

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CATANIA

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONIMIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN FISICA

ROSSELLA PAMELA DI GIUGNO

**CARATTERIZZAZIONE DI PLASMI OVERDENSE
TRAMITE LANGMUIR PROBE E SPETTROSCOPIA X**

TESI DI LAUREA

Relatore:

Chiar.mo Prof. Giuseppe Russo

Correlatori:

Santo Gammino

David Mascali

ANNO ACCADEMICO 2011-2012

*“Per avanzare nella conoscenza bisogna essere umili
e ammettere di non sapere.
Non esiste nulla di certo o di provato oltre ogni dubbio.
Si indaga per curiosità, per cercare ciò che è sconosciuto,
e non perché se ne conosce la risposta.”*

R. Feynman

Contenuti

CAPITOLO 1. PROPRIETÀ GENERALI DEI PLASMI.....	3
1.1 DEFINIZIONE DI PLASMA	3
1.2 SCHERMO DI DEBYE	4
1.3 PARAMETRI DI PLASMA	6
1.4 COLLISIONI DI PLASMA	7
1.4.1 Collisioni di Spitzer.....	8
1.4.2 La frequenza delle collisioni	10
1.4.3 Le collisioni ionizzanti	12
1.5 PROCESSI DI RICOMBINAZIONE	15
1.6 MOTO DI UNA PARTICELLA CARICA IN UN CAMPO MAGNETICO	16
1.7 MOTI DI DRIFT	21
1.8 PRINCIPALI CONFIGURAZIONI MAGNETICHE	24
1.9 IL PLASMA E LA MECCANICA DEI FLUIDI.....	25
1.9.1 Equilibrio MHD	26
1.10 LA DIFFUSIONE NEI PLASMI	27
CAPITOLO 2. PROPAGAZIONE DI ONDE IN UN PLASMA.....	31
2.1 ONDE ELETTROSTATICHE IN UN PLASMA	31
2.1.1 Oscillazioni di Plasma	31
2.1.2 Onde ioniche	34
2.2 ONDE ELETTROMAGNETICHE IN UN PLASMA MAGNETIZZATO	34
2.2.1 Propagazione di onde piane in un magneto-plasma.....	38
2.2.2 Densità di cut-off.....	43
2.2.3 Analisi delle risonanze e dei cut-off: il diagramma CMA.....	45
2.3 IL RISCALDAMENTO ECR.....	47
2.3.1 Riscaldamento ECR in presenza di un gradiente di campo magnetico.....	50
2.4 IL RISCALDAMENTO STOCASTICO NELL'ECR	51
2.5 LE ONDE DI BERNSTEIN	54
2.6 INSTABILITÀ PARAMETRICA	57
2.6.1 Modi di conversione delle onde elettromagnetiche in EBW	60
CAPITOLO 3. SORGENTI DI IONI ED APPARATO SPERIMENTALE (PLASMA REACTOR) 63	
3.1 CARATTERISTICHE DELLE SORGENTI DI IONI	63
3.1.1 Parametri di Qualità	63
3.2 SORGENTI AD ALTI STATI DI CARICA E SORGENTI AD ALTA INTENSITÀ	64
3.2.1 Sorgenti PIG.....	64

3.2.2	<i>Sorgenti EBIS</i>	65
3.2.3	<i>Sorgenti LIS</i>	66
3.2.4	<i>ECR Ion Sources</i>	67
3.3	SORGENTI DI IONI AD ALTA INTENSITÀ (MICROWAVE DISCHARGE ION SOURCES)	68
3.3.1	<i>Versatile ion source VIS</i>	69
3.3.2	<i>Plasma Reactor</i>	71
CAPITOLO 4. DIAGNOSTICA DEL PLASMA E DESCRIZIONE DEGLI STRUMENTI UTILIZZATI		75
4.1	LA LANGMUIR PROBE	76
4.1.1	<i>Teorie della Langmuir Probe</i>	80
4.1.2	<i>Teoria orbitale del moto</i>	81
4.2	PROCEDURA DI ANALISI DATI IN UN PLASMA MAGNETIZZATO	83
4.3	I GENERATORI DI MICROONDE	87
4.3.1	<i>Il Magnetron</i>	87
4.3.2	<i>TWT</i>	87
4.4	RIVELATORE HPGe PER RAGGI X.....	88
4.4.1	<i>Il sistema di acquisizione dati</i>	91
4.5	LO SPECTRUM ANALYZER.....	92
CAPITOLO 5. RISULTATI SPERIMENTALI		94
5.1	CARATTERIZZAZIONE DEL PLASMA ECCITATO A 2.45 GHz	94
5.2	CARATTERIZZAZIONE DEL PLASMA ECCITATO A 3.75 GHz	99
5.3	ULTERIORI EVIDENZE DEL FLUSSO AZIMUTALE ELETTRONICO	104
5.4	ANALISI DELL'EMISSIONE X	108
5.5	SIDEBANDS	112
5.6	CONFRONTO 2.45 GHz – 3.75 GHz.....	115
CAPITOLO 6. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE.....		118
6.1	RINGRAZIAMENTI	122
CAPITOLO 7. BIBLIOGRAFIA		123

Introduzione

L'impiego dei plasmi nei vari ambiti della ricerca scientifica è andato costantemente crescendo negli ultimi anni. Oltre che nel campo della fusione nucleare controllata, i plasmi hanno vasto impiego in numerosi processi di lavorazione industriale (dal cleaning delle superfici all'indurimento di materiali).

Fin dal 1970, inoltre, il loro contributo è stato cruciale anche nel campo della Fisica degli acceleratori, e di conseguenza hanno contribuito all'impulso che questa ha dato alla Fisica Nucleare e Particellare nell'ultimo trentennio.

Molte delle sorgenti di ioni che alimentano gli acceleratori, infatti, basano il proprio principio di funzionamento sulla generazione di un plasma ad alta densità e temperatura dal quale estrarre il contenuto ionico.

Tra queste, le cosiddette Electron Cyclotron Resonance Ions Sources (ECRIS) sono certamente le più performanti. Tuttavia, di recente, si è scoperto che il loro ulteriore sviluppo, ovvero l'ottenimento di fasci ionici sempre più intensi e ad alto stato di carica, è intrinsecamente limitato da fattori fisici inerenti la stessa metodica di eccitazione del plasma, basata sull'interazione microonde-plasma, che presenta il cosiddetto limite del cutoff di densità.

I Laboratori Nazionali del Sud di Catania hanno dato un notevole contributo nel campo della ECRIS sin dal 1990 e sono attualmente all'avanguardia nella ricerca di nuove metodiche di plasma heating, atte a migliorare l'efficienza di produzione di fasci, le loro caratteristiche (corrente, stato di carica) ed in ultima analisi, ottimizzare il funzionamento e le performance ottenibili con il Ciclotrone Superconduttore che nel laboratorio opera dal 1994 per offrire fasci utili alla Fisica Nucleare di base così come alle applicazioni medicali (adroterapia) o d'altro tipo.

La presente attività di tesi è stata pertanto svolta all'interno del gruppo R&D che si occupa di sorgenti di ioni dei Laboratori Nazionali del Sud dell'INFN, coordinato dal Dr. Santo Gammino. Le attività sperimentali sono state focalizzate sul nuovo meccanismo di "plasma heating" basato su onde elettrostatiche eccitate all'interno del plasma a seguito della cosiddetta "conversione modale". In base a questa tecnica, già sperimentata su reattori a fusione nucleare quali Tokamaks o Stellarators, è possibile indurre oscillazioni di carica elettronica ogni qualvolta un'onda elettromagnetica venga lanciata con angolo opportuno in una regione del plasma denominata UHR (Upper Hybrid Resonance); le onde elettrostatiche, originate dalla conversione di un modo di propagazione elettromagnetica detto di tipo "X", prendono il nome di Bernstein Waves; l'eccitazione di tali onde (EBW) consente il sostentamento di plasmi a densità molto elevata (e per questo detti "overdense") che, nel campo delle sorgenti di ioni, potrebbero consentire il raggiungimento di correnti e stati di carica mai ottenuti in precedenza.

La tesi ha pertanto affrontato la questione della caratterizzazione, in termini di densità e temperatura, di un plasma eccitato in condizioni tali da facilitare la conversione modale. Più in dettaglio, nel primo capitolo viene fornita un'introduzione generale sulle proprietà dei plasmi, con particolare riferimento ai processi che conducono alla generazione di ioni monocarichi o molteplici carichi. Il capitolo successivo

si occupa dello studio della propagazione delle onde elettromagnetiche in un plasma, includendo inoltre le onde di plasma ed i meccanismi della conversione modale.

Il terzo capitolo riassume le caratteristiche delle principali sorgenti di ioni, con esempi di macchine funzionanti in diversi laboratori dove sono utilizzate per la produzione di fasci ionici per acceleratori di particelle.

Nel capitolo 4 si descrivono i principali apparati di diagnostica utilizzati al fine di caratterizzare il plasma sperimentalmente, individuando i segni dell'avvenuta conversione modale e la transizione overdense.

