone:** il limite principale del ciclotrone classico è costituito dall'energia massima a cui può essere accelerato il fascio di particelle. Per elevate energie, con il fattore $\gamma > 1.03$, l'aumento della massa non è più trascurabile al fine di mantenere l'isocronismo di rivoluzione. Per superare questo ostacolo, l'idea fu quella di variare la frequenza di accelerazione, modulandola in

2.1 Cenni Storici e sviluppo dei ciclotroni

relazione all'aumento dell'energia delle particelle, mentre la focalizzazione debole del fascio era ottenuta come nei ciclotroni classici. In questo modo, si acceleravano particelle fino ad elevate energie (600 MeV per i protoni presso il sincrociclotrone del CERN in Svizzera), a scapito, però, dell'intensità di corrente. Infatti, i ciclotroni classici, ed anche quelli moderni, forniscono un fascio pulsato (a bunches) dalla radiofrequenza di accelerazione, ma in modo continuo; forniscono cioè una serie infinita di impulsi di frequenza dell'ordine dei $5 \div 70$ MHz. Questo modo di frazionamento del fascio è definito **continuous wave** (CW). Il **duty factor**, che è il rapporto fra intervallo di tempo in cui il fascio è accettato e accelerato e il periodo della frequenza di accelerazione, in questo caso è dell'ordine di $0.1 \div 0.4$.

In un sincrociclotrone il fascio ha una macrostruttura temporale differente: oltre al frazionamento dovuto alla frequenza di accelerazione, il fascio è accelerato con la periodicità con cui la frequenza, f_{RF} , varia da un valore iniziale a uno finale, per mantenere l'isocronismo di rivoluzione. Tale variazione è un processo relativamente lento, dell'ordine dei 10^{-2} sec, di cui si deve tenere conto nel calcolo del duty factor che in questo caso si riduce a circa 0.001. Tutto ciò avviene a scapito dell'intensità di corrente media del fascio.

- **Ciclotrone AVF (Azimuthally Varying Field)**: se il limite del ciclotrone classico è legato all'esigenza di mantenere l'isocronismo durante la fase di accelerazione per particelle di energie relativistiche, il limite del sincrociclotrone è dovuto principalmente alla bassa intensità di corrente che il multifrazionamento della struttura temporale del fascio genera. Tale limite fu superato dai ciclotroni AVF che mantengono sì decise di lasciare la frequenza di accelerazione costante e di ottenere l'isocronismo con la variazione radiale del campo magnetico. Tale scelta portò l'indice di campo dai valori compresi fra 0 e 1 a

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

valori negativi, con la conseguente defocalizzazione assiale del fascio. Per permettere quindi la focalizzazione sull'asse verticale, si introdusse la variazione azimutale del campo, ovvero la **focalizzazione a settori o di Thomas** che sfrutta il rapporto, **flutter**, fra i differenti valori del campo magnetico dei diversi settori in cui è suddiviso il ciclotrone: le **creste** o **hills**, dove il campo medio è più elevato e le **valli** o **valleys** dove è più basso. Questo principio è alla base del funzionamento di tutti i ciclotroni moderni (ciclotroni compatti e a settori separati).

- **Ciclotroni superconduttori:** nella maggior parte dei ciclotroni si utilizzano magneti e bobine convenzionali a temperatura ambiente che possono produrre campi magnetici massimi di 2 tesla. Pertanto le dimensioni del ciclotrone aumentano all'aumentare dell'energia delle particelle. Con l'avvento della tecnologia superconduttiva, nei ciclotroni di elevata energia e elevata intensità di corrente, sono utilizzate bobine superconduttrici, che riescono a generare campi magnetici fino a $4\div 5$ tesla e che permettono di ridurre di un fattore $2\div 2.5$ le dimensioni del magnete. Ciò comporta una significativa riduzione dei costi che sono legati con legge del quadrato alle dimensioni

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

Il principio su cui si basa il funzionamento del ciclotrone è comune a tutti i tipi elencati in precedenza. In generale si risolvono le equazioni della dinamica del fascio in un campo elettromagnetico, le cui soluzioni danno le equazioni della traiettoria delle particelle, e da queste si estrapolano alcuni dei parametri necessari a determinare la stabilità del fascio. In questa trattazione ci occuperemo dello studio delle orbite di equilibrio tralasciando gli effetti dell'accelerazione sull'evoluzione temporale del fascio, cioè imporremo che il campo elettrico sia nullo. L'equazione fondamentale

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

da cui partire è quella relativa alla forza di Lorentz generata solo da un campo magnetico $\vec{B}$ che agisce su una particella di carica q , massa m e velocità $\vec{v}$:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

Nel campo $\vec{B}$ la particella carica ha una traiettoria circolare, il cui raggio r è determinato dalla (2.1) che agisce come forza centripeta (immaginiamo $\vec{B} \perp \vec{v}$):

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{r} = \omega_0 = \frac{qB}{m} \quad (2.2)$$

La frequenza ω_0 è definita **frequenza di ciclotrone**, e rimane costante durante tutta la fase di accelerazione (in un ciclotrone classico) considerando energie non relativistiche. Le particelle in realtà non seguono traiettorie perfettamente circolari, ma compiono delle oscillazioni sia sul piano verticale che su quello orizzontale attorno all'orbita di equilibrio. Queste oscillazioni, note come **oscillazioni di betatrone**, sono alla base della focalizzazione del fascio nel ciclotrone classico.

Descriviamo la geometria dei campi magnetici che caratterizza il ciclotrone classico.

In figura 2.1 è riportata una sezione trasversale di una metà della macchina con le componenti del campo magnetico:

Si definisce **indice di campo** la quantità:

$$n = -\frac{r}{B} \frac{dB}{dr} \quad (2.3)$$

che indica la variazione di campo con il raggio e caratterizza la differenza fra due tipi di focalizzazione:

- **focalizzazione forte:** si ha con $|n| \gg 1$, ed è caratteristica degli acceleratori con elevati gradienti di campo, in cui i sistemi di guida (dipoli), i sistemi di accelerazione e i sistemi di focalizzazione (quadrupoli, sestupoli, ...), sono distintamente connessi a formare l'intera macchina acceleratrice (linac, sincrotroni).

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

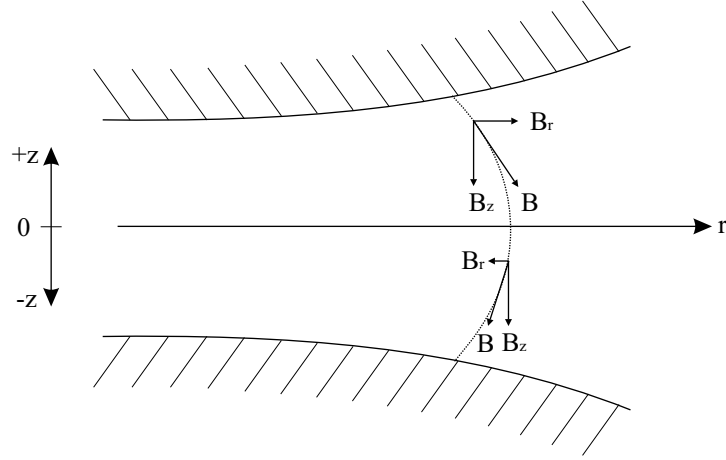


Figura 2.1: Sezione trasversale del magnete.

- **focalizzazione debole:** è quella che caratterizza i ciclotroni, in cui il sistema focalizzante e di confinamento del fascio è appannaggio di un solo elemento, il magnete, e per cui $0 < n < 1$ (nel ciclotrone classico).

Di seguito analizzeremo la focalizzazione debole, prendendo in considerazione la dinamica assiale e radiale del fascio.

2.2.1 Dinamica assiale

Facciamo l'ipotesi che la particella, compiendo la sua orbita, rimanga su un raggio fisso r e che mantenga una velocità azimutale costante all'interno del gap del ciclotrone schematizzato nella figura 2.1. Sviluppando in serie B_r nell'intorno di $z = 0$ e considerando solo il primo ordine abbiamo:

$$B_r = z \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} \right)_{z=0}$$

Poiché, in assenza di correnti, il rotore del campo magnetico è nullo, $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$, possiamo scrivere:

$$\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial r} \right)_{z=0} \quad (2.4)$$

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

Adesso, considerando l'espressione dell'indice di campo n , dato che sul piano $z = 0$ $\vec{B}$ ha solo la componente assiale, si ha:

$$B_r = -n B_z \frac{z}{r} \quad (2.5)$$

Dall'equazione di Lorentz si ottiene l'equazione relativa al moto assiale, per una particella di massa m e velocità v :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -q v n B_z \frac{z}{r} \quad (2.6)$$

che si può scrivere come:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 n z = 0 \quad (2.7)$$

in cui ω_0 è la frequenza di ciclotrone.

Una possibile soluzione della (2.7), per $n > 0$, è:

$$z(t) = A \cos(\sqrt{n}\omega_0 t) + B \sin(\sqrt{n}\omega_0 t) \quad (2.8)$$

La frequenza:

$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{n} \quad (2.9)$$

è definita **frequenza assiale**, mentre il rapporto:

$$Q_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = \sqrt{n} \quad (2.10)$$

indica il numero di oscillazioni assiali che una particella compie in un giro completo.

2.2.2 Dinamica radiale

L'equazione del moto radiale di una particella carica che si muove con velocità v sul piano $z = 0$ è la seguente:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} - m \frac{v^2}{r} = -q v B_z(r) \quad (2.11)$$

2.2 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

Considerando uno spostamento x dall'orbita di equilibrio di raggio r_e , con $x \ll r_e$, l'equazione precedente diventa:

$$m \frac{d^2(r_e + x)}{dt^2} - m \frac{v^2}{r_e + x} = -qvB_z(r_e + x) \quad (2.12)$$

Dato che $x \ll r_e$:

$$\frac{1}{r_e + x} \simeq \frac{1}{r_e} \left(1 - \frac{x}{r_e}\right)$$

per cui, tenendo conto della (2.2), la (2.12) diventa:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} - qvB_z(r_e) \left(1 - \frac{x}{r_e}\right) + qvB_z(r_e + x) = 0 \quad (2.13)$$

Sviluppando in serie $B_z(x + r_e)$:

$$B_z(r_e + x) \simeq B_z(r_e) + x \frac{dB_z(r_e)}{dr}$$

e sostituendo nella (2.13), si ottiene la relazione finale:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2(1 - n)x = 0 \quad (2.14)$$

che è l'equazione del moto radiale della particella.

Una soluzione per questa equazione è:

$$x(t) = C \cos(\sqrt{1 - n} \omega_0 t) + D \sin(\sqrt{1 - n} \omega_0 t) \quad (2.15)$$

Dalla soluzione si ricava infine l'espressione della **frequenza radiale** di ciclotrone:

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - n} \quad (2.16)$$

da cui il numero di oscillazioni radiali è dato dalla relazione:

$$Q_r = \frac{\omega_r}{\omega_0} = \sqrt{1 - n} \quad (2.17)$$

Le soluzioni (2.8) e (2.15) impongono delle restrizioni al valore di n : in questo tipo di focalizzazione n deve essere un valore compreso tra 0 e 1, e ciò limita anche il

2.3 Il ciclotrone AVF (particelle relativistiche)

numero di oscillazioni sia radiali che assiali che il fascio può compiere lungo l'orbita di equilibrio. Sostanzialmente maggiore è il numero delle oscillazioni, maggiore è l'effetto focalizzante sul fascio ma nel caso della focalizzazione debole sia Q_z che Q_r sono minori dell'unità, cioè il fascio non compie mai un'oscillazione completa in un giro.

2.3 Il ciclotrone AVF (particelle relativistiche)

Il principio di funzionamento del ciclotrone AVF (Azimuthally Varying Field) è alla base della maggior parte dei ciclotroni moderni. Con l'incremento dell'energia del fascio ci sono due problemi importanti da risolvere:

1. gli effetti relativistici non possono essere più trascurati: con l'aumento dell'energia durante la fase di accelerazione l'incremento relativistico della massa deve essere opportunamente controbilanciato da un aumento del campo magnetico lungo la direzione radiale per ottenere l'**isocronismo**;
2. l'aumento del campo magnetico lungo la direzione radiale, implica un indice di campo $n < 0$, con conseguente defocalizzazione assiale del fascio.

2.3.1 Isocronismo

Tenendo presente gli effetti relativistici, la frequenza di ciclotrone si esprime come:

$$\omega_0 = q \frac{\langle B \rangle}{m} = q \langle B \rangle \frac{c^2}{E} = q \langle B \rangle \frac{c^2}{\gamma E_0} \quad (2.18)$$

dove E è l'energia, E_0 è l'energia a riposo della particella e $\langle B \rangle$ è il campo medio. Per mantenere l'isocronismo, la frequenza di ciclotrone deve rimanere costante durante tutta la fase di accelerazione; per cui le uniche due variabili della (2.18),

2.3 Il ciclotrone AVF (particelle relativistiche)

cioè $\langle B \rangle$ e γ , devono avere un rapporto costante. Dato che γ aumenta per effetto relativistico, anche $\langle B \rangle$ dovrà aumentare allo stesso modo. Tenendo presente le definizioni:

$$\beta = \frac{v}{c}$$
$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}}$$

considerando B_0 , il campo al centro della macchina, quando l'energia è nulla ($E = 0$) si ha:

$$\begin{aligned} B_r &= B_0 \gamma(r) = B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \beta(r)^2}} = B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{2\pi R}{\lambda}\right)^2}} = \\ &= B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{2\pi R f_r}{c}\right)^2}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

con f_r **frequenza di rivoluzione**.

Questa è conosciuta come la **condizione di isocronismo**.

2.3.2 Focalizzazione

L'isocronismo porta ad un aumento radiale del campo magnetico, per cui $n < 0$, allora per motivi di praticità si definisce $n = -k$. L'incremento del campo verso il raggio di estrazione, quindi l'aumento di k all'aumentare del raggio, incrementa il numero di oscillazioni radiali, Q_r , si ha infatti: .

$$Q_r^2 = 1 + k \quad (2.20)$$

Di contro ha come conseguenza un effetto negativo sulla focalizzazione assiale, dato che:

$$Q_z^2 = -k \quad (2.21)$$

2.3 Il ciclotrone AVF (particelle relativistiche)

Ne consegue che Q_z è complesso e quindi lo è anche ω_z . Poichè, come si è già dimostrato, $z(t) \propto \cos(\omega_z t)$, alla luce delle considerazioni precedenti e ricordando le proprietà delle funzioni trigonometriche, si avra:

$$z(t) \propto \cosh(\omega_z t)$$

che diverge per $t \rightarrow \infty$

Per avere un effetto focalizzante lungo la direzione assiale, è possibile suddividere il ciclotrone in settori, per cui i campi magnetici variano azimuthalmente: nelle creste, il campo è più elevato mentre nelle valli è minore.

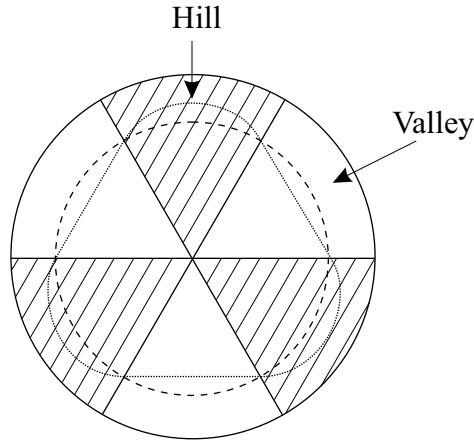


Figura 2.2: Schema di un ciclotrone AVF.

Per semplificare supponiamo che il campo magnetico B varia azimuthalmente, lungo la direzione θ , nel modo seguente:

$$B(\theta) = \langle B \rangle (1 - f \sin(\theta)) \quad (2.22)$$

in cui f è l'**ampiezza del flutter**, che esprime la differenza fra i campi nelle creste e nelle valli ed è definito a partire da:

$$F = \frac{\langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2}{\langle B \rangle^2} \quad (2.23)$$

2.4 La focalizzazione a spirale

Inserendo la (2.22) nella (2.23) si determina la relazione che lega f al **flutter** F :

$$F = \frac{f^2}{2} \quad (2.24)$$

Il flutter è un parametro utilizzato nel calcolo approssimato delle Q_r e Q_z .

Dai calcoli di dinamica si evince che la variazione azimutale del campo magnetico lungo la direzione del fascio, genera un effetto focalizzante sull'asse verticale. Tale effetto, che prende il nome di **focalizzazione di Thomas**, compensa quello defocalizzante che produce l'indice di campo n negativo. Per cui le oscillazioni verticali di betatrone si approssimano come:

$$Q_z^2 \simeq -k + \frac{f^2}{2} \quad (2.25)$$

Poiché $f \simeq 1$, questo contributo è insufficiente a mantenere stabile solo per energie di alcune decine di MeV (per protoni).

2.4 La focalizzazione a spirale

Per aumentare ulteriormente l'effetto focalizzante lungo la direzione assiale del fascio si utilizza l'**effetto di fringing** lungo i bordi dei settori in cui è suddiviso il ciclotrone. In pratica il fascio, nel passaggio dalla valle alla cresta, subisce un effetto focalizzante (assialmente) in relazione all'angolo di ingresso nella cresta. Più è grande questo angolo maggiore è l'effetto focalizzante. Per ragioni di simmetria il passaggio dalla cresta alla valle ha un effetto defocalizzante che però in coppia con quello precedente dà un contributo globalmente focalizzante, **effetto doppietto** [3]. Poiché è necessaria una maggiore focalizzazione al crescere del raggio (dove l'energia è maggiore) il bordo delle creste viene sagomato come una spirale, in modo da incrementare l'angolo d'incidenza del fascio con l'aumentare del raggio.

In questo caso il numero di oscillazioni verticali che compie il fascio in un giro si

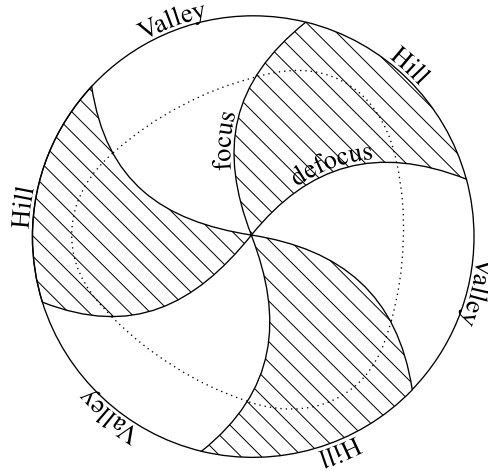


Figura 2.3: Schema di un ciclotrone con settori a spirale.

approssima come:

$$Q_z^2 \simeq -k + \frac{f^2}{2} (1 + 2 \tan^2 \xi) \quad (2.26)$$

dove ξ è l'angolo della spirale.

2.5 Sistemi di iniezione ed estrazione

I sistemi di iniezione e di estrazione per i ciclotroni dipendono dal tipo di macchina a cui sono associati e dalle caratteristiche che si desiderano per il fascio estratto. Di seguito riporteremo una descrizione solo qualitativa dei suddetti sistemi, illustrandone le peculiarità.

2.5.1 Sistemi di iniezione

I sistemi di iniezione sono di diversi tipi e dipendono principalmente dalle sorgenti associate ai ciclotroni:

- *Iniezione di fasci neutri*: si tratta essenzialmente di sorgenti interne al ciclotrone, poste in zona centrale e costituite da atomi neutri che vengono ionizzati per

2.5 Sistemi di iniezione ed estrazione

bombardamento da elettroni (thermal velocity beam). Un'alternativa è quella di usare fasci di atomi neutri, iniettati nella zona centrale della macchina e ionizzati da processi di stripping (fast neutral beam).

- *Iniezione radiale*: la sorgente in questo caso è esterna e il fascio arriva già ionizzato e solitamente preaccelerato da acceleratori posti a monte (tandem, linac). L'iniezione è dovuta a deflettori elettrostatici che hanno il compito di guidare il fascio nella zona centrale del ciclotrone. Questo tipo di iniezione è caratteristica dei ciclotroni a settori separati, ma si trova anche in quelli compatti.
- *Iniezione assiale*: è caratteristica di ciclotroni associati a sorgenti ECR e prevede l'iniezione del fascio direttamente nella zona centrale del ciclotrone per opera di magneti o deflettori elettrostatici di varie forme (a spirale, iperboloidi, paraboloidi).

2.5.2 Sistemi di estrazione

La scelta di un sistema di estrazione, piuttosto che un altro, dipende sia dal tipo di macchina ma anche dalle caratteristiche del fascio estratto, che dipende dall'efficienza del sistema di estrazione. I principali tipi di estrazione sono:

- *Estrazione mediante sistemi elettrostatici*: il fascio viene guidato fuori dal ciclotrone mediante dei deflettori elettrostatici. Al fine di raggiungere una buona efficienza di estrazione, le orbite devono essere ben separate. La relazione che esprime la separazione fra le orbite è la seguente:

$$\frac{dR}{dN_g} = R \frac{E_g}{E} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Q_r^2} \quad (2.27)$$

dove R è il raggio medio dell'orbita, E_g è l'energia guadagnata al giro, E

2.5 Sistemi di iniezione ed estrazione

l'energia cinetica, γ il fattore relativistico e N_g è il numero di giri. Per ottenere una buona efficienza bisogna quindi:

- costruire un ciclotrone con un grande raggio di estrazione;
 - fare in modo che il guadagno di energia per giro sia il più alto possibile;
 - accelerare il fascio in prossimità del bordo dove le Q_r hanno valore minore.
- *Estrazione per risonanza*: in alcuni ciclotroni la separazione delle orbite non è sufficientemente grande da permettere una buona estrazione, per questo motivo vengono utilizzate le perturbazioni magnetiche sulla dinamica del fascio, le risonanze, per aumentare il gap radiale fra le orbite. Ci sono due tipi di risonanza che vengono utilizzate per questo scopo: le risonanze intere in cui $Q_r = N$, con N il numero di settori, e quelle semintere.
 - *Estrazione per stripping*: il fascio accelerato colpisce un foglio di carbonio posto in prossimità del raggio di estrazione, che ha il compito di estrarre (strappare) gli elettroni dagli ioni per ottenere in uscita un fascio con un rapporto Z/A differente e che cambia il raggio di curvatura della traiettoria in modo da guidare le particelle fuori dalla macchina. Questo tipo di estrazione è molto efficiente, tanto da raggiungere in alcuni casi il 100%, e si può estrarre il fascio a diverse energie cambiando solo la posizione del foglio all'interno del ciclotrone. Nella figura 2.4 è riportata l'estrazione per stripping di un fascio di H^- a varie energie. In questo caso lo stripping estrae i due elettroni dello ione e il fascio, cambiando il segno della carica, cambia il raggio di curvatura e viene estratto dalla macchina.

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

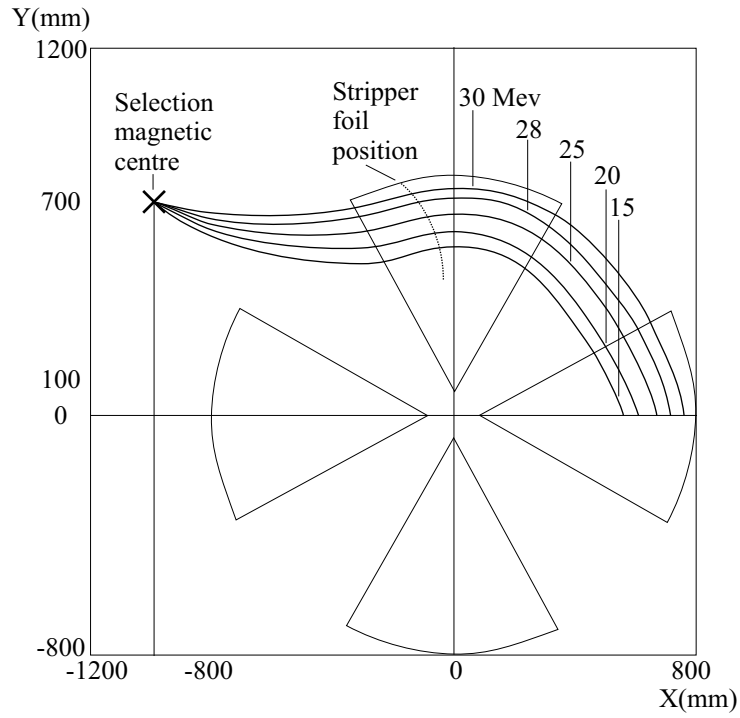


Figura 2.4: Estrazione per stripping.

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

Prima di discutere dei problemi legati all'accelerazione per i ciclotroni, in particolare dei ciclotroni isocroni, ci occuperemo di definire alcuni concetti fondamentali dell'accelerazione delle particelle in generale. L'accelerazione di particelle cariche avviene per mezzo del campo elettrico, per la relazione $F = qE$, con E campo elettrico applicato, diretto parallelamente alla traiettoria della carica. Il campo elettrico applicato non è continuo, ma è alternato, ed è prodotto solitamente da cavità a radiofrequenza (RF). Negli acceleratori circolari, e in particolare nei ciclotroni, la frequenza è quella di ciclotrone, oppure un multiplo intero di questa:

$$\omega_{RF} = h \omega_0 = h \frac{qB}{m} \quad (2.28)$$

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

h è definito come **numero armonico** ed è un numero intero. Per comprendere in che modo le particelle vengono accelerate all'interno di un acceleratore è necessario introdurre il concetto di **stabilità di fase**.

Il guadagno di energia di una particella è legato al potenziale che genera il campo elettrico alternato, se U è l'energia che riceve una particella di carica q sottoposta ad un potenziale V allora:

$$U = qV \sin \phi \quad (2.29)$$

dove ϕ è la fase.