Il capitolo 5, infine, riporta l'analisi dei dati sperimentali in termini di profili di densità, spettroscopia X ed analisi spettrale della radiazione elettromagnetica interagente col plasma.

L'analisi "space-resolved" delle curve di resistività del plasma ha fornito informazioni sui profili di densità e di temperatura elettronica, evidenziandone un consistente incremento nelle regioni di campo magnetico favorevoli al verificarsi della conversione modale (ovvero all'esistenza dell'UHR). La massima densità rivelata è stata 20 volte superiore ($2 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$) al valore del cut-off a 3.76 GHz, risultato mai raggiunto in precedenza con sistemi convenzionali di plasma ignition in simili condizioni di campo magnetico e frequenza operativa. Grazie allo studio sistematico degli spettri X, inoltre, si è potuto individuare la soglia di innesco del processo di conversione (80 W), caratteristica peculiare di tutti i processi non-lineari che si verificano al di sopra di determinati valori della potenza RF.

Le conclusioni della tesi sono volte ad individuare possibili applicazioni del know-how messo a punto in questo lavoro di tesi; in particolare la conoscenza dei suddetti meccanismi risulta interessante per gli iniettori delle facility ESS (European Spallation Source) e del progetto DAEδALUS (Decay At rest Experiment for δ -CP studies At the Laboratory for Underground Science). A lungo termine sarà probabilmente possibile anche l'applicazione a sorgenti ECR di terza generazione, ottimizzate per la produzione di fasci intensi di ioni ad alto stato di carica.

Capitolo 1.

Proprietà generali dei Plasmi

1.1 Definizione di plasma

L'esperienza quotidiana ci porta ad avere familiarità con i tre stati fondamentali della materia: solido, liquido e aeriforme. In realtà, esiste "un quarto stato", **il plasma**. Esso è costituito da un insieme di particelle: ioni positivi, elettroni e molecole neutre.

Il plasma costituisce il 99% dell'Universo (interno delle stelle, nebulose gassose, spazio interstellare, fasce di Van Allen, vento solare, aurore boreali), sulla Terra, invece, la sua presenza risulta essere alquanto limitata; lo si trova nello strato dell'atmosfera detto ionosfera che tanta importanza riveste nell'ambito delle telecomunicazioni.

Per spiegare le ragioni della limitata presenza del plasma alle normali condizioni di temperatura e pressione terrestre, consideriamo un insieme di particelle di energia E_m alla temperatura T . La loro densità numerica, n_m , è data dalla formula di Boltzmann:

$$n_m = g_m \exp(-E_m/KT) \quad 1-1$$

dove g_m è il fattore di degenerazione, cioè il numero di stati che corrisponde all'energia E_m e K è la costante di Boltzmann. Quindi il rapporto R_{lm} delle densità degli stati corrispondenti rispettivamente alle energie E_l e E_m è :

$$R_{lm} = \frac{n_l}{n_m} = \frac{g_l}{g_m} \exp[-(E_l - E_m)/KT] \quad 1-2$$

Se identifichiamo lo stato l come quello di una coppia elettrone-ione e lo stato m come lo stato fondamentale dell'atomo neutro, avremo:

$$\frac{n_i}{n_o} = \frac{g_i}{g_o} \exp[-I/KT] \quad 1-3$$

dove I è l'energia di ionizzazione.

L'espressione per i fattori di degenerazione, g , è fornita dalla meccanica quantistica, che, con buona approssimazione, dà:

$$\frac{g_i}{g_o} \cong \left(\frac{m_e KT}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{n_i} \cong 2.4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \quad 1-4$$

Utilizzando la precedente espressione si ottiene l'**equazione di Saha** [1]:

$$\frac{n_i}{n_n} \cong 2.4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-\frac{U_i}{kT}} \quad 1-5$$

Dove n_i è il numero di atomi ionizzati/ m^3 ; n_n è numero di atomi neutri/ m^3 e U_i è l'energia di ionizzazione del gas.

Per aria a temperatura ambiente ($T=300^\circ K$), $U_i = 14.5 eV$

$$\frac{n_i}{n_n} = 10^{-122} \quad 1-6$$

si nota così quanto il livello di ionizzazione dell'atmosfera in cui viviamo sia estremamente basso; tale livello però aumenta molto rapidamente quando KT diventa dell'ordine di U_i e questo necessita di temperature $T > 10^6 K$, raramente riscontrabili sulla Terra, ma facilmente ottenibili in molti ambienti astrofisici, quali i nuclei stellari.

Il plasma si può definire *un gas quasi-neutro di particelle cariche e neutre che esibisce comportamenti collettivi*.

Dove per comportamenti collettivi si intende il moto delle particelle in una determinata regione del plasma che non dipende solo dalle condizioni locali, ma risente dello stato complessivo del sistema anche in regioni lontane rispetto a quella in esame.

Nei paragrafi successivi, sarà trattato il concetto di gas quasi neutro.

1.2 Schermo di Debye

Analizziamo quantitativamente la proprietà del plasma di espellere campi elettrostatici. Se, come mostrato nella figura, viene applicato un potenziale elettrostatico mediante due elettrodi, elettroni e ioni, dotati di una grande mobilità, vengono attirati dai poli di segno opposto e formano una sorta di nube attorno a questi, tendente a neutralizzare localmente il campo elettrico; ciò significa che ioni ed elettroni “schermano” le cariche più lontane rispetto ai potenziali applicati.

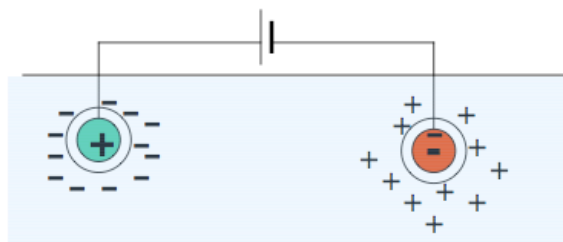


Figura 1-1: Sfera di Debye

Se la temperatura del plasma non è nulla, ioni ed elettroni possiedono una energia termica che gli consente di allontanarsi da un corpo carico formando una nuvola, che possiamo identificare energeticamente a un raggio in cui $KT \sim e\Phi$. D'altra parte, il fatto che le componenti del plasma abbiano un'energia termica non nulla, permette che po-

Proprietà generali dei Plasmi

tenziali dell'ordine di KT/e possano esistere all'interno del plasma.

Se indichiamo con M la massa degli ioni e con m quella degli elettroni, risulta:

$$\frac{M}{m} \gg 1 \quad 1-7$$

possiamo ritenere che gli ioni risentano, in maniera assai più bassa rispetto agli elettroni, delle interazioni in questione, almeno per campi non troppo intensi.

Al fine di ricavare il potenziale elettrostatico, consideriamo l'equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e k_e (n_e - n_i) \quad 1-8$$

All'equilibrio termodinamico, la distribuzione delle particelle cariche è la distribuzione di Boltzmann, per cui si ha:

$$n_{e,i} = n_0 \exp(\pm e\phi / KT_{e,i}) \quad 1-9$$

Dove n_0 è la densità media di elettroni e di ioni nella regione in cui il plasma è neutro, cioè $n_e = n_i = n_0$.

Nel caso in cui l'energia potenziale è molto minore dell'energia termica, cioè $e\phi \ll T_{i,e}$, l'Eq 1-8 diventa:

$$\nabla^2 \phi \cong 4\pi e k_e n_0 \left(1 + \frac{e\phi}{KT_e} - 1 + \frac{e\phi}{KT_i} \right) = \frac{1}{K\epsilon_0} e^2 n_0 \phi \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right) = \frac{\phi}{\Lambda_D^2} \quad 1-10$$

Quando il problema è a simmetria sferica, il laplaciano ∇^2 in coordinate sferiche si riduce alla sola parte radiale, per cui, se poniamo:

$$\Lambda_{De,i} = \sqrt{\frac{K\epsilon_0 T_{e,i}}{n_0 e^2}} \quad \text{con} \quad \frac{1}{\Lambda_D^2} = \frac{1}{\Lambda_{De}^2} + \frac{1}{\Lambda_{Di}^2} \quad 1-11$$

L'equazione per ϕ diventa:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{\phi}{\Lambda_D^2} \quad 1-12$$

$$\frac{d^2}{dr^2} (r\phi) = \frac{r\phi}{\Lambda_D^2} \quad 1-13$$

Imponendo che il potenziale si annulli all'infinito e che, nelle immediate vicinanze della carica q , non essendoci schermatura, esso coincida con il potenziale coulombiano per $r \ll \Lambda_D$ la soluzione dell'Eq. 1-12 sarà:

$$\phi = \frac{q}{r} e^{-\frac{r}{\Lambda_D}} \quad 1-14$$

Per $r > \Lambda_D$ invece, il potenziale è notevolmente più debole del potenziale coulombiano, cioè decade più rapidamente, a causa dell'effetto di schermatura del plasma; ciò vuol dire che nella sfera di raggio Λ_D si raccoglie una carica di polarizzazione che scherma il campo elettrostatico a grande distanza. La distanza di tale schermatura, cioè il parametro Λ_D , è chiamato **lunghezza di Debye** [2]

Per completezza, scriviamo l'espressione generale per la lunghezza di Debye per un rapporto arbitrario tra T_e e T_i :

$$\Lambda_D = \sqrt{\frac{K\epsilon_0 T_i T_e}{n_0 e^2 T_i + T_e}} \quad 1-15$$

Se consideriamo il caso di plasmi magnetizzati ($T_e \gg T_i$) la precedente espressione assume la forma [1]:

$$\Lambda_D = \left(\frac{K\epsilon_0 T_i}{n_0 e^2} \right)^{1/2} \quad 1-16$$

Da quanto detto, Λ_D è un parametro che permette di stimare la distanza oltre la quale eventuali campi elettrostatici applicati al plasma cessano quasi del tutto di far sentire la loro influenza, e per distanze dell'ordine di 4 - 5 volte Λ_D possiamo considerare nullo il potenziale elettrostatico ϕ . Dall'Eq. 1-16 si può notare come Λ_D decresca al crescere di n_0 , ciò si spiega facilmente tenendo conto che una maggiore concentrazione di elettroni è in grado di schermare meglio e su brevi distanze il campo applicato.

A titolo di esempio, nei plasmi di nostro interesse, considerando $T \approx 10\text{eV}$, Λ_D assume valori di decine o centinaia di μm

1.3 Parametri di plasma

Alla luce dei risultati fin qui ottenuti è possibile comprendere il significato di quasi-neutro; infatti se L è una grandezza che descrive le dimensioni del plasma, qualora fosse possibile ottenere:

$$L \gg \Lambda_D \quad 1-17$$

per gran parte della sua estensione il plasma non risentirebbe praticamente di nessun campo elettrico esterno, se non per distanze confrontabili con Λ_D . In tal caso è dunque possibile scrivere:

$$n_i \approx n_e \approx n \quad 1-18$$

Un plasma può essere definito come un gas costituito da un numero sufficientemente alto di particelle cariche. Il numero di particelle nella sfera di raggio Λ_D detta sfera di Debye, è dato dalla seguente relazione:

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \Lambda_D^3 \quad 1-19$$

Poiché il concetto di lunghezza di Debye è stato ottenuto a partire da considerazioni statistiche esso è valido solo quando si ha un numero molto elevato di particelle, pertanto deve valere:

$$N_D \gg 1 \quad 1-20$$

Se supponiamo che in un plasma il moto delle particelle sia regolato da interazioni elettromagnetiche, piuttosto che da collisioni interatomiche, otteniamo l'ulteriore condizione per cui:

$$\omega\tau \gg 1 \quad 1-21$$

ove τ è il tempo che intercorre in media tra due collisioni e ω è la pulsazione delle tipiche oscillazioni del plasma.

Pertanto si può definire plasma quel gas per cui valgono le seguenti relazioni:

$$L \gg \Lambda_D$$

$$N_D \gg 1$$

$$\omega\tau \gg 1$$

1.4 Collisioni di plasma

Se consideriamo una lamina di densità n , il flusso di particelle che interagisce con il materiale sarà dato da [1]:

$$dI = -In\sigma dx \quad 1-22$$

Con σ dimensione caratteristica delle particelle costituente la lamina.

Si troverà quindi che:

$$I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda_m}} \quad 1-23$$

In cui appare il libero cammino medio (λ_m), che rappresenta la distanza media percorsa da una particella fra due urti successivi:

$$\lambda_m = \frac{1}{n\sigma} \quad 1-24$$

Inoltre, definiamo il tempo medio tra due collisioni τ :

$$\tau = \frac{\lambda_m}{v} \quad 1-25$$

Ponendo che la velocità v delle particelle segua una qualche distribuzione (per es. la distribuzione maxwelliana), essa deve essere mediata su tutte le particelle, pertanto la frequenza media di collisione sarà::

$$\nu = n\overline{\sigma v} \quad 1-26$$

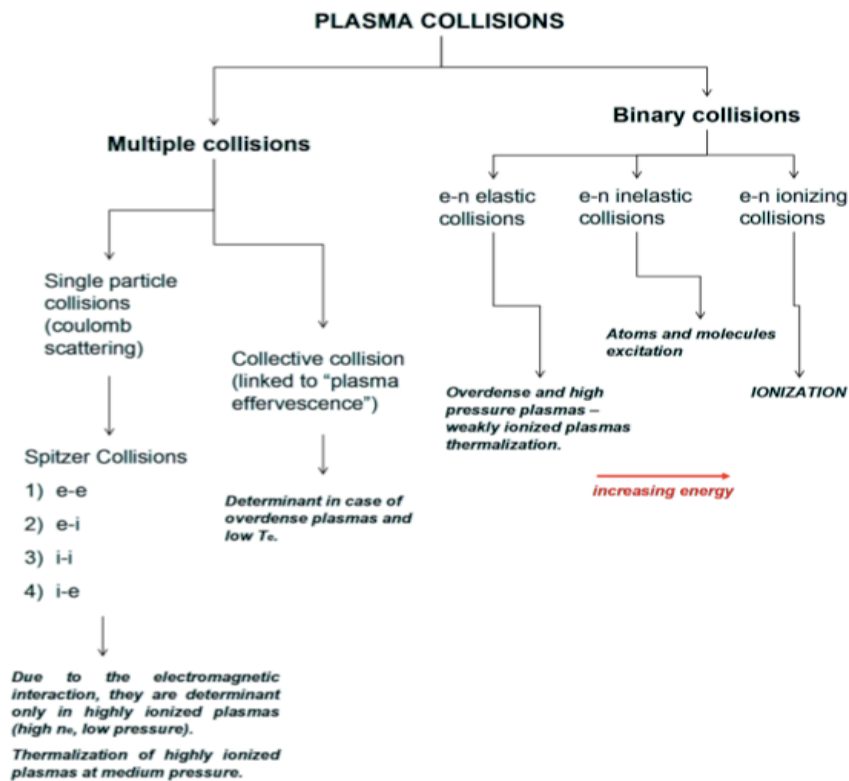


Figura 1-2: Schema delle principali collisione che si verificano nei plasmi. Le abbreviazioni e, n, i indicano elettroni, neutri e ioni rispettivamente.

Le diverse specie di particelle interagiscono tra di loro mediante una serie di urti che possono essere classificati in due diverse categorie:

1. **Collisioni multiple:** si tratta di deflessioni che la particella può subire dopo avere interagito con un certo numero di altre particelle. Come vedremo, tali interazioni sono sostanzialmente di tipo coulombiano;
2. **Collisioni binarie:** si tratta di interazioni che avvengono tra due particelle e che danno luogo a fenomeni quali la ionizzazione degli atomi del plasma e l'eventuale ricombinazione elettrone-ione.

1.4.1 Collisioni di Spitzer

Le collisioni di Spitzer (o Long Coulomb range scattering) sono processi regolati dall'interazione coulombiana, riconducibili ad interazioni multiple di una singola particella con molte altre, il cui risultato finale è uno scattering complessivo con un angolo di 90° .

Il tentativo di descrivere interazioni multiple si fonda essenzialmente sull'idea di Chandrasekhar, secondo la quale, in un plasma fortemente ionizzato la probabilità di deflessione, con un determinato angolo, rispetto alla traiettoria iniziale dovuta a piccoli ma molteplici eventi di scattering è maggiore di quella dovuta ad un singolo evento dif-

fusore [3]. Ora, supponiamo che una particella, denominata 1, con carica elettrica $q_1 = z_1 e$, passi nelle vicinanze di una seconda particella, denominata 2, con carica elettrica $q_2 = z_2 e$, e con parametro di impatto b . La particella sentirà, quindi, una forza del tipo:

$$\mathbf{F} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{b^2} \quad 1-27$$

che la deflette e che agisce per un intervallo di tempo stimabile attorno a $\frac{2b}{v}$ e che comporta, quindi, una variazione dell'impulso p :

$$\Delta p = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{b^2} \frac{2b}{v} = k_e \frac{2z_1 z_2 e^2}{bv} \cong \Delta \theta \quad 1-28$$

da cui è possibile ricavare l'angolo di deflessione, definito dalla direzione di incidenza e dalla direzione di scattering.

$$\frac{\Delta p}{p} = k_e \frac{2z_1 z_2 e^2}{bMv^2} = \Delta \theta \quad 1-29$$