Le particelle però non giungono tutte allo stesso istante e tutte con uguale velocità nella zona in cui verranno accelerate, quindi non tutte arriveranno in fase con il campo elettrico e, di conseguenza, non subiranno la stessa forza accelerante. Il risultato, che andremo spiegando in seguito, è l'oscillazione della fase delle particelle intorno ad una fase stabile ϕ_s , scelta ad hoc per il tipo di macchina che si considera.

Consideriamo due particelle, una con momento p che compie un'orbita di lunghezza L , l'altra con momento $p + dp$ su un'orbita di lunghezza $L + dL$.

Si definisce **momentum compaction** la quantità:

$$\alpha = \frac{dp/p}{dL/L} \quad (2.30)$$

che nel caso di orbite circolari, $L = 2\pi r$, diviene:

$$\alpha = \frac{dp/p}{dr/r} \quad (2.31)$$

Dato che $p = qBr$, con q costante, si ha:

$$\frac{dp}{p} = \frac{dB}{B} + \frac{dr}{r} \quad (2.32)$$

che sostituita nella (2.31), ci dà:

$$\alpha = \left(\frac{dB}{B} + \frac{dr}{r} \right) \frac{r}{dr} = \frac{r}{B} \frac{dB}{dr} + 1 = 1 - n = 1 + k \quad (2.33)$$

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

dove si è considerato l'indice di campo scritto come:

$$n = -\frac{dB/B}{dr/r} = -k \quad (2.34)$$

Immaginiamo che le particelle percorrano le orbite di lunghezza L con velocità v nel tempo τ , tale che $v\tau = L$. Si ha:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{dL}{L} - \frac{dv}{v} = \frac{dL}{L} - \frac{d\beta}{\beta}$$

con $\beta = v/c$.

Per ottenere la relazione che lega il periodo al momento delle particelle, si consideri $p = \gamma m_0 \beta c$, con m_0 massa a riposo. Si ha:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{dp}{p} \quad (2.35)$$

Questa relazione è molto importante, poiché è possibile identificare τ e p con il periodo e il momento delle particelle sincrone (in fase), e $d\tau$ e dp con quelli delle particelle non sincrone. La scelta della fase ϕ_s dipende sostanzialmente dal valore che assume la quantità tra parentesi: a seconda che essa sia negativa o positiva la fase alla quale le particelle verranno accelerate cambia.

Analizziamo il caso in cui $(1/\alpha - 1/\gamma^2) < 0$, per cui un aumento della quantità di moto è seguito da una diminuzione del periodo. La fase ϕ_s deve essere compresa nel tratto ascendente positivo ($0 < \phi < \pi/2$) della curva del potenziale come descritto in figura 2.5.

Infatti se ϕ_s è la fase relativa alla particella sincrona e ϕ_1 quella della particella che giunge in anticipo, quest'ultima sarà soggetta ad una minore accelerazione, ma avendo una velocità maggiore rispetto alla particella sincrona, nel successivo gap la differenza $\phi_s - \phi_1$ diminuirà. Per quanto riguarda la particella che giunge in ritardo riceverà un'accelerazione maggiore che ridurrà il ritardo di fase al successivo gap.

Questo tipo di accelerazione viene adottato negli acceleratori con un alto gradiente di campo, $1/\alpha \simeq 0$, come i LINAC e i sincrotroni.

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

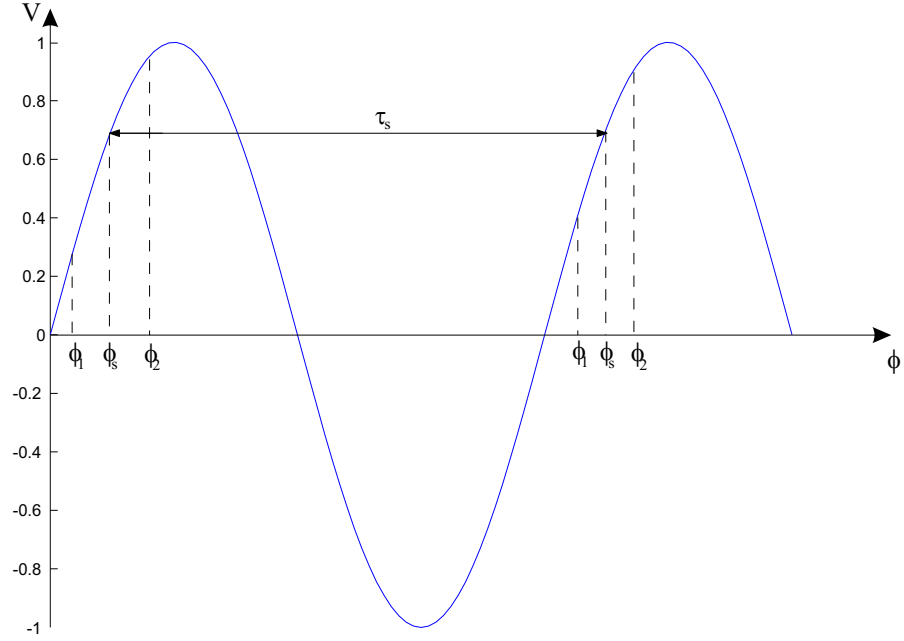


Figura 2.5: Andamento della tensione al variare della fase.

Il caso in cui $(1/\alpha - 1/\gamma^2) > 0$ è caratteristico degli acceleratori in cui vi è focalizzazione debole. In questa situazione un aumento della quantità di moto è seguito da un aumento del periodo. La fase ϕ_s si trova nel tratto discendente positivo della curva del potenziale; le particelle in anticipo di fase, rispetto a ϕ_s , subiranno una maggiore accelerazione, mentre quelle in ritardo ne riceveranno una minore. Tutto ciò comporta, come in precedenza, una riduzione della differenza di fase.

Differente è la situazione nei ciclotroni isocroni: la condizione di isocronismo impone che il campo magnetico cresca radialmente in proporzione all'incremento del fattore relativistico. Si dimostra che $\gamma^2 = \alpha$, per cui $(1/\alpha - 1/\gamma^2) = 0$ su tutto il range di accelerazione [3]. In questo caso, quindi, non si ha stabilità di fase. Ogni discrepanza del campo magnetico, dal valore teorico calcolato, ha l'effetto di spostare la fase di accelerazione come descritto dalla seguente relazione:

$$d(\sin(\phi)) = 2\pi h \frac{dB}{B_{iso}} n \quad (2.36)$$

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

in cui: h è il numero armonico del ciclotrone, B_{iso} è il campo isocrono, n è il numero di giri mentre dB tiene conto delle imperfezioni del campo.

Affinché tale spostamento sia accettabile, la differenza fra campo isocrono e campo reale (dB) dev'essere piccola. Nella figura 2.6 sono riportati dei grafici relativi ad un

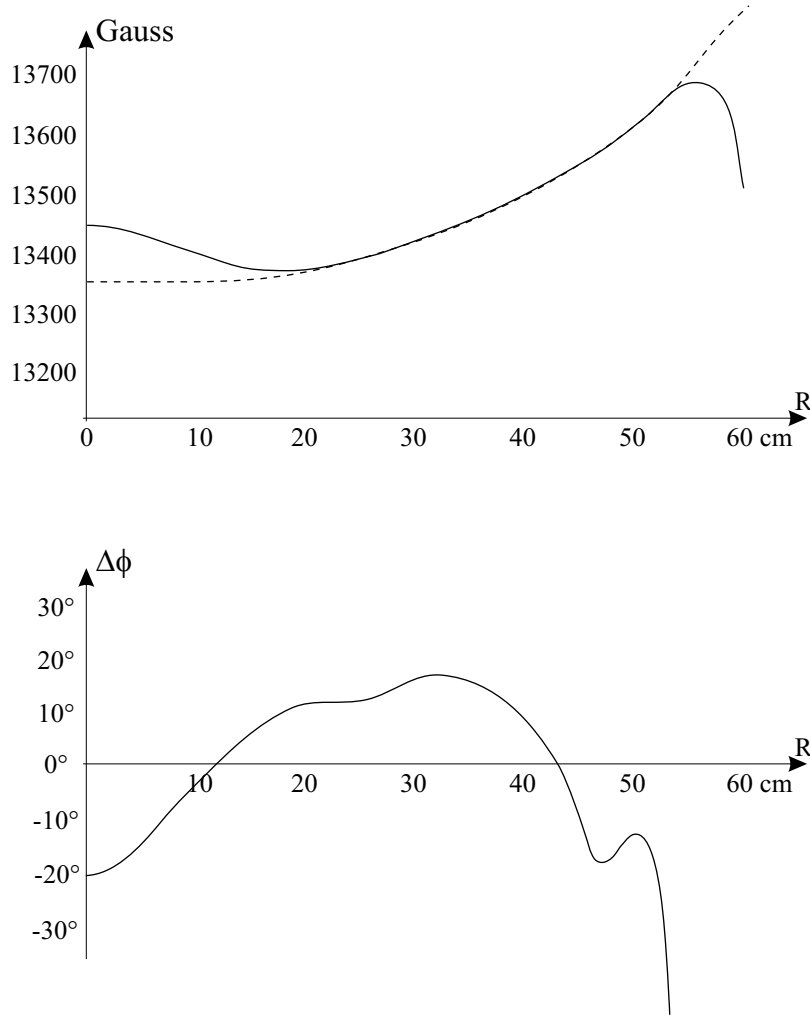


Figura 2.6: Campo isocrono e relativa variazione di fase.

ciclotrone compatto. Il primo mostra il confronto fra il campo isocrono teorico (linea tratteggiata) e quello effettivamente misurato (linea continua); il secondo grafico riporta la differenza di fase calcolata secondo la (2.36) durante tutto il range di ac-

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

celerazione. È interessante notare, inoltre, i gradienti negativi del campo magnetico nella regione di iniezione e di estrazione, utili a favorire una maggiore focalizzazione assiale del fascio, nelle fasi più critiche dell'accelerazione.

2.6.1 Le cavità acceleranti

Le cavità acceleranti sono i dispositivi che permettono di incrementare la velocità, e quindi l'energia, delle particelle. Infatti, ogni qual volta una particella attraversa la cavità, sarà soggetta ad una forza e quindi ad un'accelerazione.

Una descrizione più dettagliata delle cavità e del sistema a radiofrequenza sarà fornita nei capitoli successivi, per adesso ci limiteremo a definire solo alcuni concetti base.

Le “classiche” cavità di un ciclotrone sono riconducibili a cavità di tipo coassiale. Il conduttore interno, detto **stem**, termina in un piatto, denominato **dee**, che costituisce l'elettrodo di accelerazione mentre il conduttore esterno è detto **liner**.

Una curiosità: il nome *dee* è dovuto al fatto che nei primi ciclotroni tale elettrodo aveva la forma di una “D”, si veda la figura 2.7. In questo caso le due cavità saranno sfasate di 180° .

Un'ultima osservazione da fare è che la fase del campo elettrico accelerante che la particella trova nel gap di ingresso deve essere sfasata di 180° rispetto a quella del gap di uscita. In questo modo, la particella verrà accelerata due volte.

2.6 L'accelerazione nei ciclotroni

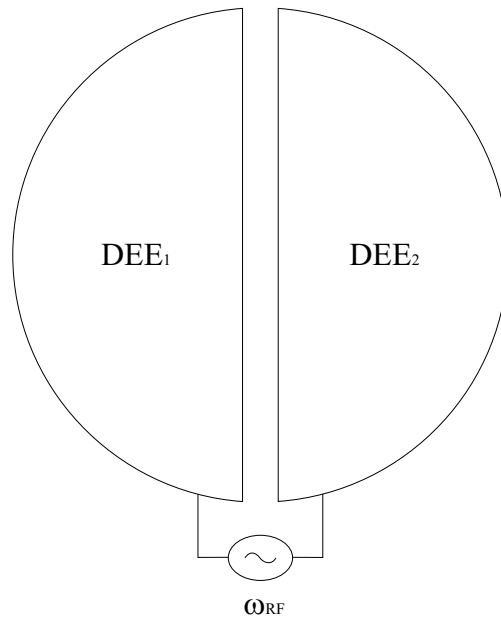


Figura 2.7: Struttura del primo ciclotrone.

Capitolo 3

Teoria delle linee di trasmissione

In molti casi la trattazione di un problema di elettromagnetismo secondo la teoria delle linee di trasmissione, riesce a colmare il “gap” esistente fra la teoria dei campi e quella dei circuiti. La risoluzione delle equazioni di Maxwell è spesso laboriosa e può non ammettere soluzione in forma chiusa. D’altro canto per usare la teoria dei circuiti, il problema deve essere modellato con i parametri concentrati, il che è una semplificazione non sempre possibile. La teoria delle linee di trasmissione ha il pregio di essere un’estensione della teoria dei circuiti e una specializzazione delle equazioni di Maxwell.

L’analisi di cavità risonanti di forma complessa, come lo sono quelle del ciclotrone, sarà possibile, in forma chiusa, solo utilizzando le equazioni delle linee. In questo capitolo, pertanto, saranno esposti i concetti base sulle linee di trasmissione.

3.1 Modello a parametri distribuiti

La differenza fondamentale che intercorre tra la teoria dei circuiti e quella delle linee di trasmissione sta nel rapporto tra le dimensioni fisiche della linea e la lunghezza d’onda del segnale che si propaga. Nel primo approccio, infatti, si assume che le

3.1 Modello a parametri distribuiti

dimensioni fisiche siano più piccole della lunghezza d'onda, mentre nel secondo tali dimensioni possono esserne frazioni o multipli. Pertanto, una linea di trasmissione è un circuito a parametri distribuiti, dove corrente e tensione variano, in modulo e fase, lungo il verso di propagazione dell'onda.

Come si può vedere in figura 3.1a, la linea di trasmissione è spesso schematizzata come due fili conduttori.

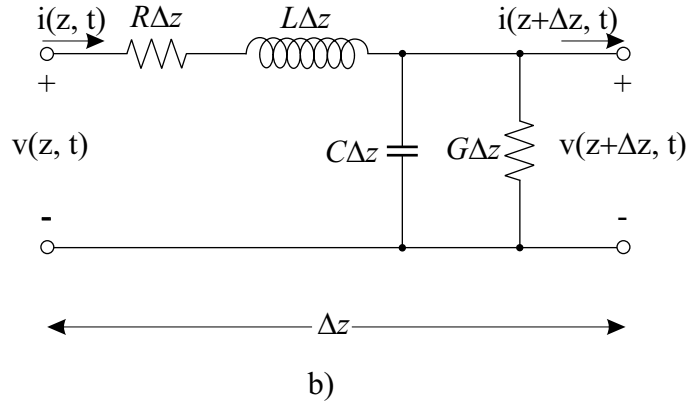
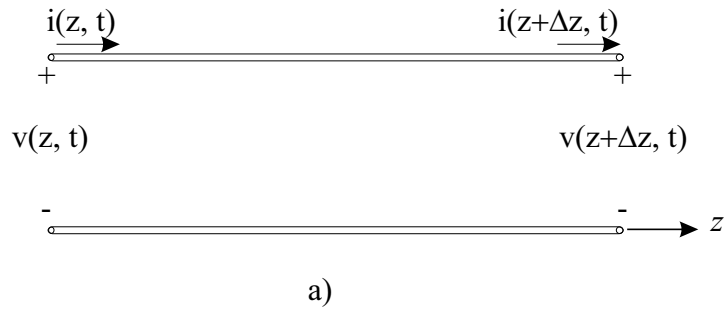


Figura 3.1: Schema di una **linea di trasmissione**.

Assumendo che il modo con cui si propaga l'onda sia di tipo quasi TEM, considerando un tratto di linea di lunghezza Δz , il modello equivalente è quello in figura 3.1b dove R , L , G , C sono definite nel seguente modo:

$\mathbf{R}$ è la resistenza serie per unità di lunghezza, in Ω/m .

3.1 Modello a parametri distribuiti

L è l'induttanza serie per unità di lunghezza, in H/m .

G è la conduttanza parallelo per unità di lunghezza, in S/m .

C è la capacità parallelo per unità di lunghezza, in F/m .

L'induttanza serie L rappresenta l'auto-induttanza totale, mentre la capacità parallelo C è dovuta agli effetti di prossimità dei due conduttori. La resistenza serie R tiene conto della conduttività finita, mentre la conduttanza G è attribuibile alle perdite nel materiale dielettrico che separa i due conduttori. R e G rappresentano le perdite.

Una linea di lunghezza arbitraria può essere studiata come più linee elementari in cascata.

Dalla figura 3.1b, applicando la legge di Kirchhoff delle tensioni, si trova:

$$v(z, t) - v(z + \Delta z) = R\Delta z i(z, t) + L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

ancora, applicando la legge di Kirchhoff delle correnti si ha:

$$i(z, t) - i(z + \Delta z) = G\Delta z v(z, t) + C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} \quad (3.2)$$

Dividendo la (3.1) e la (3.2) per Δz e facendolo tendere a zero, $\Delta z \rightarrow 0$, si arriva alle equazioni differenziali:

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L\frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gi(z, t) - C\frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

Queste sono le **equazioni dei telegrafisti**.

Se ci si riferisce a un'onda stazionaria sinusoidale, usando i fasori, imponendo una dipendenza temporale del tipo $e^{i\omega t}$, si può scrivere:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + i\omega L)I(z) \quad (3.5)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + i\omega C)V(z) \quad (3.6)$$

.

3.2 Propagazione d'onda in una linea

La (3.5) e la (3.6) possono essere risolte simultaneamente, ottenendo equazioni differenziali nelle sole variabili $V(z)$ e $I(z)$:

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0 \quad (3.8)$$

dove

$$\gamma = \alpha + \imath\beta = \sqrt{(R + \imath\omega L)(G + \imath\omega C)} \quad (3.9)$$

è la **costante di propagazione** ed è funzione della frequenza.

Il primo addendo, α , è detta **costante di attenuazione**, mentre il secondo, β , **costante di fase**.

L'onda viaggiante, soluzione delle (3.7) e (3.8), avrà:

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \quad (3.10)$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z} \quad (3.11)$$

dove i termini $e^{-\gamma z}$ e $e^{\gamma z}$ rappresentano onde che si propagano rispettivamente nel verso positivo e nel verso negativo dell'asse z . Sostituendo nella (3.5) la funzione potenziale che appare nella (3.10), si può ricavare la corrente nella linea:

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + \imath\omega L} [V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}]$$

Confrontandola con la (3.11) si definisce l'**impedenza caratteristica** come:

$$Z_0 = \frac{R + \imath\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + \imath\omega L}{G + \imath\omega C}} \quad (3.12)$$

che lega le tensioni alle correnti secondo la seguente relazione:

$$\frac{V_0^+}{I_0^+} = Z_0 = -\frac{V_0^-}{I_0^-}$$

3.2 Propagazione d'onda in una linea

A questo punto la (3.11) può essere così riscritta:

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z} \quad (3.13)$$

Ritornando alle equazioni nel dominio del tempo, la tensione dell'onda sarà:

$$v(z, t) = |V_0^+| \cos(\omega t - \beta z + \phi^+) e^{-\alpha z} + |V_0^-| \cos(\omega t + \beta z + \phi^-) e^{\alpha z} \quad (3.14)$$

dove $\phi^\pm$ è l'angolo di fase del valore complesso $V_0^\pm$.

La lunghezza d'onda è legata alla costante di fase dalla relazione:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

La soluzione appena trovata include gli effetti dovuti alle perdite, il che rende la costante di propagazione complessa. In molti casi, comunque, le perdite sono tanto piccole da poter essere trascurate, semplificando di molto il problema.

3.2.1 Linee con piccole perdite

In generale la costante di propagazione γ è data dalla (3.9), che, per comodità, riscriviamo:

$$\gamma = \alpha + \imath\beta = \sqrt{(R + \imath\omega L)(G + \imath\omega C)} \quad (3.15)$$

Tale relazione può essere riscritta nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(\imath\omega L)(\imath\omega C) \left(1 + \frac{R}{\imath\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{\imath\omega C}\right)} = \\ &= \imath\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - \imath \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) - \frac{RG}{\omega^2 LC}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Dall'aver assunto che la linea ha piccole perdite, possiamo supporre che $R \ll \omega L$ e $G \ll \omega C$. Pertanto $RG \ll \omega^2 LC$ e la precedente si riduce a:

$$\gamma = \imath\omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - \imath \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)} \quad (3.17)$$

3.2 Propagazione d'onda in una linea

Se si ignorassero completamente le perdite, si arriverebbe alla soluzione delle linee senza perdite, di cui parleremo nel prossimo paragrafo.

Considerando lo sviluppo in serie di Taylor della radice si ha:

$$\sqrt{1+x} \simeq 1 + x^2/2 + \dots \quad x \ll 1$$

Pertanto:

$$\gamma \simeq i\omega\sqrt{LC} \left[1 - \frac{i}{2} \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C} \right) \right] \quad (3.18)$$

Si ha infine:

$$\begin{aligned} \alpha &\simeq \frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}} \right) \\ \beta &\simeq \omega\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Queste relazioni sono molto importanti in alta frequenza e potranno essere usate per calcolare il Q delle cavità risonanti.

3.2.2 Linea senza perdite

Imponendo $R = G = 0$ nella (3.9) si ha:

$$\gamma = i\beta = i\omega\sqrt{LC} \quad (3.20)$$

in quanto $\alpha = 0$ e $\beta = \omega\sqrt{LC}$.

L'impedenza caratteristica sarà, dalla (3.12), puramente reale:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.21)$$

Le soluzioni generali per la tensione e la corrente possono essere scritte come:

$$V(z) = V_0^+ e^{-i\beta z} + V_0^- e^{i\beta z} \quad (3.22)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-i\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{i\beta z} \quad (3.23)$$

3.3 Determinazione dei parametri distribuiti

La lunghezza d'onda sarà:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (3.24)$$

e la velocità di fase sarà:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.25)$$

3.3 Determinazione dei parametri distribuiti

Si è parlato dei parametri distribuiti R , L , G , C ma non sono stati ancora caratterizzati in funzione delle dimensioni e delle proprietà fisiche della linea. Per far ciò occorre risolvere le equazioni di Maxwell del campo elettrico e del campo magnetico all'interno del conduttore. Supponiamo che il modo di propagazione dell'onda sia trasverso elettromagnetico, TEM, ricordandoci di verificare in seguito questa assunzione.

Consideriamo una linea di lunghezza unitaria con sezione trasversale S , supponiamo che la differenza di potenziale tra i due conduttori sia $V_0 e^{\pm i\beta z}$ e la corrente sia $I_0 e^{\pm i\beta z}$.

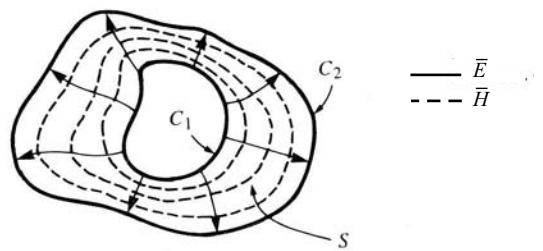


Figura 3.2: Campo elettrico e magnetico all'interno di una linea

L'energia elettrica media immagazzinata in un periodo sarà:

$$\langle W_e \rangle = \frac{\epsilon}{4} \int_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad (3.26)$$

3.3 Determinazione dei parametri distribuiti

Dalla teoria dei circuiti si ha che:

$$\langle W_e \rangle = C \frac{|V_0|^2}{4} \quad (3.27)$$

Pertanto, confrontando questa con la precedente, la capacità per unità di lunghezza sarà:

$$C = \frac{\epsilon}{|V_0|^2} \int_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad (3.28)$$

Analogamente, l'energia magnetica media sarà:

$$\langle W_h \rangle = \frac{\mu}{4} \int_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* ds \quad (3.29)$$

ma d'altro canto si ha anche:

$$\langle W_h \rangle = L \frac{|I_0|^2}{4} \quad (3.30)$$

perciò l'induttanza per unità di lunghezza sarà:

$$L = \frac{\mu}{|I_0|^2} \int_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* ds \quad (3.31)$$

Detti C_1 e C_2 rispettivamente il contorno interno ed esterno, la potenza dissipata a causa della conduttività finita è:

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{C_1+C_2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* dl \quad (3.32)$$

dove abbiamo tacitamente assunto che $\vec{H}$ sia tangenziale alla superficie.

Confrontando questa potenza con quella della teoria dei circuiti:

$$P_c = R \frac{|I_0|^2}{2} \quad (3.33)$$

si ricava che:

$$R = \frac{R_s}{|I_0|^2} \int_{C_1+C_2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* dl \quad (3.34)$$

dove $R_s = 1/\sigma\delta$ è la resistenza superficiale e, ancora, δ è lo skin depth.

3.3 Determinazione dei parametri distribuiti

Per determinare G , consideriamo la potenza media, per unità di lunghezza, dissipata in un dielettrico con perdite:

$$P_d = \frac{\omega\epsilon''}{2} \int_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad (3.35)$$

dove ϵ'' è la parte immaginaria della costante dielettrica $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ [1].

Poiché si ha anche che:

$$P_d = G \frac{|V_0|^2}{2} \quad (3.36)$$

la conduttanza parallelo per unità di lunghezza sarà:

$$G = \frac{\omega\epsilon''}{|V_0|^2} \int_S \vec{E} \cdot \vec{E}^* ds \quad (3.37)$$

.

Anticipiamo adesso le espressioni dei campi al fine di calcolare i parametri di una linea coassiale, rimandando la trattazione a una sezione successiva.