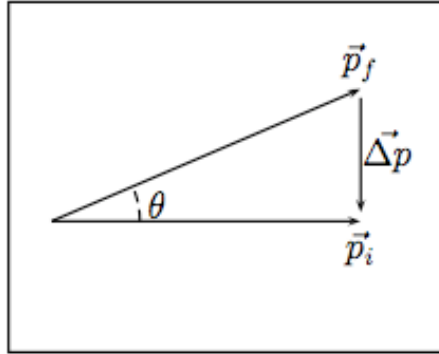


Figura 1-3: Determinazione grafica dell'angolo di deflessione $\Delta \theta$

Se consideriamo una particella che si muove nel plasma con densità n , si deve tener conto che il numero di centri diffusori sarà molto grande, per cui bisogna considerare la deflessione media complessiva $\overline{\Delta \theta}$ dovuta all'interazione con n centri diffusori. Tuttavia, trattandosi di un processo casuale si avrà $\overline{\Delta \theta} \approx 0$, mentre il termine $(\overline{\Delta \theta})^2$, anche in presenza di deflessioni random, non sarà zero e la traiettoria della particella risulterà notevolmente variata rispetto alla direzione originale. Il modulo quadro dell'angolo di deflessione risulterà quindi direttamente proporzionale al numero di deflessioni e potrà essere calcolato mediante la seguente relazione [3]:

$$(\overline{\Delta \theta})^2 = \int_{b_{min}}^{b_{Max}} n \lambda \left(k_e \frac{2z_1 z_2 e^2}{bMv^2} \right)^2 2\pi b db = 8\pi n \lambda \left(k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{Mv^2} \right)^2 \ln \frac{b_{Max}}{b_{min}} \quad 1-30$$

dove λ è la distanza media percorsa dalla particella, $b_{\min}$ rappresenta la minima distanza d'avvicinamento tra le particelle stabilita dal principio di conservazione dell'energia, mentre $b_{\max}$ è proprio la distanza di Debye:

$$b_{\min} = \frac{2e^2}{Mv^2} \quad b_{\max} = \Lambda_D = \sqrt{\frac{KT\epsilon_0}{ne^2}} \quad 1-31$$

Per $\theta = 90^\circ$ e $(\overline{\Delta\theta})^2 \approx 1$ è possibile calcolare il libero cammino medio λ_{90° che rappresenta il cammino necessario affinché una particella sia soggetta ad uno scattering multiplo che devia la sua traiettoria di 90° .

$$\lambda_{90^\circ} \cong \frac{1}{n\sigma_{90^\circ}} \quad 1-32$$

in cui abbiamo inserito la sezione d'urto del processo:

$$\sigma_{90^\circ} = 8\pi \left(k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{Mv^2} \right)^2 \ln \frac{\Lambda_D}{b_{\min}} \quad 1-33$$

Effettuando un confronto diretto con la sezione d'urto di Rutherford:

$$\sigma \cong \pi \left(k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{Mv^2} \right)^2 \quad 1-34$$

si vede immediatamente che le due espressioni differiscono per un fattore $8 \ln \frac{\Lambda_D}{b_{\min}}$, quindi la probabilità di scattering a 90° con un singolo urto è circa due ordini di grandezza inferiore rispetto allo scattering multiplo, il che dimostra la validità dell'ipotesi di Chandrasekhar.

1.4.2 La frequenza delle collisioni

Nel caso di collisioni multiple, non si può fare a meno di distinguere collisioni tra particelle simili (ione-ione o elettrone-elettrone) e collisioni tra particelle diverse (ione-elettrone o elettrone-ione). Definiamo, pertanto, per ogni interazione, frequenze e tempi caratteristici delle collisioni di Spitzer nel riferimento del centro di massa:

$$\nu_{90^\circ}^{ee} = \frac{1}{\tau_{sp}} \approx 5 \cdot 10^{-6} n \frac{\ln \frac{\Lambda_D}{b}}{T^{3/2}} \quad 1-35$$

$$\nu_{90^\circ}^{ei} = \frac{1}{\tau_{sp}} \approx 2 \cdot 10^{-6} z n \frac{\ln \frac{\Lambda_D}{b}}{T^{3/2}} \quad 1-36$$

$$\nu_{90^\circ}^{ii} = \frac{1}{\tau_{sp}} \approx z^4 \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \nu_{90^\circ}^{ee} \quad 1-37$$

Da cui si ottiene, per $T_e \cong T_i$, essendo $m_e \ll m_i$, che $\nu_{90^\circ}^{ee} \cong \nu_{90^\circ}^{ei}$. La $\nu_{sp} = \frac{1}{\tau_{sp}}$ prende il nome di frequenza di Spitzer caratteristica. Viceversa, nel caso di ioni su elettroni (i-e), si ha:

$$\tau_{90^\circ}^{ie} \cong \left(\frac{m_i}{m_e} \right) \tau_{90^\circ}^{ei} \quad 1-38$$

Pertanto, collisioni di tipo (e-i) hanno una frequenza tre o quattro ordini di grandezza inferiore alle precedenti di tipo (i-e).

Fin'ora abbiamo trattato le frequenze di collisione riferendoci alle variazioni della quantità di moto, spesso però è più conveniente valutare l'efficacia degli urti riguardo al trasferimento di energia $\nu^E = \frac{1}{E} \frac{dE}{dt}$. Esaminando nuovamente il singolo urto a due corpi, mettendoci nel sistema di riferimento in cui il bersaglio è inizialmente fermo, dalla conservazione dell'energia e della quantità di moto, si ottiene:

$$|\Delta E| = \frac{1}{2m_2} (\Delta p)^2 \quad 1-39$$

da cui con $E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ e $\vec{p} = m_1 \vec{v}_1$ si ottiene:

$$\frac{|\Delta E|}{E} = \frac{m_1}{m_2} \frac{(\Delta p)^2}{p^2} \quad 1-40$$

Dalla 1-40 ci si aspetta, quindi, che le frequenze di collisione per il trasferimento dell'energia e per il trasferimento dell'impulso siano dello stesso ordine di grandezza nell'interazione tra particelle di massa uguale, mentre stiano nel rapporto delle masse negli altri casi.

Per cui, per $T_e \approx T_i$ essendo $m_e \ll m_i$ si ottiene:

$$\nu_{ee}^E \gg \nu_{ii}^E \gg \nu_{ie}^E = \nu_{ei}^E \quad 1-41$$

Quindi gli scambi di energia tra elettroni e ioni avvengono molto più lentamente di quelli tra elettroni ed elettroni; è questo il motivo per cui le energie medie di elettroni e ioni possono essere differenti e la funzione di distribuzione delle velocità può discostar-

si dalla distribuzione di Maxwell, per cui un plasma non è in equilibrio termodinamico.

Di conseguenza, in un plasma eccitato con onde elettromagnetiche, per cui soltanto gli elettroni risultano essere direttamente riscaldati dall'onda incidente, la temperatura ionica è notevolmente inferiore rispetto a quella elettronica; la vita media degli ioni all'interno del plasma è infatti solitamente inferiore al tempo necessario per permettere un incremento della loro temperatura, e quindi gli ioni possono essere considerati sostanzialmente freddi.

Possiamo osservare che nei plasmi ECR¹, per energie che vanno da qualche decina di eV a qualche keV, ν^{ee} varia tra $10^5 \div 10^6 \text{ sec}^{-1}$ per $T_e = 10 \text{ eV}$ e $10^2 \div 10^3 \text{ sec}^{-1}$ per $T_e = 1 \text{ keV}$, ossia la termalizzazione elettronica è raggiunta in tempi dell'ordine di microsecondi, o, nel secondo caso, millisecondi. D'altra parte, tenuto conto che m_i/m_e è dell'ordine di $10^3 \div 10^4$, i tempi di termalizzazione ionica risultano essere non solo di gran lunga superiori a quelli elettronici, ma eccessivi anche a confronto con i caratteristici tempi di vita media degli ioni nel plasma, che sono dell'ordine di msec o decine di msec.

Infine, l'eccitazione del plasma avviene nelle regioni in cui si raggiunge la condizione di risonanza $\omega_{RF} \equiv \omega_c$, ossia laddove la frequenza di Larmor dell'elettrone eguaglia la frequenza dell'onda elettromagnetica. Ora, poiché per valori di densità di 10^{11} cm^{-3} a temperature $T_e = 10 \text{ eV}$, $\nu_{ee} \approx 10^6$ e $\nu_{ei} \approx 2 \cdot 10^5$, tali frequenze di collisione risultano inferiori della frequenza di Plasma del campo elettromagnetico, pertanto il moto elettronico, nelle regioni di risonanza ECR, può essere considerato privo di disturbi dovuti a collisioni multiple.

In questi casi il plasma verrà dunque detto privo di collisioni (collisionless plasma), in quanto nel periodo dell'onda elettromagnetica la probabilità di collisioni è molto bassa.

1.4.3 Le collisioni ionizzanti

Nell'analisi dei fenomeni atomici che avvengono nel plasma, non si possono tralasciare le collisioni binarie. E' noto, infatti, che il plasma viene generato per mezzo delle collisioni elettrone-atomo, dopo che agli elettroni è stata trasferita energia a sufficienza, mediante processi che saranno successivamente discussi.

Per quanto riguarda, invece, le collisioni binarie nei plasmi, esse possono essere suddivise, secondo la Figura 1-2, in due gruppi: le *collisioni elettrone-neutro* (urti elastici e anelastici), che giocano un ruolo importante soprattutto in caso di plasmi ad alta pressione, con un basso grado di ionizzazione e una bassa temperatura elettronica, e le *collisioni ionizzanti*.

¹D'ora in poi con la locuzione "plasma ECR" indicheremo quei plasmi eccitati da onde elettromagnetiche nel range delle microonde e per mezzo della Electron Cyclotron Resonance, le cui caratteristiche sono ottimali per il loro impiego nel campo delle sorgenti di ioni.

Collisioni elastiche

Una collisione viene definita elastica quando non viene alterata l'energia interna delle particelle collidenti.

Tra le collisioni elastiche consideriamo le interazioni tra un elettrone ed un atomo neutro, perchè svolgono un ruolo preponderante nei plasmi debolmente ionizzati.

Nell'urto e-neutro viene trasferita solo una piccola quantità di energia cinetica dall'elettrone (massa m e velocità v) alla particella neutra (massa M e velocità nulla).

$$\Delta E \approx \frac{2m}{M} \frac{\sigma_m}{\sigma_0} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad 1-42$$

ove σ_0 e σ_m sono rispettivamente le sezioni d'urto elastica e la sezione d'urto del trasferimento della quantità di moto per le collisioni elettrone-neutro. In seguito all'interazione, l'elettrone potrebbe subire delle deflessioni rispetto alla direzione originaria. Questo effetto viene descritto per mezzo della sezione d'urto differenziale $I_0(\theta)d\Omega = I_0 \sin\theta d\theta d\phi$ relativa allo scattering elastico entro un angolo solido $d\Omega$, da cui si ricava una grandezza che misura l'intensità degli elettroni scatterati in funzione dell'angolo di scattering.

Collisioni inelastiche

Un elettrone di energie sufficientemente elevate, interagendo con gli atomi o con le molecole, converte una significativa parte dell'energia cinetica in energia interna delle particelle del bersaglio. Questo genere di collisione viene definita inelastica e dà luogo a processi di eccitazione e di ionizzazione. Consideriamo adesso il più semplice processo di ionizzazione, che possiamo schematizzare nella seguente maniera:



in questo caso un elettrone produce, mediante un urto, uno ione positivo con stato di carica $1+$. Una reazione di questo genere, possiede una energia di soglia stabilita dal potenziale di ionizzazione dell'atomo, il che significa che la reazione può avere luogo solo se accade che:

$$E \geq eV_i \quad 1-44$$

In Figura 1-4 riportiamo l'andamento della frequenza di collisioni ionizzanti ν_i in funzione dell'energia elettronica E_e in cui è evidente la presenza dell'energia di soglia (l'energia di ionizzazione $I=eV_i$) e di un valore massimo della frequenza, al di là del quale si assiste ad un decremento. Le linee tratteggiate sono state ottenute teoricamente ricorrendo all'espressione ricavata da Bethe e Born [2]:

$$\nu_i \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \ln E \quad 1-45$$

In generale si è osservato che, in una singola collisione è più probabile la formazione di uno ione di carica unitaria, piuttosto che la formazione di uno ione moltiplicemente carico. Per tale motivo, diciamo che il processo di ionizzazione è di tipo step-by-step.

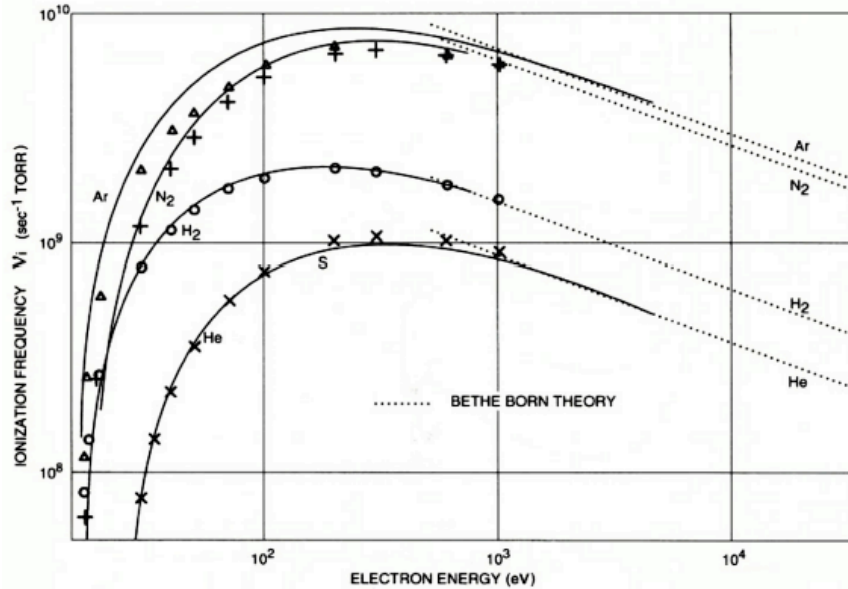


Figura 1-4: Andamento della frequenza di collisioni ionizzanti ν_i in funzione dell'energia elettronica E_e

Tuttavia, se consideriamo che gli elettroni obbediscono ad una qualsivoglia distribuzione di velocità $f(v)$, e quindi di energia, occorre ricavare un'espressione mediata della ν_i :

$$\bar{\nu}_i(T_e) = \int_0^{\infty} f(v) \nu_i(v) 4\pi v^2 dv \quad 1-46$$

L'incremento del numero di collisioni ionizzanti, essendo basilare in una sorgente di ioni, può essere perseguito seguendo due vie:

1. implementando sistemi di confinamento energetico, capaci di allungare il cammino percorso dal singolo elettrone nella regione di plasma denso ed energetico;
2. incrementando la densità degli elettroni, così da aumentare la probabilità globale che si verifichino collisioni ionizzanti.

Naturalmente, l'idea sarebbe quella di puntare su entrambe le sopracitate strategie, tuttavia, di volta in volta, si decide di puntare su entrambe o su una di queste, in funzione degli obiettivi che si vogliono raggiungere. Ad esempio, nelle sorgenti per ioni a basso stato di carica, il confinamento magnetico non è strettamente richiesto, e ciò impone di puntare maggiormente sulla massimizzazione della densità elettronica.

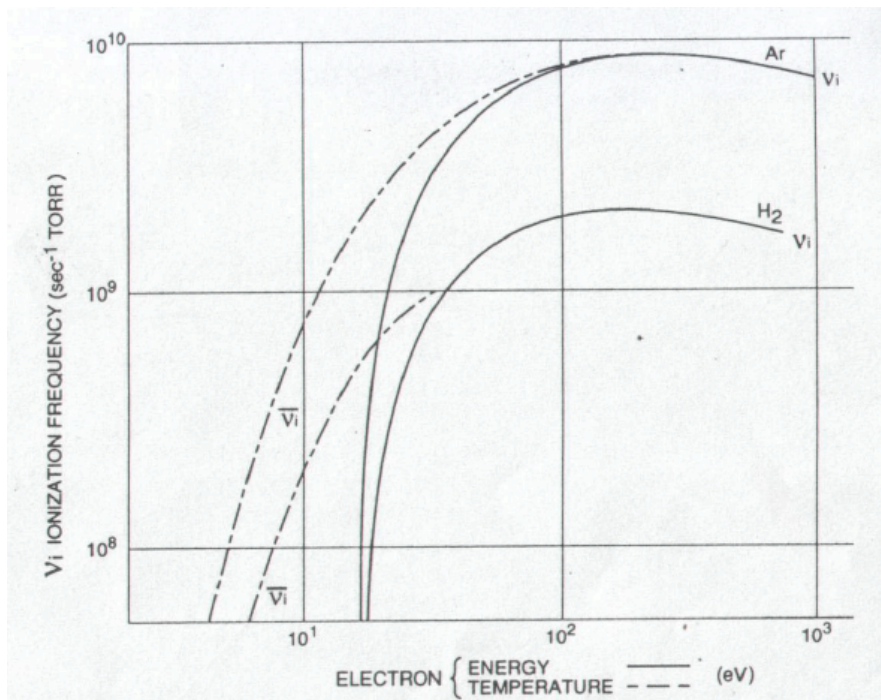


Figura 1-5: Andamento della frequenza di collisioni ionizzanti ν_i in funzione dell'energia elettronica E , tenuto conto della distribuzione maxwelliana delle velocità.

1.5 Processi di ricombinazione

I processi di ricombinazione si contrappongono, naturalmente, alle reazioni di ionizzazione; tali meccanismi possono essere suddivisi essenzialmente in tre gruppi [3]:

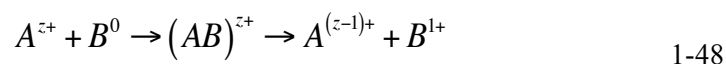
1. **Ricombinazione radiativa:** dovuta alla cattura, a seguito di un urto, di un elettrone da parte di uno ione positivo. L'energia in eccesso viene emessa sotto forma di radiazione elettromagnetica.
2. **Ricombinazione dielettronica:** si tratta di un processo in tre fasi, in cui un elettrone prima eccita uno ione, poi viene catturato e, infine, viene emesso un fotone;
3. **Ricombinazione tramite urto ione-atomo neutro.**

Indicando con α_d il coefficiente di ricombinazione dielettronica, si ha, solo in alcuni casi particolari:

$$\alpha_d > \alpha_r \quad 1-47$$

Tuttavia, sia α_r che α_d sono parecchi ordini di grandezza inferiori al coefficiente α_x associato al processo di scambio di carica in collisioni ione-atomo neutro, che, pertanto, è il processo predominante.