3.3.1 Calcolo dei parametri di una linea coassiale

Il campo elettrico e il campo magnetico all'interno di una linea coassiale hanno il seguente andamento:

$$\vec{E} = \frac{V_0}{\rho \ln(b/a)} e^{-\gamma z} \hat{e}_\rho \quad (3.38)$$

$$\vec{H} = \frac{I_0}{2\pi\rho} e^{-\gamma z} \hat{e}_\phi \quad (3.39)$$

dove a è il raggio del conduttore interno, b il raggio di quello esterno e, inoltre, entrambi sono costituiti da materiale perfettamente conduttore.

3.4 Linea chiusa su un carico generico

Sostituendo la (3.38) e la (3.39) nelle (3.28), (3.31), (3.34) e (3.37), si ha:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \\
 C &= \frac{\epsilon'}{\ln(b/a)} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi\epsilon'}{\ln(b/a)} \\
 R &= \frac{R_s}{(2\pi)^2} \left(\int_0^{2\pi} \frac{1}{a^2} a d\phi + \int_0^{2\pi} \frac{1}{b^2} b d\phi \right) = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \\
 G &= \frac{\omega\epsilon''}{\ln(b/a)} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi\omega\epsilon''}{\ln(b/a)}
 \end{aligned}$$

3.4 Linea chiusa su un carico generico

Consideriamo adesso una linea di trasmissione senza perdite, chiusa su un carico arbitrario Z_L .

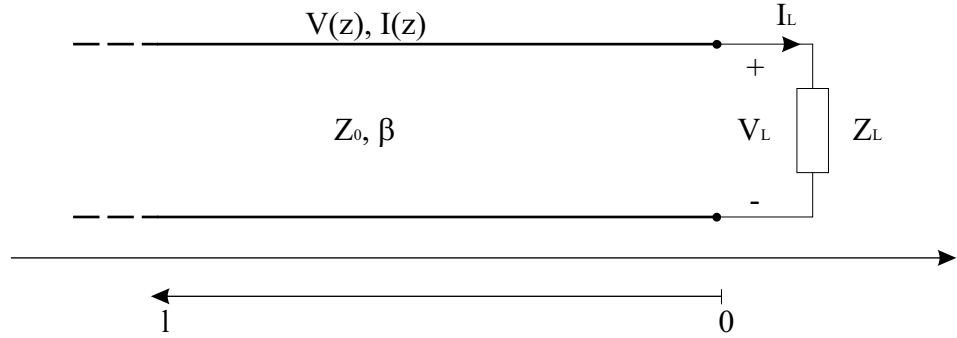


Figura 3.3: Linea chiusa su un'impedenza Z_L .

Supponiamo che l'onda incidente, avente forma $V_0^+ e^{-i\beta z}$, sia generata da una sorgente che si trovi nella parte negativa dell'asse z . Abbiamo già avuto modo di osservare che il rapporto tra la tensione e la corrente dell'onda viaggiante è pari all'impedenza caratteristica Z_0 . Se però la linea è chiusa su un carico il cui valore di impedenza è diverso dall'impedenza caratteristica ($Z_L \neq Z_0$) poiché il rapporto tra tensione e corrente deve necessariamente essere Z_L sul carico, si deve ipotizzare la nascita di un'onda riflessa che soddisfi tale condizione.

3.4 Linea chiusa su un carico generico

La tensione totale è, dalla (3.22):

$$V(z) = V_0^+ e^{-i\beta z} + V_0^- e^{i\beta z} \quad (3.40)$$

e analogamente la corrente totale sarà, dalla (3.23):

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-i\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{i\beta z} \quad (3.41)$$

Poiché abbiamo preso il sistema di riferimento in modo che il carico si trovi a $z = 0$, si ha che:

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$$

Ricavando V_0^- :

$$V_0^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_0^+$$

Normalizzando l'ampiezza dell'onda riflessa rispetto a quella dell'onda incidente si arriva al **coefficiente di riflessione** Γ :

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (3.42)$$

Può essere altresì definito un coefficiente di riflessione della corrente, che sarà uguale a quello di tensione cambiato di segno (si confronti la (3.41) con la (3.40)). Per non creare comunque confusione, di solito si fa tacito riferimento a quello di tensione.

La tensione e la corrente totale sulla linea possono essere scritte come:

$$V(z) = V_0^+ [e^{-i\beta z} + \Gamma e^{i\beta z}] \quad (3.43)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} [e^{-i\beta z} - \Gamma e^{i\beta z}] \quad (3.44)$$

Da queste equazioni si nota che tensione e corrente lungo una linea sono la somma di due onde, una incidente e l'altra riflessa. L'onda risultante prende il nome di **onda stazionaria**.

3.4 Linea chiusa su un carico generico

Si osservi che solo nel caso in cui $\Gamma = 0$ non si ha onda riflessa, ciò avviene se l'impedenza di carico Z_L è uguale a quella caratteristica Z_0 . In tal caso il carico si dirà adattato alla linea.

Consideriamo la potenza media che attraversa la linea, in una generica sezione z :

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [V(z)I(z)^*] = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} \operatorname{Re} [1 + \Gamma e^{2i\beta z} - \Gamma^* e^{-2i\beta z} - |\Gamma|^2] \quad (3.45)$$

Il secondo e il terzo addendo sono nella forma $A - A^* = 2i\operatorname{Im}(A)$, pertanto la (3.45) diventa:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} [1 - |\Gamma|^2] \quad (3.46)$$

che non dipende dalla variabile z e quindi dalla posizione.

Si noti che la potenza consegnata al carico non è tutta la potenza incidente, $\frac{|V_0^+|^2}{2Z_0}$, ma è diminuita di un termine dovuto alla potenza riflessa, $\frac{|V_0^+|^2|\Gamma|^2}{2Z_0}$. Se $\Gamma = 0$ si ha il massimo trasferimento di potenza, per $\Gamma = 1$ la potenza è tutta riflessa. Questa trattazione suppone che il generatore sia adattato, abbia cioè un'impedenza interna pari a Z_0 .

Un coefficiente che misura l'aliquota di potenza riflessa è il **return loss**, RL, di solito definito in decibel:

$$RL = -20 \log |\Gamma| \quad \text{dB} \quad (3.47)$$

Se il carico è adattato, $\Gamma = 0$, si ha un RL infinito mentre in caso di totale riflessione, $\Gamma = 1$, RL è nullo.

È interessante notare che se non vi è potenza riflessa, il modulo della tensione lungo la linea è costante, $|V(z)| = |V_0^+|$, altrimenti dalla (3.40), si ha che:

$$|V(z)| = |V_0^+| (1 + \Gamma e^{2i\beta z}) = |V_0^+| (1 + \Gamma e^{-2i\beta z}) = |V_0^+| (1 + |\Gamma| e^{i(\theta - 2\beta l)}) \quad (3.48)$$

dove si è l è la distanza del generico punto z dal carico, $l = -z$, e θ è la fase del coefficiente di riflessione Γ . Questo risultato dimostra che il modulo della tensione

3.4 Linea chiusa su un carico generico

oscilla lungo la linea, avrà massimi e minimi:

$$V_{max} = |V_0^+|(1 + |\Gamma|) \quad (3.49)$$

$$V_{min} = |V_0^+|(1 - |\Gamma|) \quad (3.50)$$

Un incremento del modulo di Γ farà aumentare il rapporto tra V_{max} e V_{min} , che è, a sua volta, sinonimo di disadattamento della linea.

Un altro coefficiente molto usato è il **rapporto d'onda stazionaria**, più frequentemente detto **Standing Wave Ratio** (SWR):

$$SWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (3.51)$$

conosciuto anche con il nome di **Voltage Standing Wave Ratio**, VSWR. Come si evince dalla (3.51), $1 \leq SWR \leq \infty$, e il valore unitario si ha nel caso di adattamento.

Dalla (3.48) si può facilmente ricavare che la distanza tra due massimi (o minimi) consecutivi è $\lambda/2$, dove λ è la lunghezza dell'onda viaggiante.

Il coefficiente di riflessione è stato definito come rapporto dell'onda diretta e riflessa sul carico, posto a $z = 0$; è comunque comodo darne una definizione per un qualunque altro punto della linea. Dalla (3.22), ponendo $z = -l$, si ha:

$$\Gamma(l) = \frac{V_0^- e^{-\imath\beta l}}{V_0^+ e^{\imath\beta l}} = \Gamma(0) e^{-2\imath\beta l} \quad (3.52)$$

in cui $\Gamma(0)$ è il coefficiente di riflessione sul carico, dato dalla (3.42).

Dalla trattazione appena conclusa è emerso che, a differenza della potenza media, che è costante in qualunque punto della linea, la tensione varia con la posizione. Se ne conclude che l'impedenza vista dall'onda sarà funzione della distanza dal carico in particolare, l'impedenza di ingresso sarà:

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = \frac{V_0^+ [e^{\imath\beta l} + \Gamma e^{-\imath\beta l}]}{V_0^+ [e^{\imath\beta l} - \Gamma e^{-\imath\beta l}]} Z_0 = \frac{1 + \Gamma e^{-2\imath\beta l}}{1 - \Gamma e^{-2\imath\beta l}} Z_0 \quad (3.53)$$

3.4 Linea chiusa su un carico generico

dove si sono usate la (3.43) e la (3.44) con $z = -l$.

Esprimendo Γ in funzione di Z_L e di Z_0 e gli esponenziali complessi in forma trigonometrica, si ottiene, dopo alcuni semplici passaggi:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + \imath Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + \imath Z_L \tan \beta l} \quad (3.54)$$

Questa importante relazione ci sarà utile per calcolare l'impedenza degli *stem* che, nel caso di cavità perfettamente coassiale, corrispondono a linee chiuse in corto circuito. A tal fine mi sembra doveroso trattare più in dettaglio questa configurazione.

3.4.1 Linea chiusa in corto circuito

In questo caso si ha $Z_L = 0$, segue che $\Gamma = -1$ e il rapporto d'onda stazionaria è infinito. La tensione e la corrente lungo z saranno, dalla (3.43) e dalla (3.44):

$$V(z) = V_0^+ [e^{-\imath\beta z} - e^{-\imath\beta z}] = -\imath V_0^+ \sin \beta z \quad (3.55)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} [e^{-\imath\beta z} - e^{-\imath\beta z}] = \frac{2V_0^+}{Z_0} \cos \beta z \quad (3.56)$$

Come verifica si noti che sul corto circuito, $z = 0$, la tensione è nulla e la corrente è massima.

Se la linea è lunga l , facendo il rapporto tra la (3.55) e la (3.56), ponendo $z = -l$ (ovvero utilizzando la (3.54) adattandola a questo caso) si ha:

$$Z_{in} = \imath Z_0 \tan \beta l \quad (3.57)$$

da cui si evince che l'impedenza d'ingresso è puramente immaginaria.

Dalla figura 3.4 si vede che l'impedenza è periodica ed è nulla per linee la cui lunghezza è multiplo di $\lambda/4$. Se focalizziamo la nostra attenzione su di una linea lunga al massimo $\lambda/2$, scopriamo che l'impedenza d'ingresso è una reattanza induttiva se $l < \lambda/4$, capacitiva per $\lambda/4 < l < \lambda/2$. Useremo questi risultati in seguito.

3.4 Linea chiusa su un carico generico

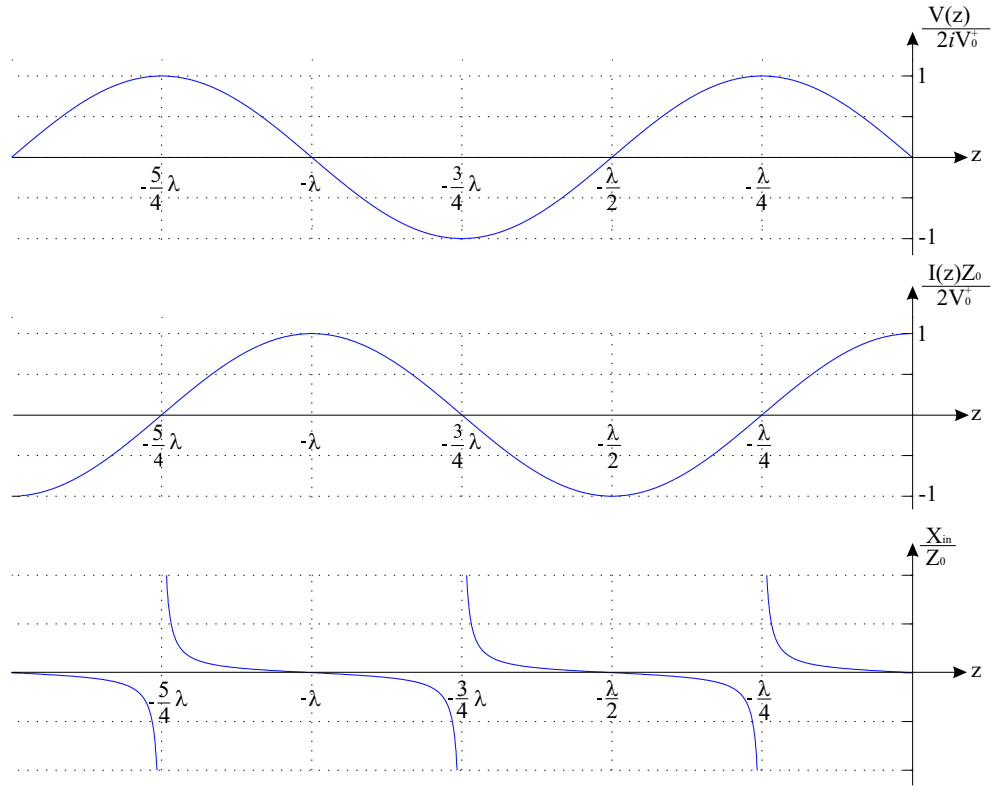


Figura 3.4: Tensione, corrente e impedenza di ingresso di una linea in cortocircuito.

3.4.2 Linea chiusa su un carico reattivo

Supponiamo che il carico sia puramente reattivo, cioè $Z_L = iX_0$. Ricordando che:

$$V(0) = V_0^+ + V_0^-$$

$$I(0) = \frac{V_0^+}{Z_0} - \frac{V_0^-}{Z_0}$$

e scrivendo gli esponenziali della (3.22) e della (3.23) in forma trigonometrica, si ha:

$$V(z) = V(0) \cos \beta z - iI(0)Z_0 \sin \beta z \quad (3.58)$$

$$I(z) = I(0) \cos \beta z - i\frac{V(0)}{Z_0} \sin \beta z \quad (3.59)$$

Facendo il rapporto tra la (3.58) e la (3.59) si ottiene la ormai nota (3.53).

Useremo queste equazioni più avanti per lo studio delle cavità.

3.5 Dalle equazioni di Maxwell alle equazioni dei telegrafisti

Le equazioni dei telegrafisti sono state ricavate dalla teoria dei circuiti ma, come già accennato, possiamo arrivare alle suddette relazioni partendo dalle equazioni di Maxwell.

Si consideri nella fattispecie una linea coassiale come quella riportata in figura 3.5, in cui si propaga un'onda TEM, caratterizzata, ovviamente, dall'avere $E_z = 0$ e

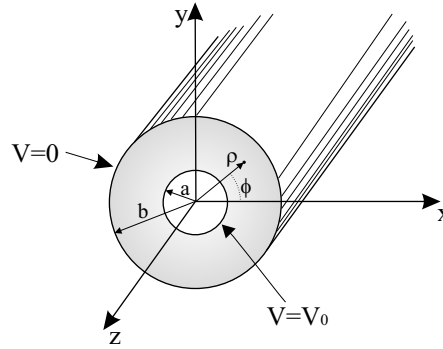


Figura 3.5: Linea coassiale.

$H_z = 0$. Inoltre, a causa della simmetria azimutale, il campo non può variare con ϕ , il che implica che $\partial/\partial\phi = 0$.

I campi all'interno della linea soddisfano le equazioni di Maxwell:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\omega\mu\vec{H} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \omega\epsilon\vec{E}\end{aligned}\tag{3.60}$$

dove, per tener conto delle eventuali perdite del dielettrico, si suppone la costante dielettrica complessa, $\epsilon = \epsilon' - \imath\epsilon''$. In quest'analisi trascureremo le perdite dovute al conduttore supponendo che si tratti di un conduttore perfetto.

3.5 Dalle equazioni di Maxwell alle equazioni dei telegrafisti

Riscrivendo le (3.60) in coordinate cilindriche, si ha:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_\phi}{\partial z} \hat{e}_\rho + \frac{\partial E_\rho}{\partial z} \hat{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\phi) \hat{e}_z &= -\imath \omega \mu (H_\rho \hat{e}_\rho + H_\phi \hat{e}_\phi) \\ -\frac{\partial H_\phi}{\partial z} \hat{e}_\rho + \frac{\partial H_\rho}{\partial z} \hat{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \hat{e}_z &= \imath \omega \epsilon (E_\rho \hat{e}_\rho + E_\phi \hat{e}_\phi) \end{aligned} \quad (3.61)$$

Le componenti lungo z sono nulle, le altre avranno forma:

$$E_\phi = \frac{f(z)}{\rho} \quad (3.62)$$

$$H_\phi = \frac{g(z)}{\rho} \quad (3.63)$$

Poiché il campo elettrico tangenziale sui due conduttori è rigorosamente nullo, cioè $E_\phi = 0$ per $\rho = a$ e $\rho = b$, ne segue che deve essere nullo ovunque, $E_\phi = 0$. Sostituendo nella prima delle (3.61) si ha anche che la componente radiale del campo magnetico è nulla, $H_\rho = 0$, e quindi le equazioni (3.61), si riducono a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_\rho}{\partial z} &= -\imath \omega \mu H_\phi \\ \frac{\partial H_\phi}{\partial z} &= -\imath \omega \epsilon E_\rho \end{aligned} \quad (3.64)$$

Dalla forma di H_ϕ nella (3.63) e nella prima della (3.64) si deduce che E_ρ deve avere una forma del tipo:

$$E_\rho = \frac{h(z)}{\rho} \quad (3.65)$$

Sostituendo questa relazione, assieme alla (3.63), nelle (3.64):

$$\frac{\partial h(z)}{\partial z} = -\imath \omega \mu g(z) \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial g(z)}{\partial z} = -\imath \omega \epsilon h(z) \quad (3.67)$$

La differenza di potenziale fra i due conduttori è:

$$V(z) = \int_a^b E_\rho(\rho, z) d\rho = h(z) \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = h(z) \ln \left(\frac{b}{a} \right) \quad (3.68)$$

mentre la corrente nel conduttore interno, $\rho = a$, può essere valutata come:

$$I(z) = \int_0^{2\pi} H_\phi(a, z) a d\phi = 2\pi g(z) \quad (3.69)$$

3.5 Dalle equazioni di Maxwell alle equazioni dei telegrafisti

Eliminando $h(z)$ e $g(z)$ dalle (3.64), usando il potenziale e la corrente, si ottiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V(z)}{\partial z} &= -\imath \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) I(z) \\ \frac{\partial I(z)}{\partial z} &= -\imath\omega(\epsilon' - \imath\epsilon'') \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} V(z)\end{aligned}$$

Usando le definizioni di L , G , C derivate nel paragrafo precedente, si ottengono le equazioni dei telegrafisti da noi cercate:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V(z)}{\partial z} &= -\imath\omega LI(z) \\ \frac{\partial I(z)}{\partial z} &= -(G + \imath\omega C)V(z)\end{aligned}\tag{3.70}$$

Si noti che non compare la resistenza serie, R , in quanto i conduttori sono stati supposti perfetti per ipotesi.

Le equazioni (3.64) possono essere risolte simultaneamente per E_ρ e H_ϕ , in particolare per il campo elettrico si ottiene:

$$\frac{\partial^2 E_\rho}{\partial z^2} + \omega^2 \epsilon \mu E_\rho = 0\tag{3.71}$$

che è l'equazione d'onda [1].

La costante di propagazione è $\gamma^2 = -\omega^2 \epsilon \mu$, che è identica alla (3.20), e quindi:

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \omega \sqrt{LC}\tag{3.72}$$

Si osservi che tale costante è la stessa di quella di un'onda piana che si propaga in un mezzo dielettrico. Questo è un risultato valido solo nel caso della trasmissione TEM.

Se ancora si calcola l'impedenza d'onda, come $Z_w = E_\rho / H_\phi$, data dalla (3.64) nella quale si assume una dipendenza spaziale del tipo $e^{-\imath\beta z}$, si ha:

$$Z_w = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\tag{3.73}$$

3.6 Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell

che è identica all'impedenza intrinseca del mezzo. Anche questo è un risultato generale della propagazione TEM.

L'impedenza caratteristica della linea coassiale si può calcolare come rapporto tra la tensione e la corrente in una sezione qualunque, per comodità scegliamo $z = 0$:

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_0} = \frac{E_\rho \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi H_\phi} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi} \quad (3.74)$$

Infine la potenza che attraversa una qualunque sezione della linea può essere valutata mediante l'integrazione del vettore di Poynting:

$$P = \frac{1}{2} \int_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\hat{s} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{V_0 I_0^*}{2\pi \rho^2 \ln(b/a)} \rho d\rho d\phi = \frac{1}{2} V_0 I_0^* \quad (3.75)$$

che è un risultato già noto dalla teoria dei circuiti.

In conclusione, in questo paragrafo, si è dimostrato come sia possibile passare dallo studio delle equazioni di Maxwell a quelle delle linee, le quali, seppur con approssimazioni più o meno pesanti, hanno il vantaggio di ammettere sempre e comunque una soluzione in forma chiusa.

3.6 Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell

Come conclusione e verifica di questa breve trattazione sulle linee di trasmissione, si studierà la linea coassiale utilizzando le equazioni di Maxwell [1]. Il dominio che prenderemo in considerazione ha la particolarità di essere moltepliciamente connesso e per la precisione doppiamente connesso; ciò permette l'esistenza dei modi TEM, che hanno una frequenza di cut-off nulla. Naturalmente esistono modi aventi frequenze di cut-off maggiori, ma non saranno trattati in questa sede [2].

Consideriamo pertanto una linea coassiale di materiale perfettamente conduttore,

3.6 Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell

infinitamente lunga, con raggio interno e raggio esterno rispettivamente pari ad a e b , come in figura 3.6.

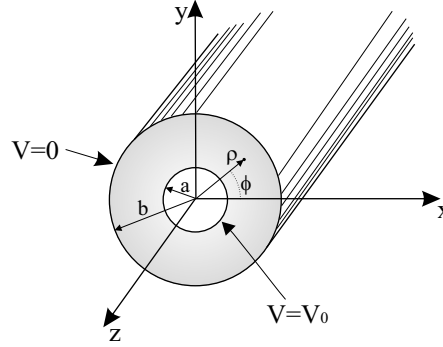


Figura 3.6: Linea coassiale.

La soluzione del modo TEM si ricava imponendo, nell'equazione di Helmholtz, l'autovalore nullo ($h^2 = 0$). Il campo è derivabile da un potenziale scalare che soddisfa l'equazione $\nabla_t^2 V = 0$. Utilizzando le coordinate cilindriche e tenendo conto che il laplaciano è solo funzione delle dimensioni trasversali, cioè di ρ e θ , si ha:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3.76)$$

Supponiamo che la funzione potenziale sia, a sua volta, separabile in due funzioni: una che dipende solo da ρ e un'altra funzione solo di ϕ .

$$V(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi) \quad (3.77)$$

Sostituendo questa nella (3.76), dividendo per $R(\rho)$ e $P(\phi)$ e moltiplicando per ρ^2 , si ottiene:

$$\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = - \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} \quad (3.78)$$

Affinché l'uguaglianza di due funzioni di variabile indipendente diversa sia sod-

3.6 Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell

disfatta, per qualunque coppia di valori di ρ e di ϕ , occorre e basta che:

$$\begin{aligned}\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) &= \nu^2 \\ \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} &= -\nu^2\end{aligned}\tag{3.79}$$

Una soluzione della seconda delle (3.79) è:

$$P(\phi) = A \cos(\nu\phi) + B \sin(\nu\phi)\tag{3.80}$$

dove ν è un intero, cosicché un incremento di ϕ di 2π non cambia il risultato.

Le equazioni però dovranno essere risolte imponendo che la funzione potenziale sia pari a V_0 nel conduttore interno e nulla in quello esterno, cioè:

$$V(a, \phi) = V_0$$

$$V(b, \phi) = 0$$

Pertanto per $\rho = a$ e $\rho = b$, al variare di ϕ , il potenziale deve rimanere costante, se ne deduce che ν , nella (3.80), deve essere nullo. Questo comporta che la soluzione finale, V , non avrà dipendenza da ϕ .

Di conseguenza la prima delle (3.79) si riduce a:

$$\frac{\rho}{R} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = 0\tag{3.81}$$

La soluzione di quest'ultima coincide, a meno di una costante arbitraria, con la funzione potenziale, e sarà:

$$R(\rho) = C' \ln \rho + D'\tag{3.82}$$

quindi:

$$V(\rho, \phi) = C \ln \rho + D\tag{3.83}$$

Le costanti saranno determinate imponendo le condizioni al contorno:

$$V(a, \phi) = V_0 = C \ln a + D$$

$$V(b, \phi) = 0 = C \ln b + D\tag{3.84}$$

3.6 Studio della linea coassiale mediante le equazioni di Maxwell

Ricavando le costanti si arriva all'equazione finale:

$$V(\rho, \phi) = V_0 \frac{\ln b/\rho}{\ln b/a} \quad (3.85)$$

Il campo elettrico si trova come:

$$\vec{E}(\rho, \phi, z) = -\vec{\nabla}_t V(\rho, \phi) e^{-\imath\beta z} = \frac{V_0}{\rho \ln b/a} e^{-\imath\beta z} \hat{e}_\rho \quad (3.86)$$

dove la costante di propagazione è $\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$.

Il campo magnetico è:

$$\vec{H}(\rho, \phi, z) = Y \hat{z} \times \vec{E}(\rho, \phi, z) = \frac{YV_0}{\rho \ln b/a} e^{-\imath\beta z} \hat{e}_\phi \quad (3.87)$$

dove $Y = \sqrt{\epsilon/\mu}$ è l'ammettenza del mezzo.

Come verifica si può calcolare la differenza di potenziale tra i due conduttori in una sezione qualunque:

$$V_{ab} = \int_a^b E_\rho(\rho, \phi) d\rho = V_0 e^{-\imath\beta z} \quad (3.88)$$

La corrente totale che fluisce nel conduttore interno può essere trovata dalla legge di Ampere:

$$I = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} \quad (3.89)$$

in cui C è il contorno, nel nostro caso quello del conduttore interno. La (3.89) allora diventa:

$$I_a = \int_0^{2\pi} H_\phi(a, \phi) a d\phi = 2\pi Y \frac{V_0}{\ln b/a} e^{-\imath\beta z} \quad (3.90)$$

La corrente che scorre nel conduttore esterno è uguale e opposta a quella trovata dalla (3.90). Ciò può essere dedotto applicando la legge di Ampere a un contorno che racchiuda entrambi i conduttori. Poiché l'integrale dato dalla (3.89) è nullo, anche la corrente totale deve esserlo, escludendo la soluzione banale segue che le correnti che scorrono nei conduttori (esterno e interno) devono essere uguali e opposte. Un

3.7 Matrice e parametri di scattering

altro metodo è quello di calcolare la densità di corrente, che sul conduttore esterno vale:

$$\vec{J}_s = -\hat{e}_\rho \times \vec{H}(b, \phi) = -Y \frac{V_0}{b \ln b/a} e^{-i\beta z} \hat{e}_z \quad (3.91)$$

Così la corrente totale sarà:

$$I_b = \int_0^{2\pi} J_{sz} b d\phi = -2\pi Y \frac{V_0}{\ln b/a} e^{-i\beta z} = -I_a \quad (3.92)$$

L'impedenza caratteristica può essere calcolata come:

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_a} = \frac{Y \ln b/a}{2\pi} \quad (3.93)$$

che è uguale alla (3.74).

La figura mostra le linee di forza dei campi all'interno del coassiale, nel modo TEM. Si noti che il campo elettrico è puramente radiale mentre quello magnetico è azimutale.

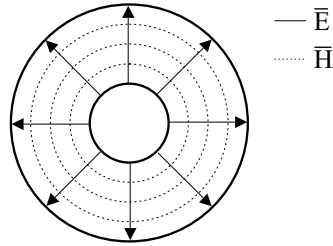


Figura 3.7: Linee di forza del modo TEM.

3.7 Matrice e parametri di scattering

La maggior parte degli strumenti che lavorano nel campo della radio frequenza (RF), nonché buona parte dei simulatori elettromagnetici, forniscono i risultati come **parametri di scattering**. Avendo avuto modo di effettuare misure di cavità risonanti mi sembra doveroso dare un accenno sul significato e sull'utilità, rimandando a un testo più completo eventuali approfondimenti [4].

3.7 Matrice e parametri di scattering

Le linee di trasmissione sono circuiti a due sole porte, se in generale ne consideriamo uno ad N porte, indicando con:

V_n^+ l'ampiezza dell'onda di tensione incidente alla porta n

V_n^- l'ampiezza dell'onda di tensione riflessa dalla porta n

con $1 \leq n \leq N$.

Si può definire la **matrice di scattering**, o **matrice** $[S]$, dalla relazione:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ S_{N1} & \cdots & & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

in cui l'elemento S_{ij} è dato da:

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0 \text{ per } k \neq j} \quad (3.95)$$

In pratica S_{ij} è il rapporto tra l'onda riflessa di tensione, V_i^- , misurata alla porta i , quando l'eccitazione, di valore V_j^+ , è applicata alla porta j . Inoltre le onde incidenti a tutte le altre porte devono essere nulle, ovvero tali porte dovranno essere chiuse su un carico adattato.

Il coefficiente S_{ii} non è altro che il coefficiente di riflessione della porta i , mentre S_{ij} è il coefficiente di trasmissione dalla porta j alla porta i , quando tutte le altre porte si trovano in condizione d'adattamento.

Nelle misure della cavità prototipo, che presenta solo due porte, la matrice S aveva rango due e, in prossimità della risonanza, si ha un minimo nel coefficiente S_{11} , o nel S_{22} a seconda di dove veniva applicata l'eccitazione, e un massimo nell'elemento S_{21} , o nel S_{12} . Dopo aver individuato la risonanza è anche possibile misurare, a partire dal S_{12} o dal S_{21} , la banda passante e quindi il Q .

Capitolo 4

Le cavità risonanti

Una cavità risonante è, generalmente, costituita da un volume (vuoto nel nostro caso) racchiuso da pareti metalliche. All'interno della cavità il campo elettromagnetico può “esistere” in infinite configurazioni, denominate **modi**, ad un numero illimitato di frequenze dette di risonanza. Una siffatta struttura mantiene al suo interno la radiazione elettromagnetica, che verrà utilizzata per accelerare il fascio di particelle ogni qual volta queste attraversano la cavità stessa.

Prima di passare allo studio delle cavità di un ciclotrone compatto, la cui forma a spirale non consente una trattazione analitica esatta, focalizziamo l'attenzione su una classe di cavità che più d'ogni altro si avvicinano a queste: le **cavità coassiali**. Una linea coassiale chiusa alle due estremità è una cavità che, a secondo del modo di risonanza, prenderà nomi diversi.

La configurazione più usata, per l'accelerazione delle particelle, è quella detta a $\lambda/2$. Un'altra configurazione impiegata, sempre nella fisica degli acceleratori, è quella a $\lambda/4$, usata per esempio nei chopper.

La frequenza di risonanza

La frequenza di risonanza è un parametro fondamentale di un risuonatore, essa è la frequenza che permette l'esistenza di una radiazione elettromagnetica. Si prova infatti che solo a questa frequenza vengono soddisfatte sia le equazioni di Maxwell che le condizioni al contorno. Sebbene si parli di frequenza di risonanza, il termine non è corretto, in quanto ne esistono infinite, come infiniti sono i modi di risonanza. Ciascun modo ha una configurazione dei campi e una relativa frequenza di risonanza.

Il fattore di merito o di qualità Q

Oltre alla frequenza di risonanza, un altro parametro molto importante per una cavità risonante è il **fattore di merito o di qualità Q** . In una cavità ideale priva di perdite la radiazione elettromagnetica, una volta cessata l'eccitazione, non decade nel tempo. Per avvicinarci al problema reale si possono supporre deboli perdite dovute principalmente alla conducibilità finita delle pareti, alle perdite nel dielettrico e all'accoppiamento con l'esterno. In tal caso una volta cessata l'eccitazione, la radiazione elettromagnetica si attenuerà nel tempo.

È importante notare che, a condizione che le perdite siano deboli, si può supporre che le frequenze di risonanza e le configurazioni dei campi siano identiche al caso di cavità ideale.

Si definisce fattore di merito o di qualità Q di una cavità risonante [2]:

$$Q = 2\pi \frac{\langle W \rangle}{\langle W_p \rangle} \quad (4.1)$$

dove $\langle W \rangle$ è l'energia totale contenuta all'interno del risuonatore mediata in un periodo, mentre $\langle W_p \rangle$ è l'energia media dissipata per periodo.

Moltiplicando e dividendo per il periodo alla risonanza T , si ottiene l'equazione più comune del Q :

$$Q = \omega \frac{\langle W \rangle}{\langle P_p \rangle} \quad (4.2)$$

in cui $\langle P_p \rangle$ è la potenza, mediata in un periodo, dissipata nel risuonatore.

Si noti che il fattore di qualità è tanto più grande quanto più basse sono le perdite, si auspicherà pertanto che Q sia il più alto possibile.

Ciascun tipo di perdita abbassa il fattore di qualità, in particolare le perdite dovute alla dissipazione per effetto Joule sulle pareti e quelle dovute al dielettrico contenuto nella cavità, danno il **coefficiente di qualità interno o proprio** Q_0 .

Una cavità ideale ha uno spettro discreto, le righe di tale spettro sono costituite da righe di larghezza nulla. Nella realtà tali righe hanno una certa larghezza, ma comunque sono tanto più strette quanto più alto è il Q . Studiando la curva di risposta di una cavità per un determinato modo ν [2], si ricava la seguente relazione, molto utile per la misura sperimentale del fattore di qualità:

$$Q_\nu = \frac{\omega_\nu}{\Delta\omega_\nu} = \frac{f_\nu}{\Delta f_\nu} \quad (4.3)$$

dove $\Delta\omega_\nu$ è la **larghezza della curva a metà altezza** (FWHP), ovvero la banda a -3 dB.

La figura 4.1 mostra una tipica curva di risposta di una cavità per un modo con pulsazione di risonanza ω_ν .

Essendo Q , di solito, una quantità elevata, le curve di risposta, ciascuna delle quali individua un modo all'interno della cavità, sono molto strette e quindi separate le une dalle altre. Possiamo così affermare che i modi sono tra loro indipendenti, come nel caso delle cavità ideali. Se però le perdite sono elevate e/o i modi sono troppo ravvicinati in frequenza, le curve di risposta possono sovrapporsi parzialmente e i modi risulteranno accoppiati.

Per finire occorre distinguere il fattore di qualità in assenza di carico, **unloaded**, da quello **loaded**. Se si ha il perfetto accoppiamento tra la sorgente RF e la cavità, è come se quest'ultima fosse eccitata da un generatore avente un'impedenza interna pari alla impedenza caratteristica della cavità. Conseguentemente la potenza fornita

4.1 Cavit  coassiale a $\lambda/2$

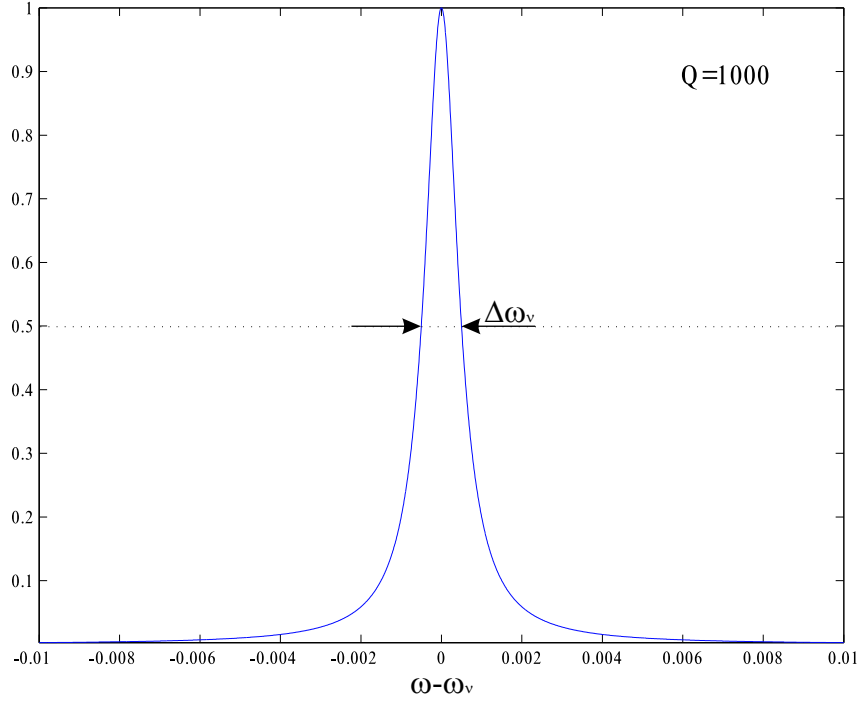


Figura 4.1: Curva di risposta, normalizzata, di una cavit .

dal generatore, si distribuir  equamente tra impedenza interna e cavit  e quindi l'energia immagazzinata in quest'ultima   la met  di quella che si avrebbe nel caso di completo disadattamento. Ne segue che il Q unloaded   il doppio del Q loaded.

4.1 Cavit  coassiale a $\lambda/2$

Studieremo inizialmente le cavit  a $\lambda/2$ utilizzando sia le equazioni di Maxwell che quelle dei telegrafisti. Poich  sono state svolte parecchie misure e simulazioni su un prototipo di questo tipo, i diagrammi dei campi saranno illustrati in seguito, per adesso ci occuperemo soltanto dello studio teorico.

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

4.1.1 Studio mediante le equazioni di Maxwell

Affrontiamo lo studio cercando di ricavare le due grandezze fondamentali di una cavità: la frequenza di risonanza e il fattore di qualità.

La frequenza di risonanza

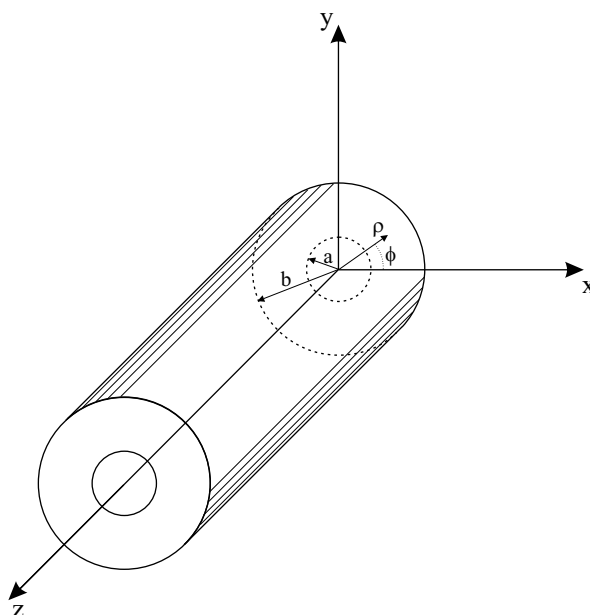


Figura 4.2: Cavità coassiale.

Consideriamo una cavità coassiale di materiale perfettamente conduttore, con raggio interno e raggio esterno rispettivamente pari ad a e b e lunghezza l . Supponiamo inoltre che all'interno di essa vi sia il vuoto. Disponiamo il sistema di riferimento con l'asse z parallelo alle generatrici dei cilindri coassiali e consideriamo due modi TEM che si propagano uno nel verso delle z positive e l'altro nel verso

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

opposto:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= - \left(C_1 e^{-i\frac{\omega}{c}z} + C_2 e^{i\frac{\omega}{c}z} \right) \vec{\nabla} V \\ \vec{H} &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left(C_1 e^{-i\frac{\omega}{c}z} - C_2 e^{i\frac{\omega}{c}z} \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V\end{aligned}\tag{4.4}$$

in cui la funzione potenziale è stata ricavata nel paragrafo delle linee di trasmissione.

Osservando che il campo elettrico, dato dalla prima delle (4.4), è puramente trasversale e imponendo che la sua componente tangenziale sia nulla sulle basi, $\vec{E} = 0$ per $z = 0$ e $z = l$, si ha:

$$C_1 = -C_2 = \frac{C}{2}\tag{4.5}$$

$$\sin \frac{\omega}{c} l = 0\tag{4.6}$$

$$\frac{\omega}{c} l = r\pi \Rightarrow \omega = c \frac{r\pi}{l}\tag{4.7}$$

dove c è la velocità della luce nel vuoto e r è un intero positivo. La frequenza che rende soddisfatta la (4.7) è quella di risonanza.

Si noti che tale frequenza non dipende dalle dimensioni dei conduttori e inoltre ne esistono un'infinità numerabile.

Sostituendo nella (4.4) il valore della costante C e di ω , si ha:

$$\vec{E} = -\frac{C}{2} \left(e^{-i\frac{r\pi}{l}z} - e^{i\frac{r\pi}{l}z} \right) \vec{\nabla} V = iC \sin \left(\frac{r\pi}{l}z \right) \vec{\nabla} V\tag{4.8}$$

$$\vec{H} = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{C}{2} \left(e^{-i\frac{r\pi}{l}z} + e^{i\frac{r\pi}{l}z} \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V = -C \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cos \left(\frac{r\pi}{l}z \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V\tag{4.9}$$

Sostituendo infine la funzione potenziale ricavata nel capitolo precedente, che riscriviamo:

$$V(\rho, \phi) = V_0 \frac{\ln b/\rho}{\ln b/a}\tag{4.10}$$

si ricavano le equazioni complete dei campi:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -iC \frac{V_0}{\rho \ln b/a} \sin \left(\frac{r\pi}{l}z \right) \hat{e}_\rho \\ \vec{H} &= C \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{V_0}{\rho \ln b/a} \cos \left(\frac{r\pi}{l}z \right) \hat{e}_\phi\end{aligned}\tag{4.11}$$

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

Se però si passa alla cavità in figura 4.3, non essendo più valida l'ipotesi di modo

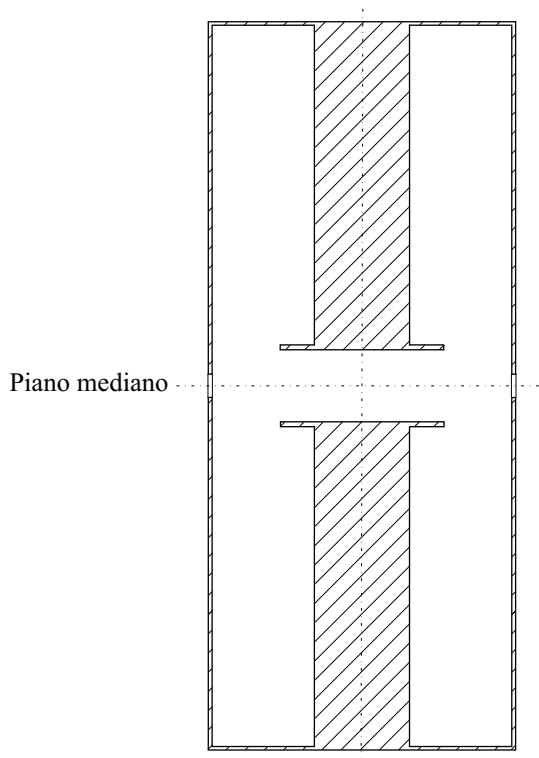


Figura 4.3: Cavità coassiale con elettrodi acceleranti.

TEM, lo studio diventa più complicato a meno che non si passi alla trattazione mediante linee di trasmissione.

Questo tipo di cavità non si discosta molto da quella di un ciclotrone: i piatti sono i *dee*, il coassiale interno è lo *stem* e quello esterno è il *liner*. È importante puntualizzare che il modo che a noi interessa deve avere il vettore campo elettrico tangenziale al piano mediano, in modo da accelerare le particelle.

Calcolo del fattore di qualità

Procediamo adesso al calcolo del fattore di qualità nel caso di cavità coassiali.

Innanzitutto si può dimostrare che: *“l'energia, mediata in un periodo, elettrica e*

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

magnetica sono uguali”[2].

Conseguentemente l’energia elettromagnetica totale, immagazzinata è:

$$\langle W \rangle = 2\langle W_e \rangle = 2\langle W_m \rangle$$

cioè:

$$\langle W \rangle = \frac{1}{2} \int_V \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* d^3r = \frac{1}{2} \int_V \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^3r \quad (4.12)$$

dove ϵ e μ si riferiscono al dielettrico che riempie la cavità.

Si dimostra ancora che: *“l’energia elettromagnetica totale istantanea è costante ed eguale al valore dell’energia totale, mediata in un periodo”*.

In assenza di perdite nel dielettrico interno alla cavità, considerando solo la potenza dissipata per effetto Joule, si ha:

$$\langle P_p \rangle = \frac{1}{2} \int_{\Sigma_p} R_s \vec{J}_s \cdot \vec{J}_s^* d\Sigma_p = \frac{1}{2} \int_{\Sigma_p} R_s \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p \quad (4.13)$$

dove $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_p}{2\sigma}}$ è la resistenza superficiale delle pareti, di area Σ_p e di permeabilità μ_p , che racchiudono la cavità. Si è anche sostituito $\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}$, in cui $\hat{n}$ è il versore normale e $\vec{H}$ è il vettore campo magnetico associato al modo considerato, in assenza di perdite.

Conseguentemente:

$$Q_0 = \omega \frac{\int_V \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^3r}{\int_{\Sigma_p} R_s \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p} \quad (4.14)$$

Se il dielettrico interno alla cavità è omogeneo e costituito di un solo materiale e se le pareti della cavità sono realizzate con un solo metallo, la (4.14) si può scrivere:

$$Q_0 = 2K \frac{\mu}{\mu_p} \frac{V}{\Sigma_p \delta_p} \quad (4.15)$$

in cui δ_p è lo skin depth delle pareti e K è:

$$K = \frac{\frac{1}{V} \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^3r}{\frac{1}{\Sigma_p} \int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p} \quad (4.16)$$

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

Prima di svolgere gli integrali, esprimiamo la quantità $\vec{H} \cdot \vec{H}^*$ come:

$$\vec{H} \cdot \vec{H}^* = \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \frac{1}{\rho^2} \cos^2 \left(\frac{r\pi}{l} z \right) \quad (4.17)$$

Per cui:

$$\begin{aligned} \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^3r &= \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* \rho d\rho d\phi dz = \\ &= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \int_V \frac{1}{\rho} \cos^2 \left(\frac{r\pi}{l} z \right) d\rho d\phi dz = \\ &= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} \int_0^l \cos^2 \left(\frac{r\pi}{l} z \right) dz = \\ &= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \pi l \end{aligned} \quad (4.18)$$

Il passo successivo è quello di valutare l'integrale di superficie:

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^* \right)_{z=0} \rho d\rho + \\ &+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^* \right)_{z=l} \rho d\rho + \\ &+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^* \right)_{\rho=a} a dz + \\ &+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^* \right)_{\rho=b} b dz \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sostituendovi la (4.17):

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r &= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \left[2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho + \right. \\ &+ \left. \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^l \frac{1}{a^2} \cos^2 \left(\frac{r\pi}{l} z \right) a dz + \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^l \frac{1}{b^2} \cos^2 \left(\frac{r\pi}{l} z \right) b dz \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

Ovvero:

$$\int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r = \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \left[4\pi \ln \frac{b}{a} + \pi \frac{l}{a} + \pi \frac{l}{b} \right] \quad (4.21)$$

Pertanto il fattore di qualità sarà, dopo qualche passaggio intermedio:

$$Q_0 = 2\mu \sqrt{\frac{\pi\sigma}{\mu_p}} \sqrt{f} \frac{b \ln \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a} + 4\frac{b}{l} \ln \frac{b}{a}} \quad (4.22)$$

Si prova che esso ha un massimo quando $\frac{b}{a} = 3.6$.

4.1.2 Studio mediante le equazioni dei telegrafisti

Vista la stretta correlazione tra le linee di trasmissione e la teoria dei circuiti, potremmo modellare una cavità risonante come mostrato in figura 4.4.

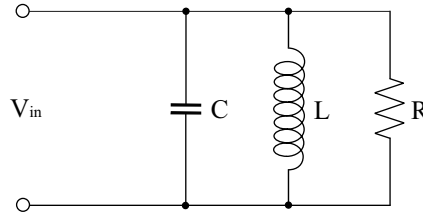


Figura 4.4: Circuito RLC parallelo.

Si può definire il fattore di qualità Q come:

$$Q = \frac{R}{\omega L} = \omega RC \quad (4.23)$$

in cui ω è la pulsazione di risonanza.

Come abbiamo già visto, dall'analisi delle linee di trasmissione, è possibile definire i parametri elettrici per unità di lunghezza L , C , R e G . Inglobando tutte le perdite nella resistenza parallelo e considerando una cavità di lunghezza unitaria, possiamo usare, come modello di studio, il semplice circuito RLC. Si noti che nel computo dei

4.1 Cavità coassiale a $\lambda/2$

parametri si stanno trascurando i contributi dovuti alle basi della cavità. In effetti per il calcolo del Q si dovranno usare delle formule più precise.

Ritornando alla nostra cavità a $\lambda/2$, riscriviamo l'equazione della tensione in una linea, senza perdite, chiusa in corto circuito:

$$\begin{cases} V(z) = -iV_0 \sin \beta z \\ I(z) = I_L \cos \beta z \end{cases} \quad (4.24)$$

Si osservi che a $z = 0$ è rispettata la condizione $V = 0$.

L'altro cortocircuito si trova a $z = l$, perché anche qui il potenziale sia nullo, si dovrà avere:

$$\sin \beta l = 0$$

$$\beta l = r\pi \Rightarrow \omega = c \frac{r\pi}{l}$$

in quanto $\beta = \omega/c$. La (4.1.2) è identica alla (4.7).

Il fattore di qualità necessita del calcolo dell'energia immagazzinata nel risuonatore, mediata in un periodo, e della potenza dissipata, mediata in un periodo. Tale calcolo non è affatto difficile e sarà svolto interamente per cavità a $\lambda/4$, laddove le equazioni di Maxwell non ci potranno essere d'aiuto.

Se peraltro si dovesse studiare, per esempio, una cavità avente sezioni diverse al variare di z o con discontinuità, è possibile suddividerla in più tratti di linea in cascata e applicare iterativamente le formule a noi note. Questo ci permette di caratterizzare cavità coassiali più simili a quelle realmente in uso nei ciclotroni, notando comunque che in ogni punto di discontinuità viene meno l'ipotesi di modo TEM, da cui sono scaturite le equazioni delle linee di trasmissione. Anche questo metodo sarà esposto interamente nello studio di cavità $\lambda/4$.