Lo scambio di carica procede secondo la seguente reazione:



1.6 Moto di una particella carica in un campo magnetico

La gran parte dei plasmi, utilizzati nel campo delle sorgenti di ioni, necessitano di un campo magnetico che può giocare un duplice ruolo:

1. Favorire lo scambio di energia tra le onde elettromagnetiche ed il plasma attraverso processi risonanti (esempio dell'ECR);
2. Contribuire, ove necessario, al confinamento del plasma, favorendo l'allungamento della vita media degli ioni e, quindi, la produzione di alti stati di carica.

Nell'esperimento riportato in questa tesi, il confinamento non è stato comunque necessario (in quanto lo studio si è basato sull'impiego della nuova tecnica di heating di sorgenti di ioni a basso stato di carica), pertanto, discuteremo solo in breve delle proprietà del moto delle particelle cariche in campi magnetostatici intensi, accennando sommariamente ai principi basilari del confinamento magnetico che comunque esula dagli scopi del presente lavoro.

Consideriamo [4] un campo magnetico uniforme e stazionario $\vec{B}$ che supponiamo essere orientato lungo l'asse z di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, così da avere $\vec{B} \equiv (0,0,B)$.

La particella sarà dunque soggetta alla forza di Lorentz, pertanto, l'equazione del moto sarà:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{r} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad 1-49$$

Da cui le componenti nella seguente forma:

$$\dot{v}_x = \frac{qB}{m} v_y \quad 1-50$$

$$\dot{v}_y = -\frac{qB}{m} v_x \quad 1-51$$

$$\dot{v}_z = 0 \quad 1-52$$

Segue che la componente lungo z della velocità è una costante del moto.

Inoltre, moltiplicando scalarmente per $\vec{v}$ l'Eq. 1-49 si ha:

$$m\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad 1-53$$

Proprietà generali dei Plasm

ed essendo

$$\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} |\vec{v}|^2 \quad \text{e} \quad \vec{v} \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad 1-54$$

otteniamo

$$\frac{1}{2} m \frac{d}{dt} v^2 = 0 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad 1-55$$

Cioè l'energia cinetica di una particella carica in un campo magnetostatico si mantiene costante durante il moto, come è logico, visto che la forza di Lorentz non compie lavoro.

Derivando ulteriormente rispetto al tempo l'Eq 1-50 e l'Eq.1-51, la particella segue sul piano ortogonale a $\vec{B}$ una traiettoria circolare, in quanto si ha che:

$$\ddot{v}_x = \frac{qB}{m} \dot{v}_y = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_x \quad 1-56$$

$$\ddot{v}_y = - \frac{qB}{m} \dot{v}_x = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_y \quad 1-57$$

Tali equazioni rappresentano il moto di un oscillatore armonico la cui frequenza caratteristica, che chiamiamo frequenza ciclotronica o frequenza giromagnetica (ω_c o ω_g), risulta essere:

$$\omega_c \equiv \frac{|q|B}{m} \quad 1-58$$

Per risolvere le equazioni dell'oscillatore armonico ed ottenere le leggi orarie per le due direzioni x e y, consideriamo la funzione:

$$u = v_x + i v_y \quad 1-59$$

da cui, derivando, ottengo l'equazione differenziale:

$$\dot{u} = -i \frac{qB}{m} u \quad 1-60$$

la cui soluzione sarà:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0 e^{-i\omega_c t} \quad \text{con} \quad \mathbf{u}_0 = \mathbf{A} e^{-i\phi} \quad 1-61$$

pertanto:

$$v_x = A \cos(\omega_c t + \phi) \quad 1-62$$

$$v_y = -A \sin(\omega_c t + \phi) \quad 1-63$$

con A e ϕ costanti da determinare, in modo da soddisfare le condizioni iniziali ottenute per $t = 0$, tali che:

$$v_{0x} = A \cos \phi \quad 1-64$$

$$v_{0y} = -A \sin \phi \quad 1-65$$

con v_{0x} e v_{0y} le componenti della velocità nell'istante iniziale e da cui si ottengono:

$$\tan \phi = -\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \quad \text{e} \quad A^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = v_{0\perp}^2 \quad 1-66$$

dove $v_{0\perp}$ è il modulo della velocità iniziale sul piano ortogonale alla direzione del campo magnetico.

Pertanto, sostituendo ϕ e A nell' Eq. 1-62 e nell'Eq.1-63 ed integrando rispetto al tempo otteniamo:

$$x = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \phi) + x_c \quad 1-67$$

$$y = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \phi) + y_c \quad 1-68$$

con x_c e y_c costanti da determinare in base alle condizioni iniziali.

Riscriviamo l'Eq. 1-67 e l'Eq. 1-68 nella seguente maniera:

$$x - x_c = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \phi) \quad 1-69$$

$$y - y_c = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \phi) \quad 1-70$$

ora, quadrando e sommando queste ultime espressioni otteniamo:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = \frac{v_{0\perp}^2}{\omega_c^2} \quad 1-71$$

la traiettoria sul piano ortogonale alla direzione del campo $\vec{B}$ è quindi una circonferenza di raggio:

$$R = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} = \frac{mv_{0\perp}}{qB} \quad 1-72$$

con R che prende il nome di Raggio di Larmor. Il centro, che prende il nome di centro guidante o guiding center della traiettoria, sarà dato da:

$$\left\{ \left(x_c = x_0 - \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \sin \phi \right), \quad \left(y_c = y_0 - \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \cos \phi \right) \right\} \quad 1-73$$

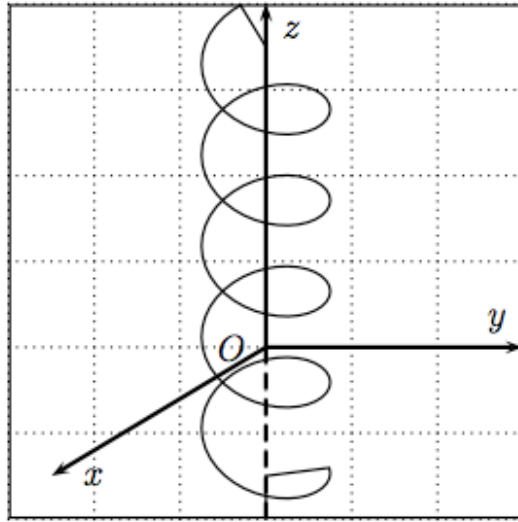


Figure 1-6: Moto di una particella carica in un campo magnetostatico

In questo paragrafo si descriverà gli effetti di urti sul moto della particella, al solo scopo di verificare, nella maniera più semplice, quali siano le ragioni fisiche e le relative condizioni matematiche che portano a definire un plasma privo di collisioni.

Definita una frequenza di collisioni del tutto generale cui è associata una forza impulsiva del tipo [4]:

$$\vec{F}_{coll} = -m\omega_{coll}\vec{v} \quad 1-74$$

con

$$\omega_{coll} = 2\pi\nu_{coll} \quad 1-75$$

l'equazione del moto si modifica nella seguente maniera:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m\omega_{coll}\vec{v} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad 1-76$$

mentre per l'energia cinetica si avrà:

$$\frac{1}{2} m \frac{d}{dt} v^2 = -m\omega_{coll}v^2 \quad 1-77$$

la cui soluzione è data dalla seguente:

$$T = T_0 e^{-2\omega_{coll}t} \quad 1-78$$

Di conseguenza, l'energia cinetica di una particella carica, in moto in un campo magnetico (uniforme o meno), in presenza di collisioni, non sarà più costante, come nel caso di moto senza collisioni, ma decresce esponenzialmente durante il moto.

Dalla 1-76 ricaviamo, come fatto precedentemente, la traiettoria delle particelle:

$$\dot{v}_x = -\omega_{coll}v_x + \frac{qB}{m}v_y \quad 1-79$$

$$\dot{v}_y = -\omega_{coll}v_y - \frac{qB}{m}v_x \quad 1-80$$

$$\dot{v}_z = -\omega_{coll}v_z \quad 1-81$$

da cui si nota che la velocità della particella lungo la direzione del campo decresce esponenzialmente col passare del tempo.

Consideriamo quindi la funzione:

$$u = v_x + iv_y \quad 1-82$$

da cui, derivando, ottengo l'equazione differenziale:

$$\dot{u} = -\omega_{coll}u - i\frac{qB}{m}u = -\left[\omega_{coll} + i\frac{qB}{m}\right]u \quad 1-83$$

la cui soluzione, inserendo la frequenza ciclotronica $\omega_c \equiv \frac{|q|B}{m}$, sarà:

$$u(t) = Ae^{-i(\omega_{coll}+\omega_c)t} e^{-i\phi} \quad 1-84$$

La risoluzione dell'equazione del moto sul piano ortogonale a $\hat{z}$ è più complessa che in precedenza e presenta un termine moltiplicativo del tipo $e^{-\omega_{coll}t}$:

$$v_x = Ae^{-\omega_{coll}t} \cos(\omega_c t + \phi) \quad 1-85$$

$$v_y = -Ae^{-\omega_{coll}t} \sin(\omega_c t + \phi) \quad 1-86$$

dove A e ϕ sono da determinare in base alle condizioni iniziali, ed assumono gli stessi valori calcolati dall'Eq. 1-66.