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

Una cavità coassiale a $\lambda/4$, può essere usata come chopper o, meno frequentemente da cavità accelerante. Per chopper intendiamo una cavità utilizzata per deflettere il fascio. Pertanto queste cavità devono applicare un campo elettrico trasverso alla direzione del fascio. La figura 4.5 mostra due possibili configurazioni per questo tipo di cavità.

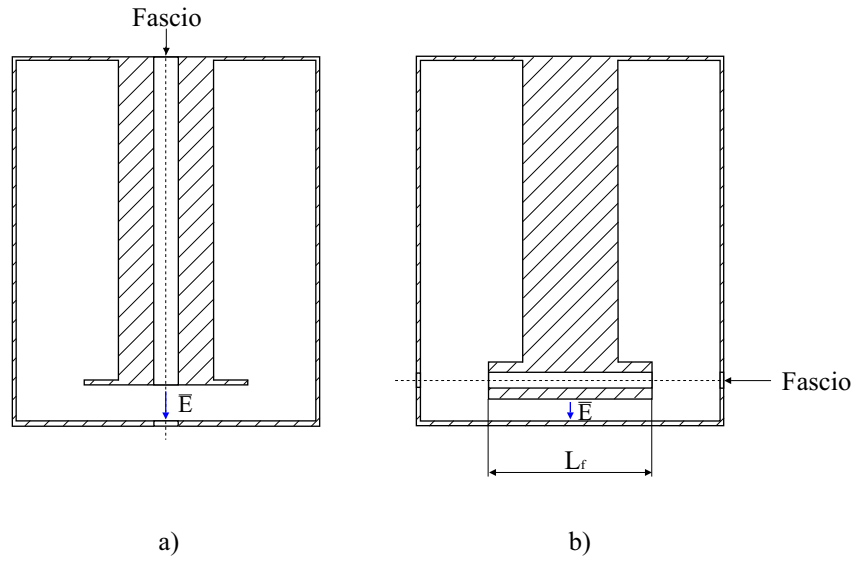


Figura 4.5: Configurazioni per cavità a $\lambda/4$

Studieremo questo tipo di cavità solamente con la teoria delle linee di trasmissione ma utilizzeremo due metodi: il primo è specifico di questa configurazione, il secondo è, invece, di uso generale ma si sposa perfettamente al nostro problema.

In figura 4.6 è mostrata una generica sezione di una cavità di questo tipo. Supponiamo che il coassiale interno abbia raggio r_1 , quello esterno abbia invece raggio r_2 mentre il piatto ha raggio pari a r_3 . Il coassiale interno sia lungo l e il piatto dista d dall'esterno della cavità.

Partiamo dall'equazione (4.24) che, lo ricordiamo, si riferisce ad una linea termi-

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

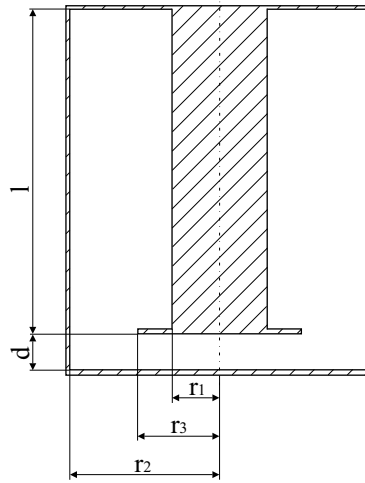


Figura 4.6: Sezione di una cavità a $\lambda/4$.

nata in un cortocircuito. Ad una distanza l da esso la linea ha un'impedenza pari a:

$$Z(l) = iZ_0 \tan \beta l \quad (4.25)$$

Abbiamo già avuto modo di osservare che tale impedenza è puramente reattiva ed in particolare per $l < \pi/4$ sarà di tipo induttivo. Lo schema equivalente è mostrato in figura 4.7.

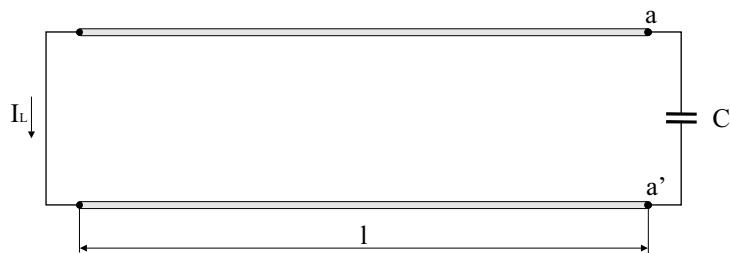


Figura 4.7: Schema equivalente della cavità a $\lambda/4$ considerata.

Pertanto l'ammettenza alla sezione a-a', terminazione aperta del coassiale inter-

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

no, caricata con un condensatore di capacità $C = \epsilon \frac{\pi r_3^2}{d}$, e:

$$Y_{aa'} = i\omega C + \frac{1}{iZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda}} \quad (4.26)$$

La frequenza che rende nulla questa ammettenza è quella di risonanza.

È bene a questo punto fare alcune osservazioni:

1. dati i parametri β , Z_0 , l e C , ovvero data la cavità, il numero delle frequenze di risonanza non è finito in quanto la funzione tangente è periodica;
2. la frequenza di risonanza è stata ricavata nell'ipotesi di modo TEM ma il piatto metallico che dà luogo alla capacità C vanifica tale ipotesi;
3. il modo a frequenza più bassa è detto fondamentale ma ne esistono altri, a frequenze più alte.

La frequenza di risonanza è ricavabile in forma implicita dall'equazione:

$$Y_{aa'} = 0 \quad (4.27)$$

cioè:

$$i\omega C + \frac{1}{iZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda}} = 0 \quad (4.28)$$

Se però il valore della capacità caricante tende a zero, la condizione precedente è soddisfatta per:

$$l = \frac{\lambda}{4} \quad (4.29)$$

ed ovviamente per tutte le lunghezze che siano multiplo intero di un quarto di lunghezza d'onda; naturalmente λ è la lunghezza d'onda alla risonanza.

Fissata la frequenza di risonanza, tanto più il carico capacitivo è grande e tanto più la cavità, sarà più corta di $\lambda/4$. Tanto maggiore è l'impedenza caratteristica e

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

tanto maggiore sarà la *sensitivity* della frequenza di risonanza al carico capacitivo [6].

Se si conosce la frequenza di risonanza f_0 , è possibile calcolare la distribuzione della tensione e della corrente. Ponendo la tensione sul carico capacitivo pari a un generico V_0 , detto **gap voltage**, dalle equazioni (4.24) si ottiene l'ampiezza della corrente I_L al cortocircuito ($z = 0$):

$$I_L = -i \frac{V_0}{Z_0 \sin \beta l} = \mp i \frac{V_0}{Z_0} \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \beta l}} \quad (4.30)$$

Sostituendo il valore del $\tan \beta l$ ottenuto dalla (4.28) otteniamo:

$$I_L = \mp i \frac{V_0}{Z_0} \sqrt{1 + \omega_0^2 C Z_0^2} \quad (4.31)$$

Sostituendo infine questo valore nella (4.24) si trova la distribuzione della tensione e della corrente e si può concludere che:

1. la corrente è massima, in modulo, al cortocircuito e il suo valore è sempre maggiore di V_0/Z_0 ;
2. tanto la tensione quanto la corrente hanno andamento sinusoidale;
3. la corrente è sfasata di $\pi/2$ rispetto alla tensione;
4. nella terminazione aperta la corrente è uguale a $\omega_0 C V_0$ e questa corrente stima di quanto più corta è la cavità rispetto a $\lambda/4$.

Il secondo metodo ci consente di determinare la frequenza ma anche il fattore di qualità e si fonda sul pensare la cavità come costituita da più linee in cascata [6].

La prima sezione è chiusa su un carico capacitivo, il piatto, di capacità $C = \pi r_3^2/d$ ed ha reattanza X_0 pari a:

$$X_0 = -\frac{1}{\omega C} \quad (4.32)$$

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

Supponendo che lungo tale sezione, l'ampiezza della tensione sia costante e pari a V_0 :

$$V(0) = V_0 \quad (4.33)$$

il che è vero se lo spessore del piatto è molto più piccolo della lunghezza d'onda di risonanza, si avrà una corrente:

$$I(0) = \frac{V(0)}{jX_0} = jI_0 \quad (4.34)$$

dove:

$$I_0 = -\frac{V_0}{X_0} \quad (4.35)$$

Dalle equazioni della linea chiusa su un carico reattivo, si ha che la tensione e la corrente all'estremità della sezione successiva saranno:

$$V_1 = V_0 \left(\cos \beta l_1 + \frac{Z_{01}}{X_0} \sin \beta l_1 \right) \quad (4.36)$$

$$I_1 = jI_0 \left(\cos \beta l_1 - \frac{X_0}{Z_{01}} \sin \beta l_1 \right) \quad (4.37)$$

dove l_1 è la lunghezza di questo tratto di linea, che avrà reattanza $X_1 = -V_1/I_1$.

Continuando in questo modo si ottiene la formula iterativa per il tratto n -esimo:

$$V_n = V_{n-1} \left(\cos \beta l_n + \frac{Z_{0n}}{X_{n-1}} \sin \beta l_n \right) \quad (4.38)$$

$$I_n = jI_{n-1} \left(\cos \beta l_n - \frac{X_{n-1}}{Z_{0n}} \sin \beta l_n \right) \quad (4.39)$$

Al cortocircuito, dovendo essere nullo il potenziale, si può ricavare, note tutte le lunghezze dei tratti, β e quindi la frequenza di risonanza.

Per valutare il fattore di qualità si devono prima calcolare le potenze dissipate in ciascuna sezione n di lunghezza l_n :

$$P_n = \frac{1}{2} \int_0^{l_n} I_n^2 dR \quad (4.40)$$

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

dove a I_n si deve sostituire la (4.39) e dR si ricava dalla seconda legge di Ohm:

$$dR = \left(\frac{R_s}{l} \right) dz \quad (4.41)$$

in cui R_s è la resistenza superficiale e l il perimetro su cui scorre la corrente.

Svolgendo l'integrale si ottengono la seguenti formule:

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{1}{2} I_n^2 \left(\frac{R_s}{l} \right) (Q_1 + Q_2 + Q_3) \\ Q_1 &= \frac{l_n}{2} + \frac{1}{4\beta} \sin 2\beta l_n \\ Q_2 &= -\frac{X_{n-1}}{Z_{0n}\beta} \sin^2 \beta l_n \\ Q_3 &= \left(\frac{X_{n-1}}{Z_{0n}\beta} \right)^2 \left(\frac{l_n}{2} + \frac{1}{4\beta} \sin^2 \beta l_n \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

A questa va sommata la potenza dissipata nel corto circuito:

$$P_{short} = \frac{1}{2} I_N^2 R_{short} \quad (4.43)$$

dove I_N è la corrente nell'ultima sezione ed R_{short} è [7]:

$$R_{short} = \frac{Z_{0N}\rho}{377\delta} \quad (4.44)$$

con δ lo skin depth e ρ la resistività del conduttore.

Se il corto circuito è realizzato con contatti striscianti si può porre:

$$P_{short} \simeq I_N^2 R_{short} \quad (4.45)$$

In definitiva la potenza totale dissipata sarà:

$$P_t = P_{short} + \sum_{n=1}^N P_n \quad (4.46)$$

L'energia media immagazzinata nella sezione n -esima è:

$$W = 2W_{mn} = \frac{1}{2} I_n^2 L l_n \quad (4.47)$$

4.2 Cavità coassiale a $\lambda/4$

dove W_{mn} è l'energia magnetica immagazzinata nella sezione di lunghezza l_n , avente induttanza, per unità di lunghezza, pari a L .

Il fattore di qualità si troverà dalla solita formula:

$$Q = \omega \frac{W}{P_t}$$

Questo secondo metodo è talmente generale da fornire un valido supporto sia per lo studio di cavità coassiali, si può adattare facilmente al caso di cavità a $\lambda/2$, che per cavità più complesse come quelle del ciclotrone.

Le cavità a $\lambda/4$ saranno utilizzate per accelerare il fascio, nelle configurazioni riportate nella figura (4.5), la linea tratteggiata sta ad indicare l'asse del fascio [6].

Nella figura 4.5a il fascio in transito verrà accelerato quando passerà dal gap e tale accelerazione dipenderà da molti fattori (gap voltage, fase della particella, tempo di transito, ecc). Ovviamente è importante che la particella attraversi il gap in modo da ottenere la massima accelerazione, perché ciò avvenga occorre dimensionare opportunamente la lunghezza l .

Nella figura 4.5b il fascio verrà accelerato due volte; per far ciò occorre che la particella percorra la lunghezza L_f in metà del periodo della tensione RF:

$$L_f = v \frac{T}{2} = \beta \frac{\lambda}{2} \quad (4.48)$$

dove $\beta = v/c$ è la velocità relativa delle particelle, da non confondere con la costante di fase.

Un altro esempio di cavità a $\lambda/4$ è il chopper. Essendo stata, questa configurazione, oggetto di studio, rimando i diagrammi dei campi e la descrizione del funzionamento al capitolo successivo.

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

La progettazione di un sistema a radiofrequenza per un ciclotrone deve tenere conto dei vincoli oggettivi che sono imposti dalla struttura generale della macchina e, in particolare, dal magnete. Nel caso di ciclotroni superconduttori le uniche zone accessibili per le cavità risonanti sono le valli, nel nostro caso quattro, che presentano un'accentuata forma a spirale. Le cavità, inoltre, non possono svilupparsi orizzontalmente, lungo il piano mediano, a causa della struttura assunta dalle bobine e dal criostato.

Il sistema di accelerazione che si è pensato di utilizzare è costituito da risonatori coassiali a $\lambda/2$, a sviluppo verticale, ciascuno in corrispondenza di una delle quattro valli. Ogni risuonatore consiste di due mezze cavità a $\lambda/4$, simmetriche rispetto al piano mediano. In corrispondenza di quest'ultimo i coassiali interni sorreggono i **dee**, i veri e propri elettrodi di accelerazione.

In figura 4.8 è mostrata una vista della cavità, così come si pensava dovesse essere all'inizio del progetto.

I due *dee* sono connessi galvanicamente tra loro e ciò, grazie alla simmetria della cavità, consente di compensare un'eventuale componente assiale del campo accelerante. Se infatti si avesse una differenza di potenziale tra i *dee* dell'ordine anche del percento, si creerebbe una componente assiale del campo elettrico. Se questa non venisse compensata si instaurerebbero delle oscillazioni assiali coerenti che potrebbero portare, quantomeno, alla perdita parziale del fascio.

L'uso della quarta armonica è naturale in un ciclotrone a quattro settori. Infatti, in queste condizioni, le quattro cavità RF devono oscillare con la stessa fase. Questo modo di operare delle cavità è molto semplice visto che eventuali accoppiamenti capacitivi tra le cavità non provocano nessuna perturbazione. Durante il funzionamento l'accordo di fase sarà mantenuto automaticamente mediante dei dispositivi

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

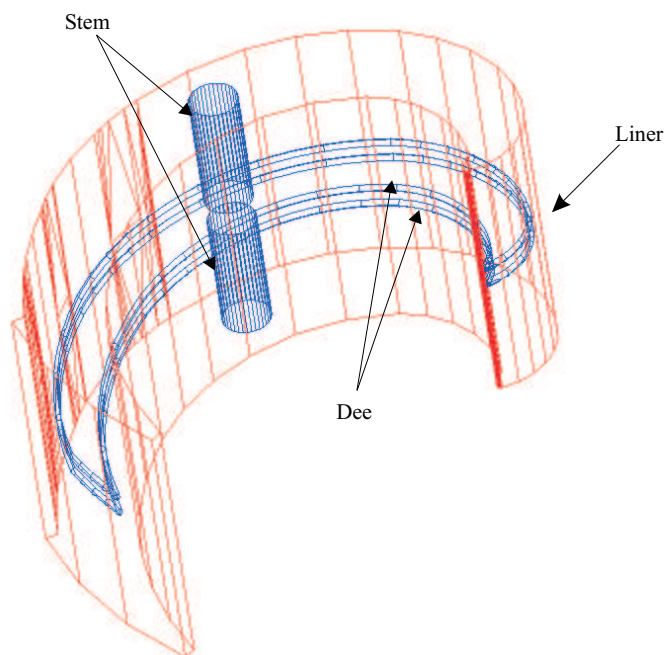


Figura 4.8: Cavità completa.

detti *trimmer capacitor*, che hanno l'importante compito di compensare le eventuali deviazioni della frequenza di risonanza provocate da deformazioni della cavità a causa del riscaldamento della stessa. Per non indurre la nascita delle componenti assiali, i trimmer capacitor sono posti in modo simmetrico rispetto al piano mediano.

L'accoppiamento fra le cavità e il generatore sarà presumibilmente di tipo induttivo mediante delle spire poste alla sommità del *liner*, laddove dovrebbe essere massimo il campo magnetico. Un'alternativa è quella di attuare un accoppiamento di tipo capacitivo ma, in questo caso, gli accoppiatori dovrebbero essere localizzati in prossimità del piano mediano, dove è localizzato il massimo del campo elettrico.

Esaminiamo più in dettaglio gli elementi che costituiscono il sistema a radiofrequenza del ciclotrone. Essendo il sistema simmetrico rispetto al piano mediano, è conveniente riferirci a mezza cavità.

La cavità è delimitata dal **liner**, all'interno del quale sarà realizzato l'alto vuoto,

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

nell'ordine di 10^{-7} mbar. Il *liner* presenta delle fessure in prossimità del piano mediano che consentono il passaggio del fascio e la sua forma è dettata dalla geometria delle espansioni polari.

I due coassiali interni, denominati **stem** e il *liner* saranno realizzati in rame O.F.H.C. (Oxygen Free High Conductivity). Lo spessore verrà deciso in base alla dissipazione di potenza degli stessi nonché in base alla scelta del tipo di raffreddamento da utilizzare. Gli *stem* saranno collegati da un lato al *liner* e dall'altro al *dee*. La parte connessa al *liner* costituisce il cortocircuito, non dovendo operare a frequenza variabile gli *stem* saranno brasati e connessi rigidamente al *liner* ed al *dee*.

Il *dee*, anch'esso di rame, ha un'accentuata forma a spirale; una sua sezione è mostrata in figura 4.9.

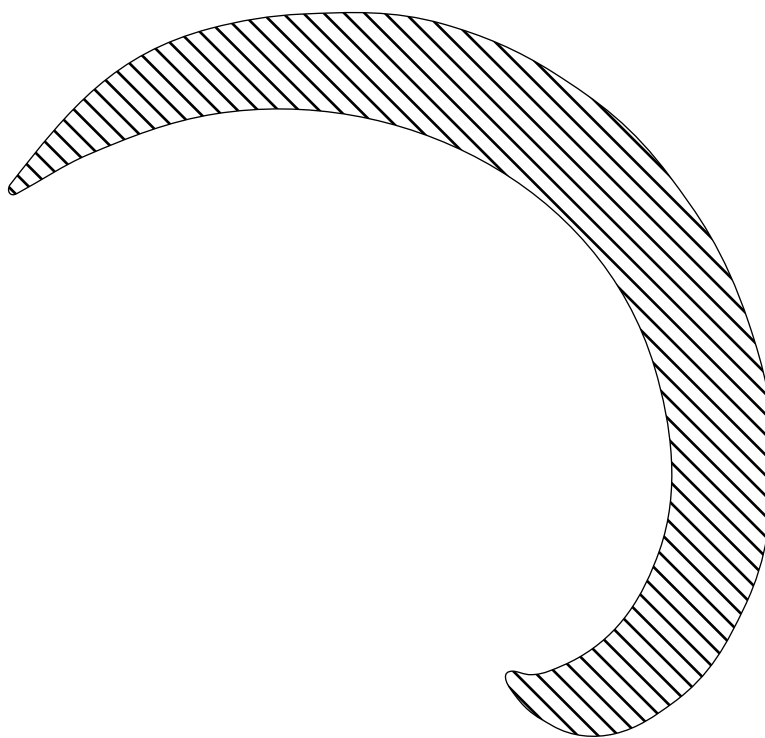


Figura 4.9: Sezione del *dee*.

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

L'altezza del **gap**, cioè dello spazio necessario per il passaggio del fascio tra i due *dee*, è di 30 mm.

Un'attenzione particolare deve essere rivolta alla curva di tensione lungo il **gap di accelerazione**, che è lo spazio esistente tra *dee* e *liner*. Fissata la frequenza pari a quella di risonanza, si può tracciare l'andamento del potenziale al variare del raggio, sia per il gap in cui entra il fascio, che per quello da cui esce. La variazione della tensione con il raggio è dovuta al fatto che lo sviluppo radiale dell'elettrodo di accelerazione non è trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda. La differenza di tensione tra ingresso e uscita di uno stesso *dee* è invece dovuta alla forma a spirale.

Le elevate tensioni nei *dee* e il diametro limitato dei coassiali potranno dar luogo a densità elevate di corrente, soprattutto in prossimità del cortocircuito.

4.3.1 Breve studio analitico delle cavità del ciclotrone.

Le cavità di un ciclotrone compatto hanno una forma a spirale che rende difficile la trattazione teorica. Di seguito sarà esposto lo studio di una cavità di questo tipo, il cui scopo è quello di provare che, in ogni caso, si riesce a trovare una soluzione in forma chiusa. Nonostante oggi lo studio sia svolto, quasi interamente, mediante l'ausilio di simulatori elettromagnetici, lo studio analitico, con tutte le approssimazioni del caso, conserva comunque un'importante valenza formativa. AComunque questo metodo non è stato utilizzato nella progettazione finale delle cavità poiché questa ha richiesto più *stem*.

La suddivisione della cavità in tratti di linea aventi impedenza caratteristica costante, è molto difficile in casi come questi. Si può comunque usare il metodo esposto nella trattazione della cavità coassiale a $\lambda/4$ e cioè dividere la cavità in più tratti di linea. Perché la suddivisione sia ben fatta occorre tracciare le linee di corrente, tagliando lungo le linee equipotenziiali. Per far ciò ci si può avvalere di

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

un simulatore elettrostatico che sarà utile anche per determinare la capacità di ogni singola sezione. Naturalmente tante più sezioni si considerano e tanto più “preciso” sarà il calcolo. Ciascuna sezione avrà un’impedenza caratteristica pari a:

$$Z_0 = \frac{1}{cC} \quad (4.49)$$

dove c è la velocità della luce mentre C è la capacità della sezione considerata.

A questo punto occorrerà calcolare la capacità per tutte le sezioni, da esse si ricaveranno le relative impedenze caratteristiche e, dalle (4.38) e (4.39), si determinano via via la tensione e la corrente del tratto n -esimo.

Di seguito sarà esposto un esempio solo qualitativo di tale calcolo, in cui la suddivisione della cavità, si veda la figura 4.10, ha solo una valenza dal punto di vista delle condizioni al contorno da imporre.

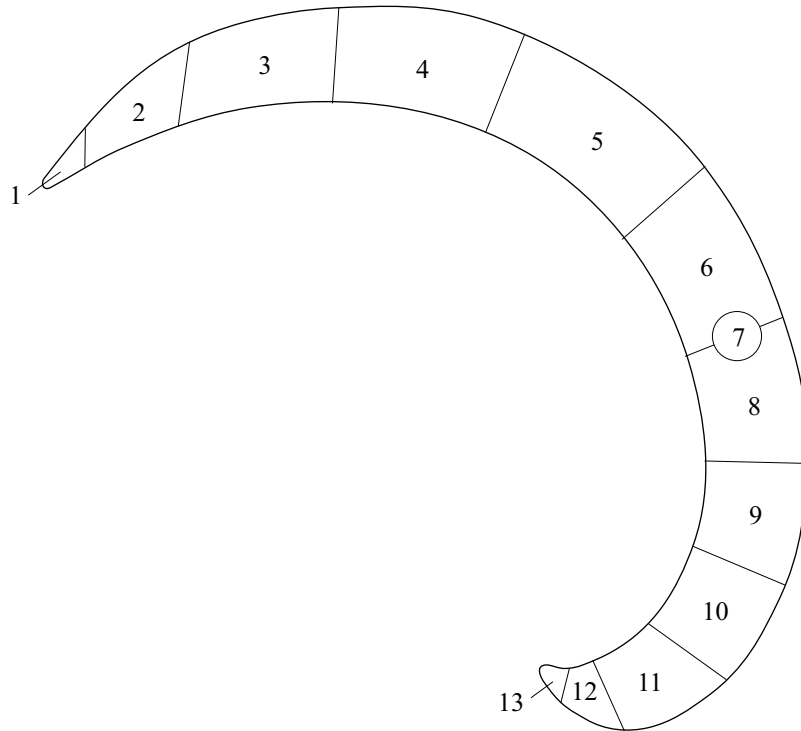


Figura 4.10: Esempio di suddivisione.

La sezione numero 1 del *dee*, la più esterna, è caricata da una capacità C_{est} , ai

4.3 Le cavità di un ciclotrone superconduttore

cui capi vi sarà una tensione V_0 , che coincide con la tensione di estrazione. Lo *stem* è, in questo caso, modellato con un unico tratto di linea, 7, di cui un capo è connesso al corto circuito mentre l'altro al *dee*. La corrente che scorre in esso, nel punto di congiunzione al *dee*, è $I = I_6 + I_8$. Imponendo che la tensione alla base dello *stem* sia continua:

$$V = V_6 = V_8$$

e supponendo che la sezione 13 sia caricata da una capacità C_{int} ad una tensione V'_0 , si possono studiare le restante regioni.