Ora, integrando nuovamente l'Eq. 1-85 e l'Eq. 1-86 rispetto al tempo, otteniamo l'equazione della traiettoria della particella nel piano ortogonale al campo magnetico, cioè:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = \frac{v_{0\perp}^2}{\omega_{coll}^2 + \omega_c^2} e^{-2\omega_{coll}t} \quad 1-87$$

Si tratta, pertanto, di una traiettoria il cui raggio dipende dal tempo, ovvero siamo in presenza di una spirale il cui raggio diminuisce esponenzialmente al variare del tempo secondo la legge:

$$\mathbf{R}(t) = \frac{\mathbf{v}_{0\perp}}{\sqrt{\omega_{coll}^2 + \omega_c^2}} e^{-\omega_{coll}t} \quad 1-88$$

Il valore $\tau = \frac{1}{\omega_{coll}}$ può essere facilmente confrontato con i principali tempi di collisione nel plasma: sappiamo, infatti, che le collisioni di Spitzer e le collisioni ionizzanti hanno frequenze attorno a 10^6 sec^{-1} , ciò significa che, ad alte frequenze di collisioni, i tempi caratteristici sono dell'ordine dei microsecondi, mentre, nel caso di microonde responsabili dell'ECR, le frequenze sono di circa 10^9 GHz , il che implica che gli effetti delle collisioni non influenzano né l'energia cinetica, né il raggio delle orbite e né la velocità delle particelle durante un periodo dell'onda elettromagnetica, pertanto, il plasma è privo di collisioni (collisionless plasma).

1.7 Moti di drift

Tornando all'equazione del moto senza il termine riferito alle collisioni, descriviamo i cosiddetti moti di drift [1] in relazione al loro effetto sul guiding center della traiettoria della particella.

Schematizziamo nella seguente tabella i principali drift del guiding Center, dedicando particolare attenzione al drift dovuto alla presenza di un campo elettrico.

campo elettrico	$\vec{v}_{gc} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$
gradiente di campo magnetico $\vec{\nabla} B \perp B$	$\vec{v}_{VB} = \pm \frac{1}{2} v_{\perp} r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2}$
curvatura delle linee di forza di $\vec{B}$	$\vec{v}_R + \vec{v}_{VB} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_C \times \vec{B}}{R_C^2 B^2} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right)$

Supponiamo di applicare un campo elettrostatico uniforme $\vec{E}$ che giaccia sul piano $x - z$, il moto di una particella in una regione in cui $B \neq 0$ è dato dal moto di Larmor più i moti di drift del guiding center.

L'equazione del moto, pertanto, sarà:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad 1-89$$

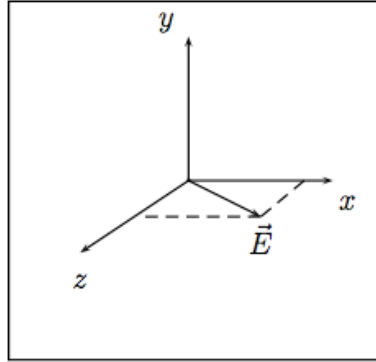


Figure 1-7: Direzione del campo elettrico

che, espressa in termini delle componenti v_x , v_y e v_z , diventa:

$$\dot{v}_x = \frac{q}{m} E_x \pm \omega_c v_y \quad 1-90$$

$$\dot{v}_y = 0 \mp \omega_c v_x \quad 1-91$$

$$\dot{v}_z = \frac{q}{m} E_z \quad 1-92$$

Pertanto, la componente della velocità lungo la direzione z avrà un andamento del tipo:

$$v_z = \frac{qE_z}{m} t + v_{z0} \quad 1-93$$

e la particella subirà un'accelerazione proporzionale alla componente E_z del campo elettrico. Per ottenere le equazioni relative a v_x e v_y consideriamo invece:

$$u = v_x + i v_y \quad 1-94$$

da cui differenziando:

$$\dot{u} = \mp i \omega_c u + \frac{q}{m} E_x \quad 1-95$$

Risolvendo l'equazione omogenea:

$$\dot{u} \pm i \omega_c u = 0 \quad 1-96$$

e posto $u=k$ tale che:

Proprietà generali dei Plasm

$$i\omega_c k = \frac{q}{m} E_x \Rightarrow k = -i \frac{q E_x}{m \omega_c} = -i \frac{E_x}{B} \quad 1-97$$

si ottiene:

$$v_x + i v_y = u(t) = u_0 e^{\pm i \omega_c t} - i \frac{E_x}{B} \quad 1-98$$

con

$$u_0 = v_{\perp} e^{-i\phi} \quad 1-99$$

da cui:

$$v_x = v_{\perp} \cos(\omega t + \phi) \quad 1-100$$

$$v_y = \pm v_{\perp} \sin(\omega t + \phi) - \frac{E_x}{B} \quad 1-101$$

Si evince che, al moto di Larmor alla frequenza ω_c , dato dagli esponenziali complessi, si sovrappone un moto di drift con velocità, in generale, $\mathbf{v}_{gc}$, ossia velocità del guiding center, nella fattispecie diretta nella direzione delle y negative, quando $E_x > 0$. Definiamo la $\mathbf{v}_{gc}$ nel seguente modo:

$$\vec{v}_{gc} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad 1-102$$

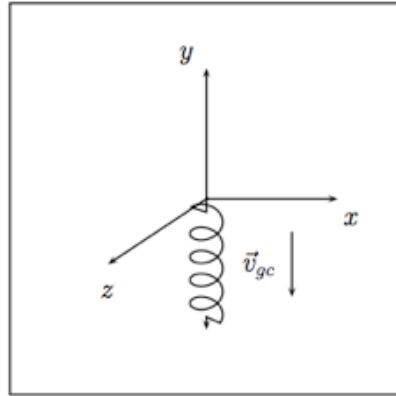


Figura 1-8: Moto di una particella carica nel piano x-y in un campo magnetostatico e in presenza di un campo elettrostatico

Da cui si vede che tale direzione non dipende né dalla massa della particella né dalla carica, pertanto in un plasma neutro non produce corrente. Se ora al campo elettrico $\vec{E}$ si sostituisce una qualunque forza $\vec{F}$, costante rispetto al tempo e alle coordinate spaziali, il drift del guiding center [1] sarà:

$$\vec{v}_f = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} \quad 1-103$$

In maniera analoga al drift dovuto a campi elettrostatici, la direzione di moto del guiding center è ortogonale sia al campo magnetico che alla forza $\vec{F}$, tuttavia, in questo caso, la direzione di drift dipende dalla carica della particella. In particolare, nel caso di ioni con carica positiva ed elettroni, caricati negativamente, si genera una corrente nel plasma la cui densità sarà:

$$\vec{j} = nq\vec{v}_f = n \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} \quad 1-104$$

Pertanto, ogniquale volta si voglia studiare un moto di drift dovuto ad una determinata causa (gradiente di campo magnetico, curvatura delle linee di forza dello stesso, ecc.), è sufficiente determinare la forza $\vec{F}$ che scaturisce dalla specifica configurazione fisica, ed inserirla nell'Eq. 1-103 così da determinare modulo, direzione e verso della velocità di deriva.

1.8 Principali configurazioni magnetiche

Riportiamo adesso, in maniera molto schematica, le principali configurazioni magnetiche impiegate nel campo delle sorgenti di ioni:

1. **Simple Mirror** (o bottiglia magnetica): configurazione confinante, eccetto per le particelle che giacciono nel cono di perdita, dal punto di vista delle dinamiche di particella singola. Tuttavia, come vedremo nei paragrafi destinati alla descrizione fluida dei plasmi, presenta marcate instabilità che la rendono poco utile all'impiego su sorgenti destinate alla produzione di ioni multicarichi.
2. **Configurazione B-minimo**: ottenuta dalla sovrapposizione di un simple mirror con un magnete multipolare (fisicamente un esapolo), è stabile (sotto opportune condizioni) sia dal punto di vista fluidodinamico che di particella singola. Trova larghissimo impiego in sorgenti per la produzione di alti ed altissimi stati di carica, come le ECRIS che fungono da iniettori del CS di Catania.
3. **Configurazione Flat-B**: non confinante, largamente impiegata per le cosiddette MDIS (Microwave Discharge Ion Source) e particolarmente adatta alla produzioni di protoni o ioni più pesanti monocarichi. Nel presente lavoro di tesi, utilizzeremo tale configurazione, in quanto è in grado di favorire l'interazione onde-plasma e di ridurre le perdite elettroniche in direzione perpendicolare all'asse della camera del plasma.

1.9 Il plasma e la meccanica dei fluidi

Le peculiari caratteristiche costitutive del plasma fanno in modo che lo si possa trattare come composto da due fluidi, di elettroni e di ioni, ciascuno dei quali, è descritto da una distribuzione che evolve, in assenza di collisioni, secondo l'equazione di Vlasov [5].