Si osservi che mentre V_0 è fissata, V'_0 sarà una costante da determinarsi per garantire la consistenza della soluzione.

Con questo metodo si può ottenere o l'altezza della cavità, fissata la frequenza di risonanza f_0 , scegliendo opportunamente l_7 , o viceversa se l_7 è fissata, ricavare β e quindi f_0 .

Capitolo 5

Studio e misure di cavità prototipo

Questo capitolo è dedicato alla simulazione e alle misure sperimentali, dove possibile, di due cavità prototipo. Tale studio è stato effettuato sia mediante la teoria descritta nei capitoli precedenti, dove possibile, sia avvalendoci di un simulatore elettromagnetico.

Le cavità studiate sono due: una cavità a $\lambda/2$ e il chopper 500. Prima di illustrare i diagrammi dei campi e tutti i parametri fondamentali di queste cavità, descriviamo sinteticamente il codice di simulazione da noi utilizzato: H.F.S.S.

5.1 Il simulatore elettromagnetico

Il simulatore H.F.S.S. (High Frequency Structure Simulator), sviluppato e fornito dalla Ansoft, è un valido strumento per lo studio di dispositivi che lavorano nel range delle microonde (antenne, guide d'onda, cavità risonanti, ecc.). Si tratta di un simulatore FEM (Finite Element Method), cioè agli elementi finiti, che opera suddividendo il dominio di interesse in sotto domini, di forma tetraedrica, in cui risolve le equazioni di Maxwell. I valori dei campi all'interno dei tetraedri, sono ottenuti interpolando i valori ai vertici.

5.1 Il simulatore elettromagnetico

La versione utilizzata è la 8.5 e in particolare, per lo studio di cavità risonanti, abbiamo usato il modulo degli autovalori. Con questo modulo si ottengono, come risultati immediati, la frequenza di risonanza, il fattore di qualità unloaded e l'andamento dei campi e delle correnti all'interno della struttura.

Un concetto fondamentale a cui si deve prestare molta attenzione, quando si utilizza un simulatore di questo tipo, è la *convergenza della soluzione*. Per raggiungere una buona convergenza occorre infittire la mesh, cioè aumentare il numero dei tetraedri e quindi i punti su cui calcolare i campi. Una peculiarità di questo simulatore è quella di effettuare una *mesh di tipo adattativo*, il numero di tetraedri verrà cioè aumentato progressivamente laddove si ha un forte gradiente del campo elettrico e/o magnetico. Se da un lato questo approccio garantisce la migliore convergenza, dall'altro, l'aumento del numero di tetraedri richiederà sempre più memoria con conseguente aumento (esponenziale) dei tempi di calcolo.

Se si vogliono analizzare strutture con pochi piani di simmetria, in cui il rapporto tra la massima dimensione e la frequenza di risonanza è grande, come ad esempio le cavità del ciclotrone, occorrerà una notevole quantità di memoria e tempi di calcolo non indifferenti. A peggiorare le cose sta il fatto che i campi non convergono simultaneamente. Prima di tutto, infatti, converge la frequenza di risonanza, quindi il campo elettrico $\vec{E}$, poi quello magnetico $\vec{H}$ e infine le densità di corrente $\vec{J}$. Il campo magnetico è infatti calcolato a partire dal campo elettrico e le densità di corrente a partire dal campo magnetico, secondo le formule seguenti:

$$\vec{H} = \frac{\vec{\nabla} \times \vec{E}}{-i\omega\mu} \quad (5.1)$$

$$\vec{J} = \hat{n} \times \vec{H} \quad (5.2)$$

Tutto ciò rende poco attendibile le valutazioni sulla potenza dissipata, fondamentali sia per lo studio della dissipazione del calore che per la scelta dei componenti

5.2 Cavit  a mezz'onda

a radiofrequenza. Per superare tale ostacolo abbiamo usato dei metodi alternativi, che illustreremo in seguito.

5.2 Cavit  a mezz'onda

Questo tipo di cavit    stata ampiamente studiata sia utilizzando sia le equazioni di Maxwell che con quelle dei telegrafisti. A questi metodi si affianca lo studio mediante il simulatore e infine le misure in laboratorio. In questo modo la cavit    conosciuta in tutti i suoi aspetti e la bont  del nostro studio, sia dal punto di vista teorico che da quello inerente le simulazioni, dovr  essere avvallata dalle misure.

Fisicamente la cavit  in questione ha le dimensioni riportate in figura:

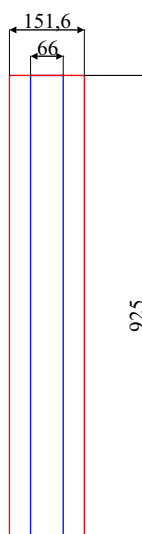


Figura 5.1: Sezione della cavit  a $\lambda/2$.

L'accoppiamento che abbiamo scelto di realizzare   di tipo induttivo, con una spira posta alla sommit  della cavit , laddove   massimo il campo magnetico.

5.2 Cavità a mezz'onda

5.2.1 Risultati teorici

Dalla trattazione effettuata precedentemente si ha che le pulsazioni di risonanza sono date dalla formula:

$$\omega_0 = c \frac{r\pi}{l} \quad (5.3)$$

passando alle frequenze, si otterrà la formula:

$$f_0 = c \frac{r}{2l} \quad (5.4)$$

Il fattore di qualità Q sarà calcolato dall'equazione:

$$Q_0 = 2\mu \sqrt{\frac{\pi\sigma}{\mu_p}} \sqrt{f} \frac{b \ln \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a} + 4\frac{b}{l} \ln \frac{b}{a}} \quad (5.5)$$

ottenuta dalla trattazione completa che fa uso dalle equazioni di Maxwell [2].

Il metodo alternativo, che è stato descritto in precedenza per la cavità a $\lambda/4$, è facilmente adattabile anche a questo tipo di cavità. Le funzioni del foglio di calcolo in Excel utilizzate sono descritte in appendice B.

Le foto della cavità costruita sono mostrate in figura 5.2. Il conduttore interno è costituito da rame mentre quello esterno è di alluminio, pertanto la formula precedente deve essere corretta inserendo un fattore, η , che tenga conto della diversa conducibilità elettrica dell'alluminio rispetto al rame.

$$\eta = \frac{R_{sCu}}{R_{sAl}} = \sqrt{\frac{\sigma_{Al}}{\sigma_{Cu}}} \quad (5.6)$$

Svolgendo l'integrale che fornisce la potenza calcolata, tenendo conto di questa differenza, la formula (5.5) diventa:

$$Q_0 = 2\mu \sqrt{\frac{\pi\sigma}{\mu_p}} \sqrt{f} \frac{b \ln \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}\eta + 4\frac{b}{l} \ln \frac{b}{a}} \quad (5.7)$$

5.2 Cavità a mezz'onda



Figura 5.2: Foto della cavità a mezz'onda. La foto di sinistra si riferisce alla fase di misura, quella di destra mostra la cavità aperta ed è visibile il coassiale interno.

La frequenza di risonanza calcolata, assieme al Q unloaded, sono mostrati in tabella 5.1:

f_0	162 MHz
Q_0	5800

Tabella 5.1

5.2.2 Risultati ottenuti dalla simulazione

Per snellire la simulazione si è deciso di studiare solamente un quarto di cavità, imponendo sui piani di simmetria la condizione “perfect H” che equivale a forzare il campo magnetico ortogonale al piano e il campo elettrico perfettamente tangenziale.

I risultati di tale simulazione sono riassunti in tabella 5.2:

5.2 Cavità a mezz'onda

f_0	162,04 MHz
Q_0	6000

Tabella 5.2

Si può notare un buon accordo tra la frequenza calcolata e quella misurata. Anche l'imprecisione cui è soggetto il fattore di qualità è perfettamente accettabile. Nella figura 5.3 sono riportati il campo elettrico e il campo magnetico su un piano che interseca trasversalmente la cavità, mentre la figura 5.4 mostra gli stessi campi su un piano che la interseca longitudinalmente.

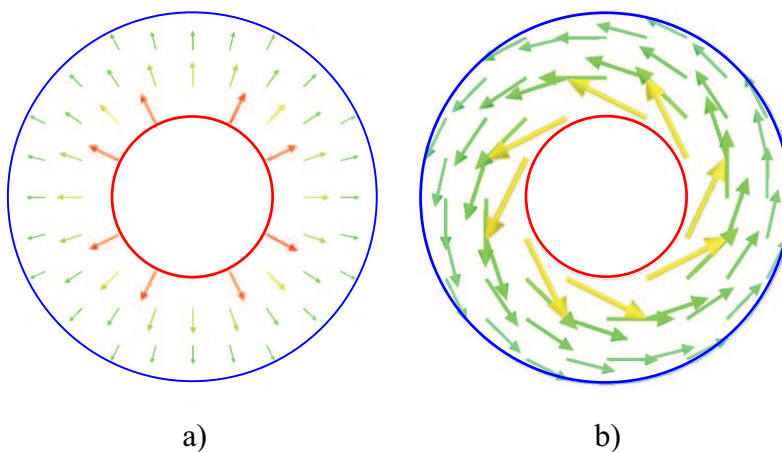


Figura 5.3: Campo elettrico e campo magnetico su una sezione trasversale della cavità.

5.2.3 Risultati delle misure in laboratorio

Una costruzione rigorosa impone l'utilizzo di contatti striscianti al fine di garantire una buona conduttività. In realtà ciò non è stato fatto perché il costo di realizzazione non bilanciava la valenza teorica dell'esperimento. Inoltre le superfici dei conduttori non sono state tornite e pertanto presentavano le rugosità tipiche dei tubi estrusi.

5.2 Cavit  a mezz'onda

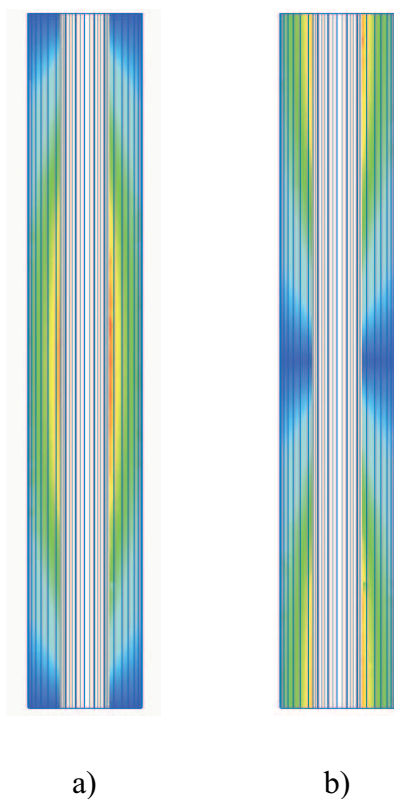


Figura 5.4: Campo elettrico e campo magnetico su una sezione longitudinale della cavit . La scala dei colori va dal blu, valori pi  bassi, al rosso, massimo valore del campo.

Alla luce di ci  ci si aspetta un valore del fattore di qualit  di gran lunga inferiore rispetto a quello teorico calcolato mentre non ci saranno grandi variazioni riguardo alla frequenza di risonanza.

L'analizzatore di spettro che abbiamo utilizzato   l'HP 8753, che copre un range di frequenza che va da 30 KHz a 6 GHz [25].

Le misure effettuate hanno restituito i parametri riportati in tabella 5.3. Si noti che il fattore di qualit  riportato   il Q loaded.

5.3 Il chopper 500

f_0	161,82 MHz
Q	1700

Tabella 5.3

I risultati, alla luce delle precedenti considerazioni, sono in linea con le grandezze prima calcolate.

5.3 Il chopper 500

Il chopper è una cavità che lavora nella configurazione a $\lambda/4$. Questo tipo di risuona-

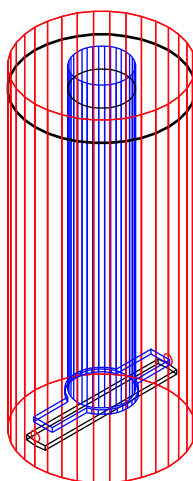


Figura 5.5: Assonometria del chopper 500.

tore viene collocato a valle del ciclotrone ed ha il compito di “eliminare” parte del fascio, che esce pulsato ovvero a pacchetti, per ottenere un duty cycle opportuno. Per adempire tale compito il campo elettrico deve riuscire a deflettere il fascio in modo che questo impatti su un collimatore posto a valle del chopper, deve essere quindi ortogonale alla direzione del fascio.

Le dimensioni del chopper, riportate in figura 5.6, hanno reso difficoltosa la sua messa in posa non permettendoci di effettuare, nell’ambito di questa tesi, misure. I

5.3 Il chopper 500

risultati delle simulazioni, comunque, si accordano perfettamente le misure effettuate precedentemente. Lo studio teorico non è stato approfondito in quanto gli elettrodi hanno una forma non regolare, si veda la figura 5.7, e quindi ci si doveva avvalere di uno studio preliminare con un simulatore elettrostatico. Inoltre la struttura non è completa, manca il piatto inferiore che chiude il conduttore esterno. Il metodo per lo studio teorico da utilizzare è comunque già stato esposto nella trattazione della cavità $s \lambda/4$ e permette di valutare il fattore di qualità, la frequenza di risonanza e la potenza dissipata.

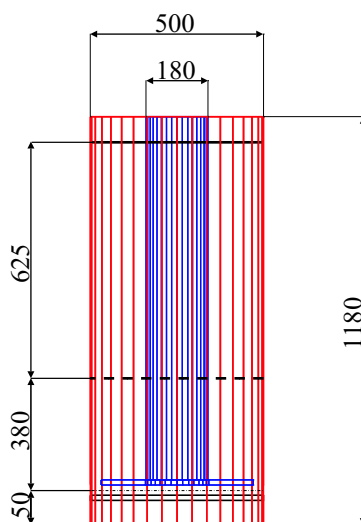


Figura 5.6: Dimensioni del chopper 500.

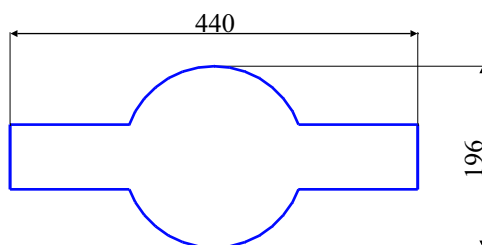


Figura 5.7: Particolare dell'elettrodo a potenziale.

5.3 Il chopper 500

5.3.1 Risultati ottenuti dalla simulazione

Questa cavità è dotata di un cortocircuito mobile, collegato al coassiale interno tramite contatti striscianti, che permette di variare la frequenza di risonanza. Le simulazioni sono state effettuate nelle due posizioni limite di tale cortocircuito e quindi con la minima e con la massima frequenza di risonanza. La corsa del cortocircuito mobile è di 625 mm.

Frequenza di risonanza minima

In questa configurazione il corto circuito si trova nel punto di fine corsa più distante dall'elettrodo.

I risultati di tale simulazione sono i seguenti:

f_0	54,7 MHz
Q_0	20000

Tabella 5.4

Nella figura 5.8a è riportato l'andamento del vettore campo elettrico su un piano secante, parallelo all'asse z . Per ragioni di scala, il campo elettrico in prossimità dell'elettrodo è molto più alto rispetto a quello presente lungo il conduttore. La figura 5.8b mostra, pertanto, il vettore campo elettrico solo nel conduttore interno e si vede chiaramente l'andamento classico di una cavità a $\lambda/4$.

Frequenza di risonanza massima

In quest'altra configurazione il cortocircuito si trova nella posizione di fine corsa più bassa, indicata in figura 5.6 con la linea tratteggiata. La frequenza di risonanza sarà, quindi, più alta che nella configurazione precedente. L'andamento del campo elettrico è simile a quello già mostrato e pertanto verrà omissso, le altre grandezze sono riassunte nella tabella 5.5:

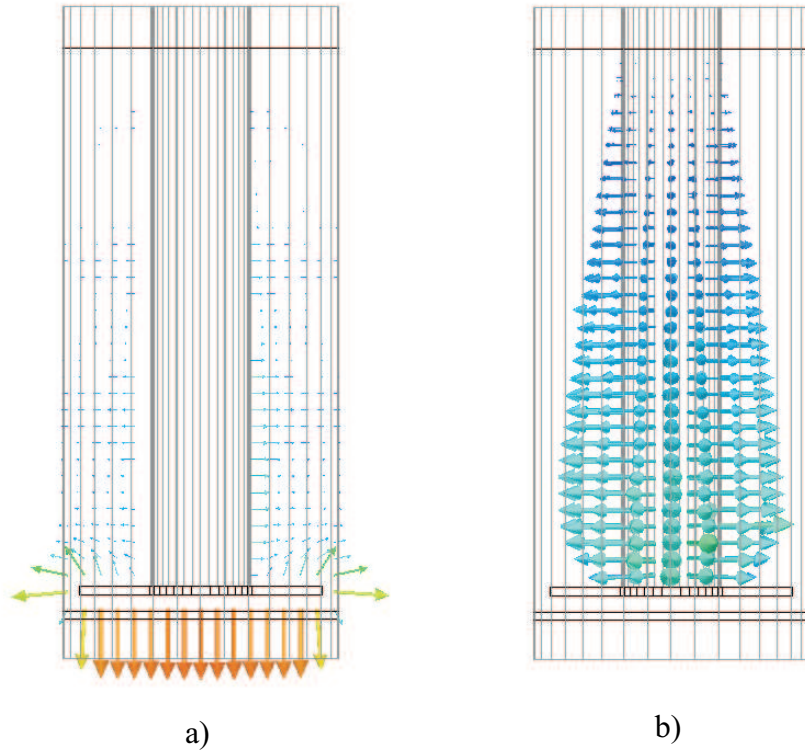


Figura 5.8: a) Campo elettrico su una sezione longitudinale. b) Particolare del campo elettrico sulla zona del conduttore interno.

f_0	104,7 MHz
Q_0	20000

Tabella 5.5

Capitolo 6

Le cavità del ciclotrone

Abbiamo già mostrato come sia possibile affrontare lo studio analitico approssimato di cavità “non convenzionali” come lo sono quelle di un ciclotrone. Tale studio può darci una linea guida riguardo ai parametri che influenzano, in modo preponderante, le caratteristiche elettromagnetiche della cavità (frequenza di risonanza, fattore di qualità, tensione all'estrazione, correnti al cortocircuito, ecc.).

I parametri di progetto per la singola cavità oggetto del nostro studio sono riassunti nella tabella seguente:

Frequenza di risonanza	91 MHz
Tensione massima all'estrazione	120 KV
Potenza totale RF	< 25 KW

Tabella 6.1

Un altro parametro di merito è la curva di potenziale che dovrebbe essere quanto più monotona e crescente possibile. In effetti ci si può permettere di avere un “avvallamento”, laddove è posizionato lo *stem*, ma è fondamentale che la tensione in prossimità dell'estrazione cresca fino a raggiungere il valore di 120 KV.

Nello studio che segue considereremo dapprima cavità “classiche”, con un solo *stem*,

6.1 Le varie fasi del progetto

per poi passare a configurazioni innovative con tre *stem*. Le varie strutture sono state disegnate interamente in AUTOCAD in modo da renderle compatibili con i più moderni programmi di simulazione.

Per ovvie ragioni di simmetria ragioneremo solo su mezza cavità. La condizione di simmetria che imporreemo sul piano mediano è quella di perfetta tangenzialità del campo elettrico.

6.1 Le varie fasi del progetto

Volendo schematizzare la nostra cavità ad un solo *stem*, nel modo più semplice possibile, si può utilizzare un circuito RLC parallelo:

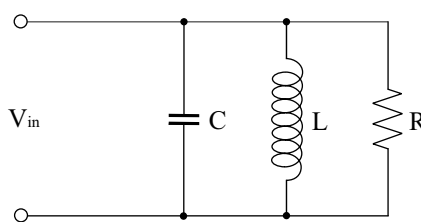


Figura 6.1: Circuito RLC parallelo.

Il contributo capacitivo maggiore è dovuto al *dee*, si noti però che tale capacità è localizzata nelle zone in cui il *dee* si affaccia al *liner*. Nella zona compresa fra i due *dee* non c'è campo elettrico, per ragione di simmetria e perché i due piatti sono connessi galvanicamente tra loro. Possiamo quindi pensare, in prima approssimazione, di associare al *dee* la capacità C .

Lo *stem* può essere visto, invece, come una linea chiusa in corto circuito, di lunghezza minore di $\lambda/4$ e quindi possiamo associarvi l'induttanza L . Non trattandosi di una linea coassiale l'impedenza caratteristica non è valutabile tramite la ben

6.1 Le varie fasi del progetto

nota formula:

$$Z_0 = 60 \ln \frac{b}{a}$$

dove b è il raggio del coassiale esterno e a il raggio di quello interno. Questa formula però ci offre un'importante informazione: l'impedenza caratteristica è proporzionale al rapporto tra raggio esterno e raggio interno. Più precisamente poiché l'impedenza caratteristica è stata definita come:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6.1)$$

dove L e C sono l'induttanza e la capacità per unità di lunghezza, un aumento della capacità comporta una diminuzione dell'impedenza caratteristica. Per far ciò si possono avvicinare i due profili dei conduttori, che in una struttura coassiale vuol dire diminuire il rapporto b/a .

Inoltre, per una linea coassiale, chiusa in cortocircuito, l'induttanza L è:

$$L = Z_0 \tan \beta l$$

Da questa intuiamo che una riduzione della lunghezza dello *stem* e quindi, volendo mantenere costante il gap tra i *dee*, dell'altezza della cavità, provocherà una riduzione dell'induttanza complessiva. Si noti però che così facendo si avvicina il *dee* alla sommità del *liner*, il che comporterà un aumento del contributo capacitivo.

Le perdite, infine, verranno inglobate nella resistenza R .

Dopo questa premessa possiamo inoltrarci nello studio vero e proprio della cavità.

6.1.1 Perché i tre *stem*

Dalle prime simulazioni di cavità, effettuate con la configurazione ad un solo *stem*, schematizzata in figura 6.2, si è ottenuta una frequenza di risonanza nell'intorno di 50 MHz.

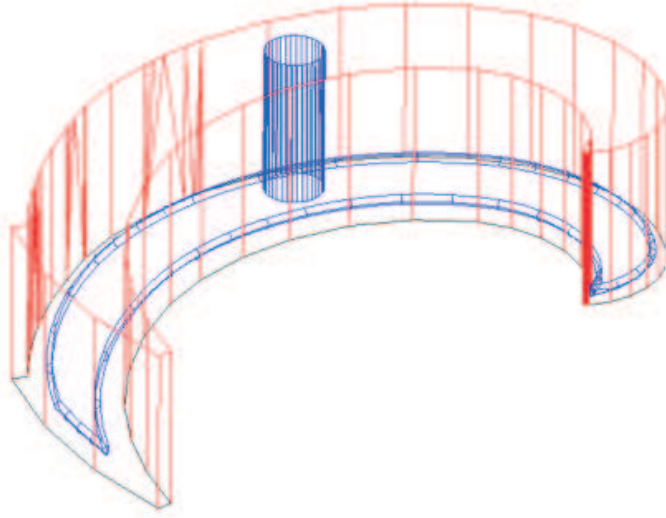


Figura 6.2: Vista della semicavità con un solo *stem*.

Poiché nel semplice circuito RLC, la frequenza di risonanza è:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (6.2)$$

per innalzare questa frequenza, le alternative erano due: ridurre la capacità o ridurre l'induttanza.

Analizziamo in dettaglio come sia possibile effettuare tutto ciò e quali conseguenze queste operazioni comportano:

Riduzione della capacità. Per ridurre la capacità complessiva l'unica operazione possibile è quella di restringere il *dee* allontanandone i bordi dal *liner*. Lo spessore del *dee*, infatti, non può essere modificato per problemi di rigidità meccanica. Questa operazione però non può essere estremizzata in quanto si avrà un aumento del gap *dee-liner* con conseguente aumento del **Transit Time Factor** (TTF). Tale parametro indica il rapporto tra il tempo che impiega la particella per attraversare il gap e il periodo dell'eccitazione RF. In

6.1 Le varie fasi del progetto

teoria si vorrebbe che tale fattore sia molto piccolo, in modo da accelerare la particella nell'intorno in cui il campo elettrico è massimo.

Riduzione dell'induttanza. In questo caso abbiamo più strade da percorrere:

- ridurre la lunghezza dello *stem*, ma, come abbiamo già osservato, tale operazione comporta un aumento della capacità e quindi un effetto complessivo sulla frequenza poco rilevante;
- aumentare il raggio dello *stem* in modo da far diminuire l'impedenza caratteristica ovvero utilizzare *stem* di forma diversa;
- introdurre altri *stem* i quali si comporteranno come delle induttanze poste in parallelo. Ciò implica un abbattimento dell'induttanza complessiva ma possono sopraggiungere problemi di accoppiamento.

Per ridurre l'induttanza complessiva si sono usate tutte e tre le possibilità, passando così da una cavità di 90 cm a una di 80 cm, usando più *stem* di forme diverse. Per evitare fenomeni di accoppiamento gli *stem* sono posti distanti fra loro. Infine, per ridurre la componente capacitiva, si è ristretto il *dee* passando dal “dee iniziale” al *dee* che, d'ora in poi, chiameremo “ridotto” e che ha una larghezza angolare ridotta.

Le simulazioni effettuate ci hanno dato la conferma che le osservazioni fatte erano corrette. Inoltre, per raggiungere la frequenza desiderata, non erano sufficienti due *stem*, si è quindi passati alla configurazione a tre *stem*. A questo punto la semicavità si presentava come in figura 6.3.

Il motivo per cui si sono usati *stem* non di forma cilindrica sta nel fatto che con questa forma si ottengono gli stessi risultati di *stem* ben più grandi. Abbiamo già osservato, infatti, che la diminuzione dell'impedenza caratteristica è tanto più marcata quando più superficie del conduttore interno (*stem*) si affaccia al *liner*. Non volendo utilizzare forme complesse, quelle più semplici che hanno la parvenza di seguire la curvatura del *liner*, sono mostrate, in sezione, in figura 6.4.

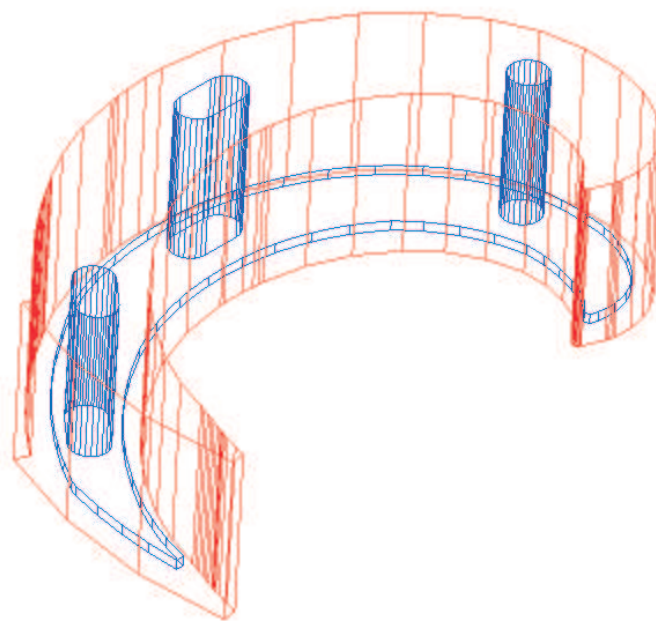


Figura 6.3: Assonometria della semi-cavità superiore.

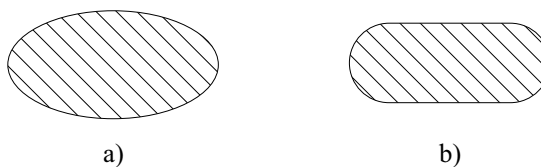


Figura 6.4: Possibili altre sezioni degli *stem*.

6.1.2 Il problema dell'instabilità

Queste modifiche hanno fatto sì che la frequenza di risonanza raggiungesse un valore prossimo ai 90 MHz. Il diagramma del campo elettrico sul piano mediano, però, evidenzia una notevole disuniformità. L'introduzione dei tre *stem*, infatti, ha creato tre circuiti risonanti, l'accoppiamento dei quali non è un'operazione facile. Si può notare dalla prima immagine della figura 6.5, come il campo elettrico sia localizzato prevalentemente nella zona centrale del ciclotrone. Spostando di poco gli *stem* cambia sia la frequenza di risonanza che il diagramma del campo, come mostrato

6.1 Le varie fasi del progetto

nell'immagine di destra.

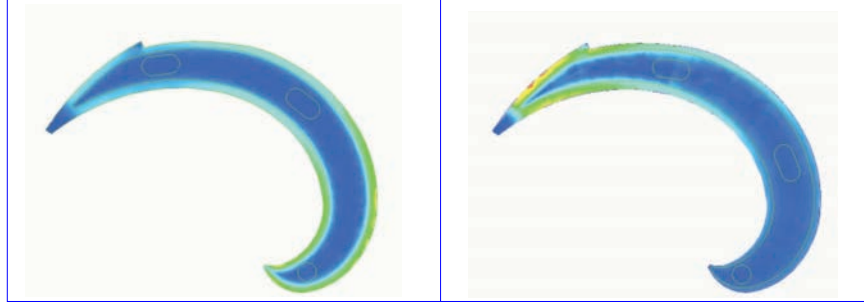


Figura 6.5: Modulo del campo elettrico sul piano mediano.

A questo punto, per analizzare meglio il fenomeno, si è reso necessario l'utilizzo di un modello più semplice. Abbiamo optato per una cavità a pianta rettangolare, anziché a spirale, con gap costante, sempre con tre *stem*. Le dimensioni di questo modello sono state scelte in modo tale che la frequenza di risonanza non si discosti di molto da quella della cavità reale. Si nota, come del resto ci aspettavamo, che in prossimità degli *stem* si ha una diminuzione del valore del campo elettrico, tanto più marcato quanto più grande è lo *stem*. Nonostante si trattasse di una geometria semplice, le simulazioni hanno confermato che il fenomeno dell'instabilità si presenta facilmente, a meno che non si scelga uno *stem* “dominante”. Per dominante si intende uno *stem* che fissi il minimo del campo, mentre gli altri due servono soltanto per diminuire l'induttanza complessiva per il raggiungimento della frequenza di risonanza. In questo modo la cavità sembra essere più equilibrata. Queste considerazioni ci hanno portato alla scelta di uno *stem* centrale di dimensioni maggiori rispetto agli altri due, come si vede in figura 6.6.

Il diagramma del modulo e del vettore campo elettrico sul piano mediano è invece mostrato nelle figure 6.7 e 6.8.

Una particolarità che abbiamo notato è che la configurazione del campo magnetico si discosta da quella tipica di una cavità coassiale, nel senso che il massimo

6.1 Le varie fasi del progetto

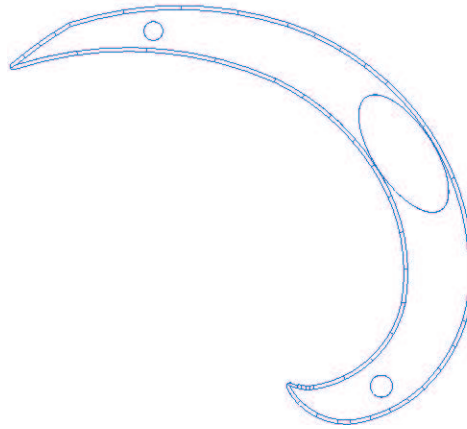


Figura 6.6: Nuovo disegno del *dee* e degli *stem*.

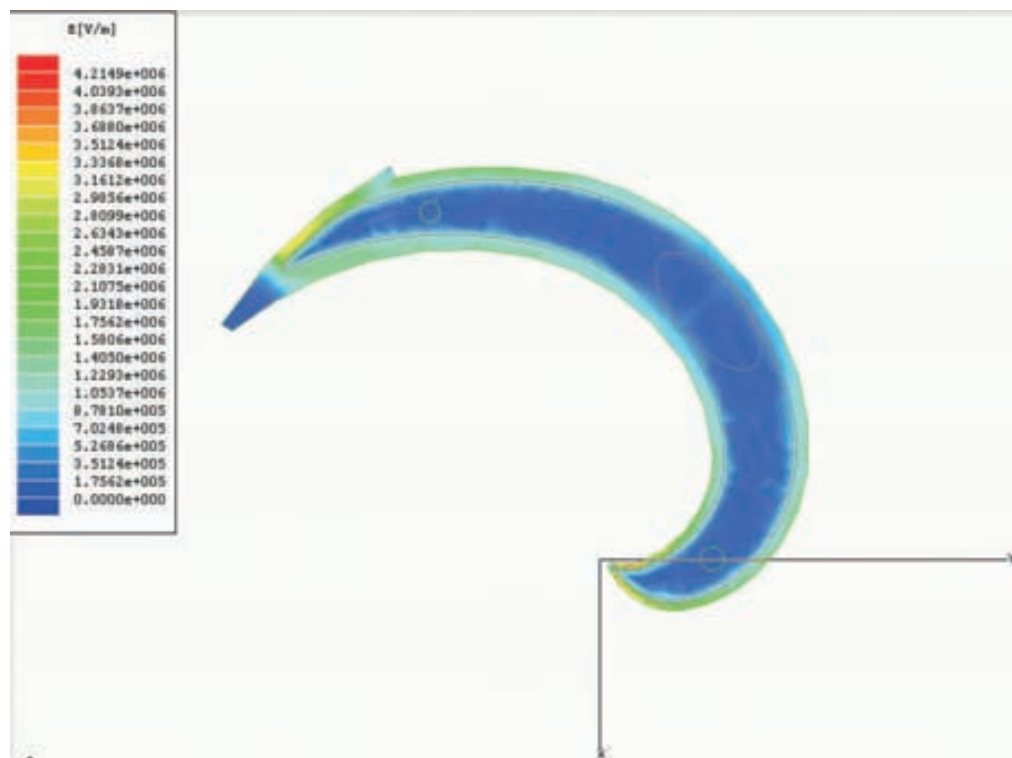


Figura 6.7: Modulo del campo elettrico sul piano mediano.

valore del campo non è localizzato in prossimità del cortocircuito. In figura 6.9 è mostrata una sezione dello *stem* più esterno, la scala dei colori indica la distribuzione

6.1 Le varie fasi del progetto

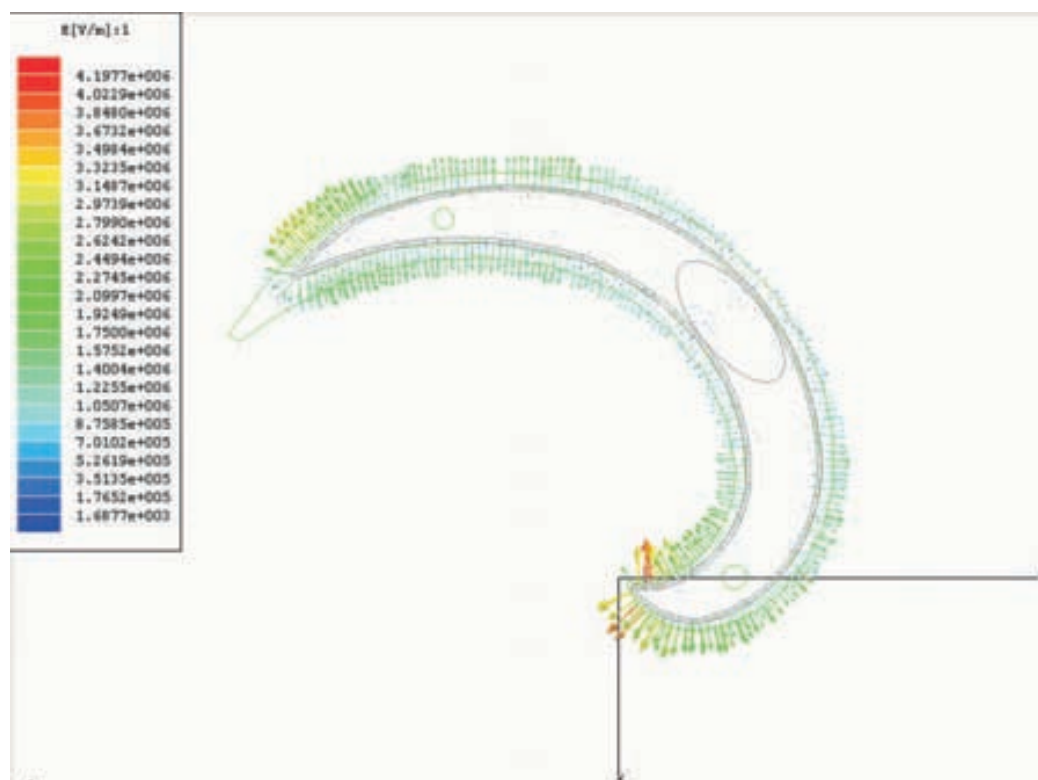


Figura 6.8: Vettore campo elettrico sul piano mediano.

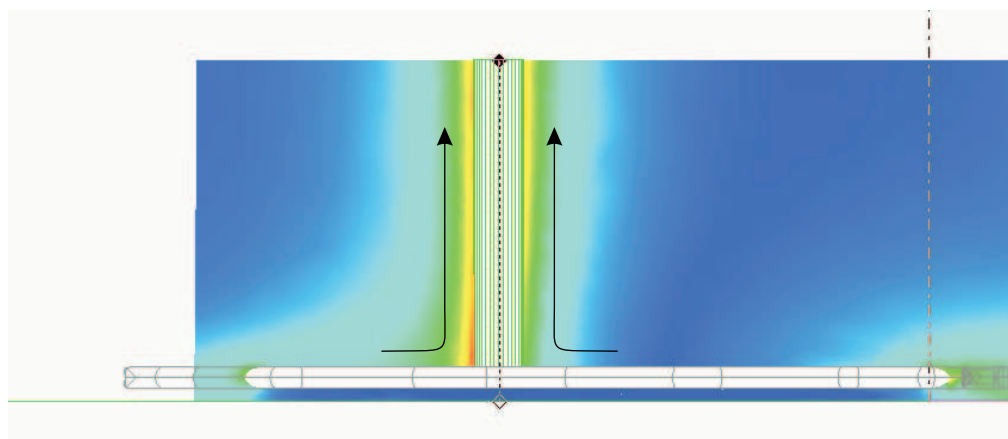


Figura 6.9: Modulo del campo magnetico su una sezione dello *stem* esterno.

6.1 Le varie fasi del progetto

del modulo del campo magnetico e varia dal blu, valore più basso, al rosso; le frecce indicano le correnti. Si noti che il campo magnetico è localizzato, prevalentemente, vicino al *dee*, spostato verso raggi esterni. Questo fenomeno può essere dovuto alle grandi densità correnti che fluiscono dalla parte del *dee* che si trova oltre lo *stem* che causa addensamenti di campo magnetico. Il fatto che il campo si trovi localizzato solo da un lato è dovuto alle grandi dimensioni dello *stem* centrale, nel quale la densità di corrente è di gran lunga più bassa che nello *stem* esterno e quindi non causa addensamenti di campo. La figura 6.10 mostra la densità di corrente normalizzata sul *dee*. Il colore rosso indica il livello più alto mentre il blu il più basso.

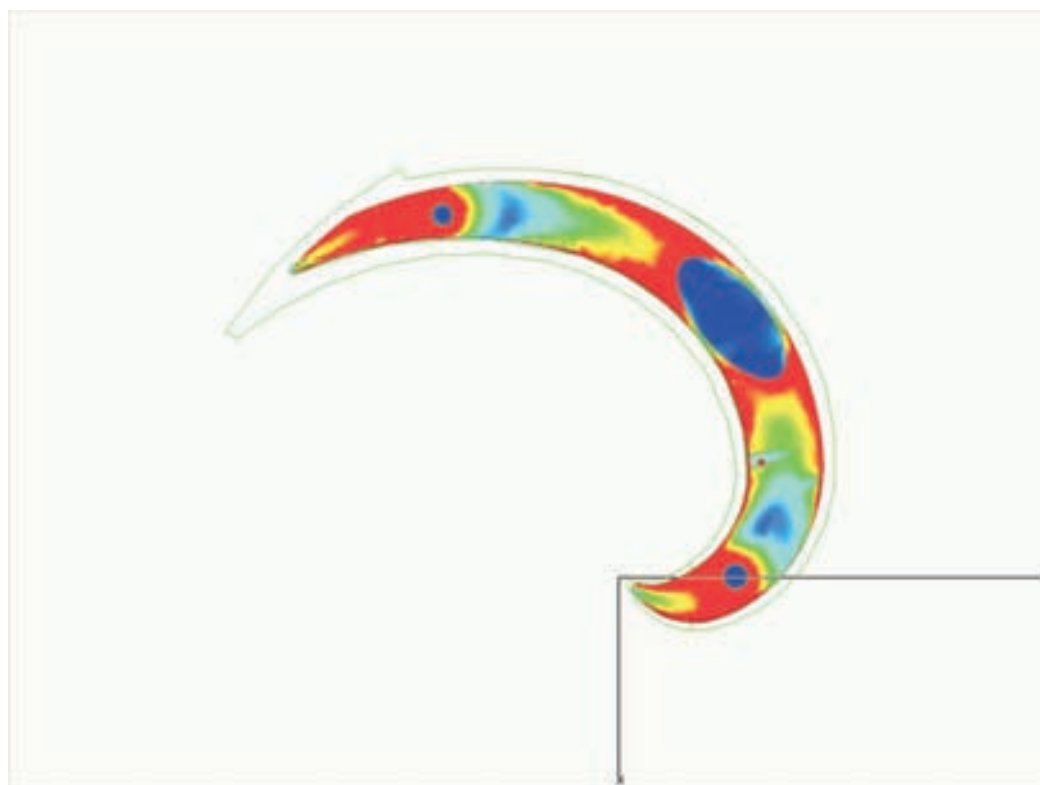


Figura 6.10: Modulo della densità di corrente superficiale sul *dee*.

6.1 Le varie fasi del progetto

6.1.3 La dissipazione di potenza e la curva di potenziale

Definite le dimensioni della cavità che ci permettono di lavorare nell'intorno della frequenza di risonanza richiesta, ci siamo preoccupati di valutare la potenza dissipata e il fattore di qualità. Per questa parte dello studio era necessario conoscere i valori di campo assoluti presenti all'interno della cavità e da questi è stata valutata la curva di potenziale al variare del raggio. La potenza dissipata, infatti, sarà calcolata per una tensione di picco al raggio di estrazione di 120 KV. Per tracciare tale curva occorre valutare il potenziale integrando il campo elettrico lungo le traiettorie delle particelle, al variare del raggio delle traiettorie stesse. La macro utilizzata è riportata nell'appendice A.

La curva di potenziale ottenuta, normalizzata per avere all'estrazione la tensione richiesta, è riportata in figura 6.11. Si noti che in concomitanza dello *stem* centrale

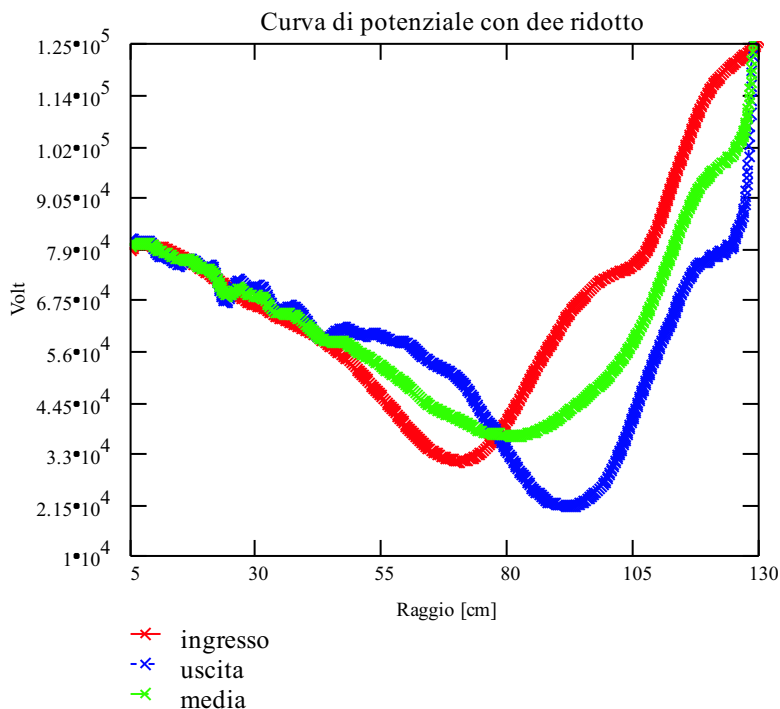


Figura 6.11: Curva di potenziale al variare del raggio.

6.1 Le varie fasi del progetto

si ha il minimo del campo elettrico. La curva in verde è la media interpolata della curva in ingresso (in rosso) e di quella in uscita (in blu). In pratica la curva di potenziale è quella di una cavità con un singolo *stem*, in compenso la risonanza, che a noi interessa, si presenta a una frequenza altrimenti irraggiungibile con una configurazione a singolo *stem*.

A questo punto non rimane che calcolare la potenza dissipata nei conduttori, usando una macro, tramite la formula:

$$\langle P_d \rangle = R_s \int_{\Sigma_p} \left(\hat{n} \times \vec{H} \right) \cdot \left(\hat{n} \times \vec{H} \right)^* d\Sigma_p \quad (6.3)$$

dove R_s è la resistenza superficiale.

L'unico problema è che i valori del campo magnetico calcolati non sono attendibili a causa della bassa convergenza della soluzione. Questa macro è stata testata con successo su cavità in cui il rapporto tra la massima dimensione e la lunghezza d'onda era più piccolo che nel caso del ciclotrone. Utilizzando questa macro per le cavità oggetto del nostro studio, invece, si arrivava a risultati del tutto inattendibili. Pertanto abbiamo cercato un'altra via che ci permettesse, utilizzando i dati certi in nostro possesso, di raggiungere la soluzione del problema. L'idea che abbiamo seguito è stata quella di utilizzare il valore del fattore di qualità calcolato dal simulatore con il metodo degli autovalori. Ogni qual volta nel problema è presente un conduttore che non è perfetto, il modulo degli autovalori fornisce la frequenza di risonanza come numero complesso (parte reale e parte immaginaria) e da questo estrapola il fattore di qualità Q . Il calcolo di Q risulta attendibile poiché la frequenza è la prima grandezza che converge, seguita dal campo elettrico. Dopo alcune iterazioni possiamo anche valutare, con discreta accuratezza, l'energia, mediata in un periodo, immagazzinata nella cavità mediante la formula:

$$\langle W \rangle = 2\langle W_e \rangle = \frac{1}{2} \epsilon \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}^* dV \quad (6.4)$$

6.2 Risultati delle simulazioni

dove $\langle W_e \rangle$ è l'energia, mediata in un periodo, immagazzinata dal campo elettrico. Dopo poche iterazioni, il campo elettrico è attendibile e quindi anche l'energia ad esso associata.

A questo punto dalla formula inversa del fattore di qualità si trova la potenza dissipata:

$$\langle P_d \rangle = \omega \frac{\langle W \rangle}{Q} \quad (6.5)$$

Questo procedimento può essere tutto inglobato in una macro e fornisce risultati abbastanza attendibili. La non perfetta congruenza tra i risultati ottenuti con questo metodo e, dove possibile, quelli ottenuti dallo studio teorico, è dovuta al fattore di qualità. Abbiamo infatti osservato che il valore del Q è più basso di quello atteso ma vi tende all'aumentare delle iterazioni.

I risultati sul valore del fattore di qualità e sulla potenza dissipata concordano con le simulazioni fatte utilizzando M.A.F.I.A. (MAxwell Finite Integration Algorithm) della CST [24], che è senza dubbio un simulatore più snello. Esso infatti sfrutta una mesh a cubetti che approssima male le curve, soprattutto quelle strette, ma garantisce una veloce convergenza dei campi. Il metodo utilizzato per la risoluzione del problema è stato pensato apposta per questo tipo di mesh ed è detto FIM (Finite Integration Method).

6.2 Risultati delle simulazioni

Alla luce delle considerazioni fin qui esposte, saranno elencate le caratteristiche finali della cavità, utilizzando il *dee* ridotto e quello iniziale. È bene comunque puntualizzare che in un primo momento il “dee iniziale” era stato abbandonato perché con esso la frequenza di risonanza pareva irraggiungibile. Con l'ultima configurazione degli *stem*, però, si è riusciti a far risalire la frequenza di risonanza a valori accettabili.

6.2 Risultati delle simulazioni

6.2.1 Simulazioni con il “dee ridotto”

Parte dei grafici relativi a questa configurazione è stata già riportata precedentemente nelle figure 6.7, 6.8, 6.10, 6.11, in ogni caso per comodità saranno raggruppati nella figura 6.12.

I risultati derivanti dalla simulazione, con questa configurazione, sono riportati nella tabella 6.2:

f_0	92.4 Mhz
Q	8000 $\div$ 10000
P_d	30 $\div$ 37 KW
V_{estr}	120 KV

Tabella 6.2

Nella figura 6.12, invece, sono riportati i diagrammi più importanti.

Le considerazioni su questi grafici sono già state enunciate in precedenza, passiamo pertanto all'altra configurazione.

6.2.2 Simulazioni con il “dee iniziale”

I parametri fondamentali, trovati dopo alcune ottimizzazioni, sono riassunti nella tabella seguente:

f_0	85 Mhz
Q	8000 $\div$ 10000
P_d	21.4 $\div$ 27 KW
V_{estr}	120 KV

Tabella 6.3

La frequenza di risonanza è più bassa di quella richiesta ma recuperare questo gap non sarà molto difficile. In questo caso infatti il *dee* deve essere ancora smussato,

6.2 Risultati delle simulazioni

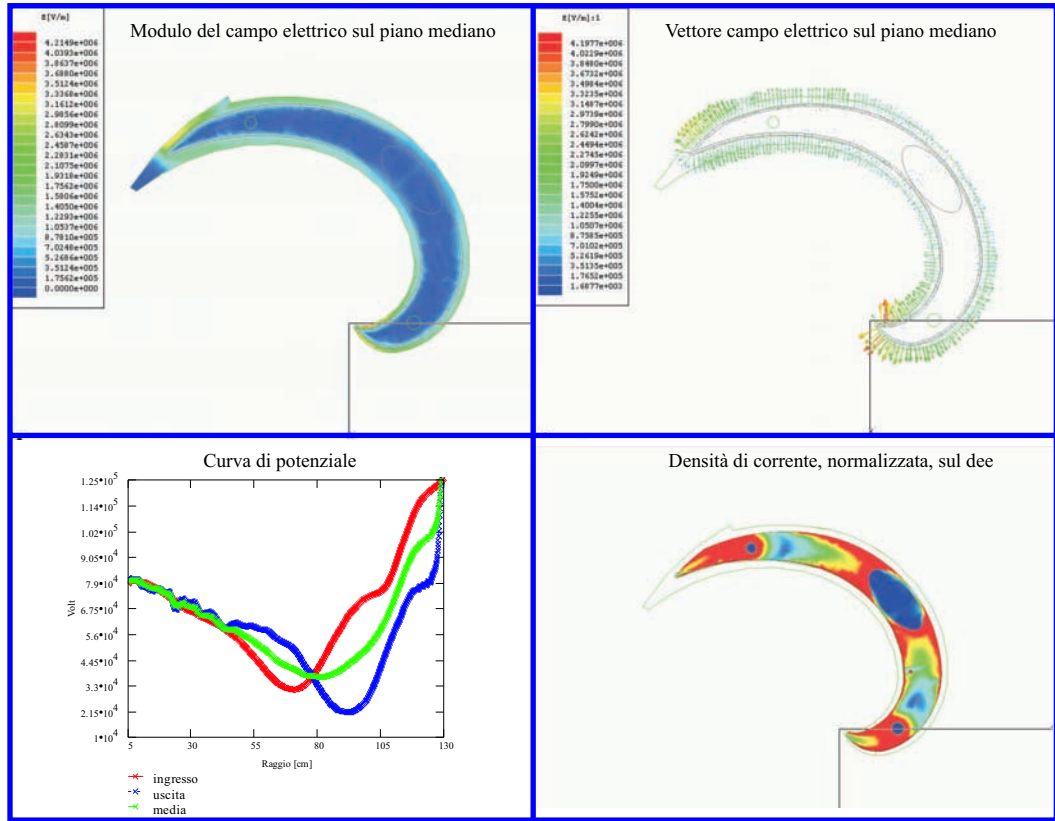


Figura 6.12: Diagrammi relativi al “dee ridotto”.

il che ridurrà la capacità, e poi si può aumentare il raggio dello *stem* esterno e di quello interno.

Il fattore di qualità è stato valutato con un’imprecisione piuttosto ampia, varia da 8000 a 10000, a causa dei problemi di convergenza già menzionati. Conseguentemente ciò si ripercuote sulla stima della potenza dissipata. Si noti che tale potenza è riferita ad una sola delle quattro cavità.

Nella figura 6.12 sono mostrati tutti i grafici inerenti a questa configurazione. Il diagramma del modulo del campo elettrico sul piano mediano mostra un forte addensamento in prossimità della zona di estrazione che non era presente nella precedente configurazione.

6.2 Risultati delle simulazioni

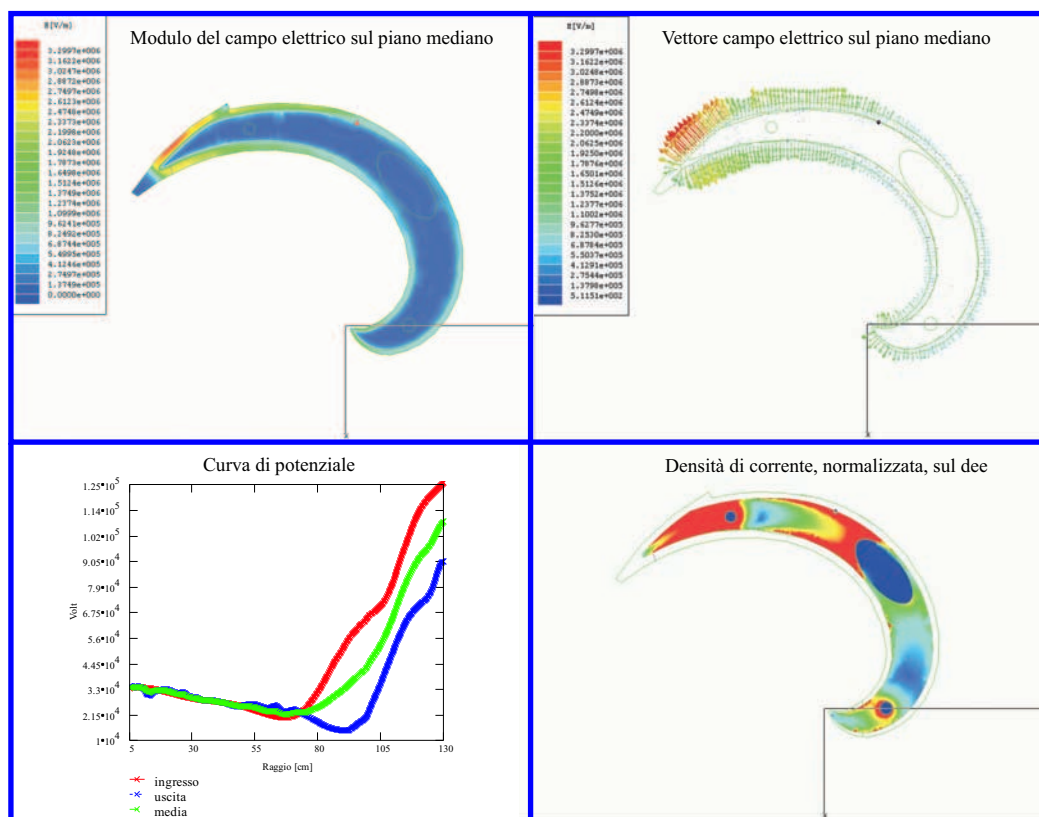


Figura 6.13: Diagrammi relativi al “dee iniziale”.

La tensione di estrazione è quella richiesta, quella di iniezione dovrebbe essere un po' più alta, intorno a 60 KV. La curva di potenziale, mostrata in figura 6.13, ha un ottimo andamento, è praticamente sempre monotona. Un tale andamento così ripido si paga in termini di distribuzione uniforme di corrente sul *dee*.

Si noti che si ha un addensamento sullo *stem* esterno, che potrebbe essere un problema se la densità di potenza dissipata fosse troppo elevata.

6.3 Conclusioni e sviluppi futuri

Dalle simulazioni effettuate è emerso che la configurazione con il “dee iniziale” ha delle ottime prestazioni un termini di potenza totale dissipata. Tuttavia tale potenza non viene dissipata uniformemente, il che potrebbe non permettere il raffreddamento di alcune parti della cavita, soprattutto in prossimità dello *stem* esterno. Per ciò che concerne la frequenza di risonanza, essa è leggermente più bassa di quella richiesta ma esistono ampi margini di ottimizzazione. Un pregio di questa configurazione è quello di avere un ottimo andamento della curva di potenziale.

La configurazione con “dee ridotto” ha una frequenza di risonanza più vicina a quella richiesta ma presenta un consumo eccessivo di potenza. In questa configurazione la densità di potenza è distribuita in modo più uniforme, il che fa pensare a uno studio termodinamico più semplice per il raffreddamento della cavità. La curva di potenziale è comunque accettabile.

Per migliorare ulteriormente le prestazioni si è visto che è possibile agire sui seguenti parametri:

- la dimensione e la forma degli *stem*;
- la larghezza del *dee*;
- l'altezza e la forma del *liner*.

L'esperienza scaturita dal nostro lavoro ci consiglia di prestare attenzione alla dimensione degli *stem* in quanto potrebbero sopraggiungere problemi di squilibrio della configurazione dei campi. La configurazione con un grande *stem* centrale limita comunque tale fenomeno.

Variando la larghezza del *dee* si possono ottenere piccoli aggiustamenti sulla frequenza di risonanza nonché sulla curva di potenziale.

6.3 Conclusioni e sviluppi futuri

Per ciò che concerne l'altezza e la forma del *liner* si deve notare che queste sono vincolate dalla forma del magnete ma, sagomando opportunamente il liner, si potranno ridurre le perdite in prossimità dei “cortocircuiti”.

Sulla base delle indicazioni fornite dal presente studio possiamo concludere che c'è margine per una ottimizzazione della cavità ma che richiede un lungo lavoro di simulazione. A tal fine è auspicabile l'uso di ulteriori simulatori che permettano un accurato e diretto calcolo della densità di potenza. In particolare, nell'immediato futuro, l'utilizzo della versione 9 di H.F.S.S. e di Microwave Studio della CST dovrebbe permettere una più celere ed affidabile simulazione della cavità definitiva.

Appendice A

Macro utilizzate

Il simulatore H.F.S.S. permette di realizzare delle macro in modo da poter calcolare funzioni, grandezze o diagrammi non accessibili direttamente dal post-processore. La versione che abbiamo utilizzato si poggia su un codice specifico [23], riportiamo le routine più importanti nello sviluppo di questo progetto.

A.1 Calcoli di differenze di potenziale

Le macro utilizzate sono due: la prima si occupa di calcolare la differenza di potenziale su una generica linea, la seconda su più linee. Entrambe utilizzano la formula

$$V = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}, \text{ in cui } l \text{ è la linea considerata.}$$

A.1.1 Potenziale su una linea

Questa macro calcola la differenza di potenziale ai capi di una linea già disegnata.

```
Assign linea GetString "Inserisci il nome della linea su cui  
calcolare la d.d.p.:"  
ShowCalc
```

A.1 Calcoli di differenze di potenziale

```
Enter "E"  
Real  
EnterLine linea  
TangentComponent  
Integrate  
Evaluate
```

A.1.2 Potenziale su più linee

Lo scopo di questa macro è quello di calcolare la differenza di potenziale su più linee. I vertici di queste devono trovarsi su un file, di cui è necessario specificare il nome, e i risultati saranno salvati su un altro file, sulla stessa directory del file sorgente. È necessario, inoltre, inserire il numero di linee su cui effettuare i calcoli. Tale macro ci è stata utile per tracciare la curva di potenziale, le linee erano le traiettorie delle particelle.

```
Assign Path GetString "Inserisci il percorso in cui si trovano i  
file sorgente:"  
Assign FileID ImportDatabase StrConCat Path GetString "Inserisci  
il nome del database in cui sono presenti i punti:"  
Assign numeroRighe GetLong "Inserisci il numero di righe del  
database:"  
NewDatabase 1 "risultati"  
Assign DBPointerIN 0  
Assign DBPointerOUT 0  
Assign ripetizioni numeroRighe  
repeat ripetizioni  
Assign nome StrConCat "linea" DBPointerIN Assign x1
```

A.1 Calcoli di differenze di potenziale

```
DatabaseGetField FileID DbPointerIN 0
Assign y1 DatabaseGetField FileID DbPointerIN 1
Assign z1 DatabaseGetField FileID DbPointerIN 2
Assign x2 DatabaseGetField FileID DbPointerIN 3
Assign y2 DatabaseGetField FileID DbPointerIN 4
Assign z2 DatabaseGetField FileID DbPointerIN 5
Assign vert1 pos3 x1 y1 z1
Assign vert2 pos3 x2 y2 z2
editPline nome
AddVert vert1
AddVert vert2
EndPline 0
ShowCalc
Enter "E"
EnterScalar 0
AtPhase
EnterLine nome
Tangent
Dot
EnterLine nome
Integrate
Evaluate
Assign ris GetTopEntryValue
DatabaseAddRow "risultati" DatabaseSetField "risultati"
DbPointerOUT 0 ris
clear
deleteline nome
```

A.2 Calcoli di energia

```
# incremento i puntatori
Assign DbPointerIN add DbPointerIN 1
Assign DbPointerOUT add DbPointerOUT 1
end
Assign FileEx StrConcat Path GetString "Inserisci il nome del
database su cui esportare i punti:"
ExportDataBase "risultati" FileEx "yes"
DeleteDatabase "risultati"
```

A.2 Calcoli di energia

Le seguenti macro calcolano l'energia immagazzinata nella cavità, mediata in un periodo, dal campo elettrico e dal campo magnetico. Sebbene queste energie debbano, naturalmente, coincidere, il confronto tra le due è un indicatore della convergenza della soluzione. L'energia totale è, come sappiamo, il doppio di una delle due.

A.2.1 Energia immagazzinata dal campo elettrico

Il calcolo dell'energia immagazzinata dal campo elettrico può svolgersi con la seguente macro che utilizza la formula: $\langle W_e \rangle = \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}^* dV$, in cui V è il volume che definisce la cavità.

```
Assign volume GetString "Inserisci il solido che definisce la
cavità:"
ShowCalc
Enter "E"
Push
Conj
```

A.2 Calcoli di energia

Dot

Real

EnterVolume volume

Integrate

EnterScalar 8.854187827E-012

EnterScalar 0.5

*

*

Evaluate

A.2.2 Energia immagazzinata dal campo magnetico

Il calcolo dell'energia immagazzinata dal campo magnetico viene effettuato dalla funzione che segue. È necessario inserire il nome del solido, di volume V , che definisce la cavità e la formula utilizzata è: $\langle W_h \rangle = \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* dV$.

Assign volume GetString "Inserisci il solido che definisce la
cavità:"

ShowCalc

Enter "H"

Push

Conj

Dot

Real

EnterVolume volume

Integrate

EnterScalar 1.25663706144E-006

EnterScalar 0.5

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

*

*

Evaluate

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

Le macro di seguito riportate servono a valutare la potenza dissipata, a fare un plot di questa e a valutare il fattore di qualità.

A.3.1 Calcolo della potenza dissipata

Questa è la macro che calcola la potenza dissipata come:

$$\langle P_d \rangle = R_s \int_{\Sigma_p} \left(\hat{n} \times \vec{H} \right) \cdot \left(\hat{n} \times \vec{H} \right)^* d\Sigma_p$$

in cui Σ_p è la superficie dei conduttori. Prima di avviarla occorre definire una lista di facce (faces-list) su cui effettuare i calcoli.

```
Assign faces GetString "Inserisci il nome della faces-list su cui  
calcolare la potenza dissipata:"
```

```
ShowCalc
```

```
Clear
```

```
Enter "H"
```

```
EnterSurface faces
```

```
Normal
```

```
Cross
```

```
Push
```

```
Conj
```

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

```
Dot
Real
EnterSurface faces
Integrate
EnterScalar 0.5
EnterScalar 3.14159265358979
EnterFrequency
*
EnterScalar 1.25663706144E-006
*
EnterScalar 58000000
/
Sqrt
*
*
Evaluate
```

A.3.2 Plot della potenza dissipata

Questa macro è identica alla precedente, con la particolarità che effettua il plot della potenza sulle facce della faces-list.

```
Assign faces GetString "Inserisci il nome della faces-list su cui
visualizzare la potenza dissipata:"
ShowCalc
Clear
Enter "H"
EnterSurface faces
```

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

```
Normal
Cross
Push
Conj
Dot
Real
EnterScalar 0.5
EnterScalar 3.14159265358979
EnterFrequency
*
EnterScalar 1.25663706144E-006
*
EnterScalar 58000000
/
Sqrt
*
*
EnterSurface faces
Plot
```

A.3.3 Calcolo del fattore di qualità

Questa macro calcola il fattore di qualità unloaded, per una cavità avente facce appartenenti a una faces-list già definita, come:

$$Q = \frac{2 \langle W_h \rangle}{\langle P_d \rangle}$$

```
Assign facesGetString "Inserisci il nome della faces-list su cui
calcolare la potenza dissipata:"
```

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

Assign volume

GetString

"Inserisci il nome del solido che definisce la cavità:"

ShowCalc

Enter "H"

Push

Conj

Dot

Real

EnterVolume volume

Integrate

Push

EnterScalar 0

*

Enter "H"

EnterSurface faces

Normal

Cross

Push

Conj

Dot

Real

EnterSurface faces

Integrate

EnterScalar 2

EnterScalar 3.14159265358979

EnterFrequency

A.3 Calcoli di potenza e fattore di qualità

*

EnterScalar

1.25663706144E-006

*

EnterScalar 1

*

EnterScalar 5.8E7

*

Sqrt

*

1/

*

+

/

Evaluate

Appendice B

Modello semplificato di una cavità

Il modello che verrà descritto, si fonda sulle considerazioni svolte nello studio di cavità a $\lambda/4$ e $\lambda/2$ ed è stato sviluppato dall'Ing. Marco Di Giacomo con l'ausilio delle formule del Dott. Jozef Sura.

È importante precisare quali sono i parametri di ingresso e quali quelli d'uscita:

Parametri d'ingresso : i diametri dei conduttori interno ed esterno (d e D), la frequenza di risonanza (f_0); la capacità (C), il diametro (D_e), l'altezza (L_1) e la tensione (V_0) a cui deve trovarsi l'elettrodo;

Parametri d'uscita : lunghezza della cavità (L), potenza dissipata (P_{tot}), fattore di qualità (Q) e resistenza di shunt (R_{shunt}).

Descriveremo la logica di funzionamento del modello, che come già detto, è estremamente versatile e abbastanza preciso.

Dopo aver definito le costanti (ϵ_0 , μ_0 , σ , ecc.) e parametri d'ingresso, si possono subito calcolare la pulsazione di risonanza ω_0 , la lunghezza d'onda λ , la costante di fase β e l'impedenza caratteristica dell'elettrodo e del coassiale.

A questo punto si considerano quattro sezioni: la prima è la capacità caricante, in cui la tensione è costante e pari a V_0 , la reattanza è $X_0 = 1/\omega C$ e quindi si trova

subito la corrente che entra nella sezione successiva, I_0 .

Nella seconda sezione, che modella l'elettrodo vero e proprio, utilizzando le formule delle linee poste in cascata si determina la tensione V_1 , la corrente I_1 e la reattanza X_1 che vede la sezione successiva. Si possono determinare inoltre la potenza dissipata, nonché quella reattiva (immagazzinata).

Stessa cosa per la terza sezione, che modella il coassiale interno, nella quale però, noto il prodotto $\beta L = \arctan(-X_1/Z_{02})$, si può determinare la lunghezza dell'intera cavità, L .

Infine c'è il corto circuito in cui si determina la potenza dissipata in esso.

La potenza dissipata dall'intera cavità sarà la somma delle potenze delle varie sezioni, idem per quella reattiva. Si può quindi calcolare il fattore di qualità e la resistenza di shunt $R_s = \frac{V_0^2}{2P_{tot}}$

Nel caso di una cavità a $\lambda/2$, basta pensarla come due $\lambda/4$ affacciate, l'unica correzione al modello sarà quella di raddoppiare la lunghezza della cavità e, visto che l'elettrodo è assente, di azzerarne l'altezza L e la capacità C .

Appendice C

Approfondimento sul simulatore H.F.S.S.

Il simulatore elettromagnetico H.F.S.S. utilizzato nelle simulazioni del presente lavoro di tesi è la versione 8.5. Al momento, infatti, è già disponibile la versione 9.0 che risulta completamente rivoluzionata, almeno dal punto di vista dell'interfaccia, rispetto alla precedente versione. La breve trattazione che segue serve da guida all'impostazione di un generico problema elettromagnetico riguardante strutture chiuse, in particolare cavità risonanti e guide d'onda.

Impostazione di un problema elettromagnetico

La schermata iniziale del simulatore presenta una serie di pulsanti che impongono la successione delle operazioni da svolgere per la corretta impostazione del problema. Innanzitutto occorre scegliere il metodo da utilizzare per il raggiungimento della soluzione, in particolare vi sono due possibilità: *driven solution* e *eigenmode solution*. Il primo metodo può essere utilizzato per lo studio di antenne ma anche per guide d'onda e cavità; in questo caso, però, è necessario definire una “porta” dalla

quale viene eccitato il campo elettromagnetico all'interno della struttura. Il secondo metodo, detto degli autovalori, presuppone l'esistenza di una struttura chiusa e calcola tutti i modi esistenti all'interno della struttura stessa. Questo è il metodo più consono per lo studio di cavità risonanti, ci limiteremo brevemente a descriverlo.

Una volta scelto il metodo di risoluzione è necessario definire la geometria della struttura che si intende studiare. Per far ciò occorre entrare nel *modeler 3D*, a cui si accede dal pulsante "*draw*". Purtroppo il modulo grafico non è dei più completi, non si possono realizzare, per esempio, nè solidi complessi, nè smussi, nè raccordi. In compenso è possibile importare file di AUTOCAD sebbene questa operazione non sia priva di inconvenienti; molte volte, infatti, il simulatore non riesce a fare la *mesh* su strutture importate. La struttura viene automaticamente circondata dal *background*, le cui superfici sono costituite da conduttore elettrico perfetto.

Il passo successivo è quello di definire i materiali, dei solidi già disegnati, dal menu "*setup materials*". È bene ricordare che il materiale da definire è quello che riempie il solido in questione. D'altro canto le linee e le superfici definite non compaiono in questo menu perché non hanno la terza dimensione.

A questo punto occorre definire le condizioni al contorno e le eventuali sorgenti dal menu "*setup boundaries/sources*". Qui è possibile imporre condizioni di simmetria o di perfetta conduttività su alcuni piani. È fondamentale ricordare che tutti i solidi che si affacciano al *background* avranno, per default, superfici di materiale conduttore perfetto. Inoltre se su una superficie sono definite due condizioni, la seconda sovrascrive la prima. Infine è bene precisare che i piani di simmetria devono essere tali sia dal punto di vista meccanico che elettrico. Imporre ad un piano una condizione di simmetria errata compromette, naturalmente, il risultato della simulazione. D'altro canto una corretta definizione delle simmetrie permette di studiare solo una parte della struttura e di escludere a priori determinati modi che non interessano.

Accedendo al menu “*setup solution*” è possibile modificare i parametri della *mesh*. Si può per esempio decidere se avere una mesh adattativa e/o di rifinirla solo su alcune superfici. È anche possibile stabilire il numero di iterazioni da svolgere, l'errore accettabile e il numero di modi da studiare. A questo punto non resta che dare il via alla simulazione.

I risultati della simulazione sono visibili o dal pulsante “*Eigen Modes*”, se interessano solo la frequenza o il fattore di qualità, ovvero dal *post-processor*, a cui si accede dall'omonimo pulsante. Nel post-processore è possibile visualizzare i campi per ciascun modo ed eseguire macro per il calcolo di parametri non direttamente accessibili dall'interfaccia del simulatore.

Questa brevissima descrizione può essere utile solo per stabilire un'eventuale sequenzialità delle operazioni da svolgere, per eventuali approfondimenti occorre utilizzare il manuale.

Bibliografia

- [1] **S. Barbarino:** *Appunti di Campi Elettromagnetici*.
- [2] **S. Barbarino:** *Appunti di Microonde*.
- [3] **Livingood:** *Principles of cyclic particle accelerators*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey.
- [4] **David Pozar:** *Microwave Engineering*, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [5] **P. Mandrillon:** *Cyclotrons in radioterapy*.
- [6] **M. Puglisi:** *Conventional RF cavity design*.
- [7] **J. Sura:** *A simple model of the CS RF-system*, settembre 1991.
- [8] **U. Amaldi:** *Nuclear Physics A654* , 1999 375c-379c.
- [9] **U. Amaldi:** *Phys. Med*, VOL XVII, Supplement 1, 2001.
- [10] **M.Benedikit, C. Carli:** *Optical design of beam delivery system using a rotator*, CERN/PS 96-41 (DI), CERN, (1996).
- [11] **M.Benedikit:** NIM A 430 (1999) pagg. 534-541.
- [12] **D. E. Bonnett:** Phys. Med. Biol. 38 (1993) 1371.

BIBLIOGRAFIA

- [13] **E.J. Hall:** *Radiobiology for the Radiologist*, second edition 1978 HARPER & ROW, publishers. PHILADELPHIA.
- [14] **N.Kanematsu et al.:** Med. Phys. 29 (2002). 2823-2829.
- [15] **G. Kraft:** Phisica Medica-Vol.XVII, Supplement1, 2001.
- [16] **U. Linz:** *Ion Beams in Tumor Therapy*, ed U. Linz, Chapman & Hall (1995), pag 15.
- [17] **F. Marchetto,** *Introduzione alle radiazioni ionizzanti*, INFN-Sezione di Torino-CESEDI Novembre 2001.
- [18] **E. Pedroni EPAC 94:** World Scientific Publishing Co. (1994), pag. 407.
- [19] **K. Prelec:** FIZIKA B6 (1997) 4, 177-206.
- [20] **M. Regler et al.:** CERN accelerator school, Sevilla, Spagna, Ottobre 2001.
- [21] **J.I.M. Botman e H.L. Hagedoorn :** *Extraction from cyclotrons*, Eindhoven Unuversity of tecnology, Cyclotron Laboratory, Eindhoven, Olanda.
- [22] **P. Heikkinen:** *Injection and Extration for cyclotrons*, University of Jyväskylä, Accelerator Laboratory, Jyväskylä, Finlandia.
- [23] **Ansoft:** *Introduction to the Ansoft Macro Language* www.ansoft.com.
- [24] **CST:** *Computer Simulation Technology*, www.cst.de.
- [25] **HP:** *Hewlett Packard*, www.agilent.it.

Ringraziamenti

Ringrazio innanzitutto il Prof. Sebastiano Barbarino che, con la sua professionalità e umanità, ha saputo indirizzarmi ad una tesi così stimolante. Il Dott. Calabretta che mi ha permesso di svolgerla dispensandomi preziosi consigli.

Ringrazio tutti coloro che mi hanno seguito in questi mesi di lavoro: l'Ing. Gino Sorbello, che stimo sia per la sua cultura che per la sua disponibilità, il Dott. Mario Maggiore, per i suoi consigli e la sua amicizia, il Sig. Antonio Caruso, mia guida nelle misure in laboratorio e profondo conoscitore dei problemi pratici in radiofrequenza, e l'Ing. Marco Di Giacomo, da cui ho cercato di attingere un po' delle sue conoscenze sulle cavità.

Ringrazio ancora tutte le splendide persone che ho conosciuto in questi mesi di lavoro ai LNS.

Ringrazio, inoltre, i miei amici-colleghi che ho avuto la fortuna di conoscere e che mi hanno fatto crescere molto dal punto di vista culturale nonché umano.

Ringrazio la mia famiglia, in particolare i miei genitori e mia sorella, e Carla per il loro costante e fondamentale sostegno durante tutto il cammino universitario.