Accoppiando ciascuna equazione di Vlasov con le equazioni del moto e combinando le rispettive equazioni di Eulero si ottiene la cosiddetta equazione ad un fluido. L'equazione di Eulero per un singolo fluido in assenza di collisioni è:

$$mn \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = qn(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \vec{\nabla} p \quad 1-105$$

Dove $\vec{v}$ la velocità media della particella in un singolo elemento di fluido, il termine

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \equiv \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] \quad 1-106$$

prende il nome di derivata convettiva e il termine $\vec{\nabla} p$ tiene conto della possibile presenza di gradienti di pressione.

Le collisioni vengono inserite poi mediante il seguente termine in cui l'uguaglianza deriva dalla conservazione dell'impulso:

$$\vec{P}_{ei} = -\vec{P}_{ie} \quad 1-107$$

con $\vec{P}_{ei}$ impulso acquisito per unità di tempo e per unità di volume dalla particella e nell'urto con la particella i .

Essendo $P_{ei} \propto (\vec{v}_i - \vec{v}_e)$ (proporzionale alla differenza di velocità tra le due specie), possiamo scrivere un'equazione per gli elettroni ed una per gli ioni, e poi fare una combinazione lineare delle due ottenendo un'unica equazione finale; questa, unitamente alle equazioni di continuità per densità di massa e densità di carica, ed alle equazioni di Maxwell, costituisce il set delle equazioni della Magneto-Idrodinamica (MHD-equations).

L'equazione che descrive il plasma nel suo complesso, trascurando il termine gravitazionale [1], sarà dunque:

$$n \frac{d}{dt} (M\vec{v}_i + m\vec{v}_e) = en(\vec{v}_i - \vec{v}_e) \times \vec{B} - \vec{\nabla} p \quad 1-108$$

Per un plasma quasi-neutro possiamo introdurre la densità di massa $\rho \approx n(M + m)$ e la densità di corrente $\vec{j} \approx en(\vec{v}_i - \vec{v}_e)$ e l'equazione diviene:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p \quad 1-109$$

Proprietà generali dei Plasmi

la quale, per un plasma in uno stato stazionario ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) diventa:

$$\vec{\nabla} p = \vec{j} \times \vec{B} \quad 1-110$$

La quale unita all'equazione di Maxwell, trascurando la corrente di spostamento a causa dell'elevata conducibilità del plasma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad 1-111$$

diventa:

$$\vec{\nabla} \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad 1-112$$

Supponendo che $\vec{B}$ varia debolmente lungo la sua direzione, il secondo termine scompare, per cui possiamo scrivere [1]:

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{cost} \quad 1-113$$

Dove il termine $\frac{B^2}{2\mu_0}$ è la pressione magnetica. Dall'Eq 1-113 deriva dunque che la somma della pressione cinetica e della pressione magnetica è costante, in un plasma con un gradiente di densità la pressione magnetica dovrà essere elevata laddove la pressione delle particelle sarà bassa (regione periferica del plasma) minima laddove la pressione di particelle è elevata (regione centrale del plasma).

1.9.1 Equilibrio MHD

Supponiamo di avere, per semplicità, un plasma di forma cilindrica caratterizzato da un gradiente radiale di pressione diretto verso l'asse del cilindro.

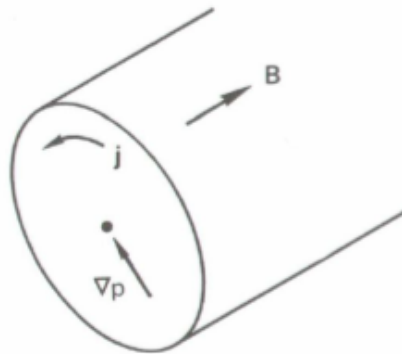


Figura 1-9: Bilanciamento tra la forza di Lorentz e la forza dovuta al gradiente di pressione in un plasma di forma cilindrica.

Per bilanciare la forza che ne scaturisce, deve innescarsi una corrente nel verso mostrato in Figura 1-9 (azimutale) la cui intensità può essere valutata mediante l'equazione [1]:

$$\vec{j}_\perp = \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} p}{B^2} = (KT_i + KT_e) \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} n}{B^2} \quad 1-114$$

Tale espressione può essere determinata con un approccio di tipo particella singola e prende il nome di corrente diamagnetica. Tuttavia, con un approccio di tipo MHD-fluid, siamo in grado di spiegare l'esistenza della corrente diamagnetica in quanto generata da un gradiente di pressione $\vec{\nabla} p$ ortogonale al campo magnetico, o comunque con una componente trasversale al campo magnetico $\vec{B}$. Pertanto, la corrente diamagnetica è in grado di indurre una forza che, contrapponendosi al gradiente di pressione, è in grado di stabilizzare il plasma arrestando il moto delle particelle.

Definiamo il rapporto:

$$\beta = \frac{\sum nkT}{\frac{B^2}{2\mu_0}} \quad 1-115$$

In generale, il valore di β può essere utilizzato come parametro per valutare la bontà del confinamento, infatti si ha [1]:

a) $\beta \ll 1$ la pressione magnetica è maggiore di quella del plasma, e pertanto si ottiene un confinamento ottimale;

b) $\beta > 1$ la pressione di plasma supera quella magnetica e pertanto non è possibile confinare magneticamente il plasma;

c) $\beta = 1$ la corrente diamagnetica genera un campo magnetico uguale ed opposto a quello esterno; pertanto si vengono a creare due regioni: in una prima vi è solo campo magnetico senza plasma ed in una seconda solo plasma senza campo magnetico.

Per $\beta \approx 0.1 \div 1$ il plasma è estremamente instabile e può essere caratterizzato da varie tipologie di turbolenze.

1.10 La diffusione nei plasmi

Per meglio comprendere uno dei principali meccanismi di perdita all'interno dei plasmi è necessario introdurre il concetto di diffusione che, essendo legato al tempo di confinamento influenza la distribuzione degli stati di carica e quindi le prestazioni della sorgente. In un qualunque gas neutro, in cui sia presente un gradiente di densità, si innescano moti di particelle che tendono a neutralizzare il gradiente e a ristabilire l'omogeneità del gas. Questo processo viene definito *diffusione* e può essere studiato ricorrendo alla legge di Fick [1]:

$$\vec{\Gamma} = -D\vec{\nabla} n \quad 1-116$$

ove $\vec{\Gamma}$ è la densità di corrente e D è il cosiddetto coefficiente di diffusività dato da:

$$D = \frac{KT}{mv} \quad 1-117$$

con ν frequenza di collisioni e $\vec{\nabla}n$ gradiente di densità.

Ora, come si evince dall'Eq. 1-116, la diffusione in un gas è ostacolata dalla presenza delle collisioni, in quanto $D \propto \nu^{-1}$. Inoltre si noti come esso è inversamente proporzionale alla massa delle particelle, e quindi in un plasma, è molto più grande per gli elettroni che per gli ioni. In altre parole, in presenza di un gradiente di densità gli elettroni tendono a diffondere più rapidamente degli ioni, in quanto è maggiore il coefficiente di diffusione libera [6]:

$$\frac{D_e}{D_i} = \frac{KT_e/m_e \nu_e}{KT_i/m_i \nu_i} = \frac{T_e}{T_i} \frac{m_i}{m_e} \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} = \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{5/2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \quad 1-118$$

in cui abbiamo fatto uso dell'Eq. 1-37, e considerando il nostro caso in cui $T_e \gg T_i$, essendo $m_i \gg m_e$ si ha $D_e \gg D_i$. Ora, poiché gli elettroni diffondono più rapidamente degli ioni ci sarà una separazione di cariche, e si creerà dunque un campo elettrico $\vec{E}$ al fine di ridurre il flusso di elettroni (rallentandoli) ed aumentare il flusso di ioni (accelerandoli) in modo da mantenere la quasi-neutralità del plasma la relazione 1-116 può essere scritta come [6]:

$$\vec{\Gamma}_{e,i} = \pm \mu_{e,i} \vec{E} - D_{e,i} \vec{\nabla}n \quad 1-119$$

Dove il doppio segno tiene conto delle cariche di elettroni ed ioni, invece μ rappresenta la mobilità delle due specie, essendo $|q_i| = |q_e| = e$

$$\mu_{e,i} = \frac{e}{m_{e,i} \nu_{e,i}} \quad 1-120$$

Possiamo valutare analiticamente l'intensità del campo elettrico, imponendo che il flusso di elettroni debba eguagliare il flusso di ioni. che $n_i = n_e = n$. Il nuovo coefficiente viene così definito [6]:

$$D_a \equiv \frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e} \quad 1-121$$

e prende il nome di coefficiente di diffusione ambipolare che non è altro che la media pesata dei coefficienti di diffusione di elettroni e ioni.

E' interessante valutare D_a nel caso in cui $\mu_e \gg \mu_i$ e $T_e \gg T_i$ ²:

$$D_a \approx 2D_i \quad 1-122$$

² si sono scelti questi casi limite poiché sono quelli tipicamente riscontrabili nei plasmi sostenuti da microonde.

da cui si evince che il rate di diffusione è controllato dalla specie più lenta, gli ioni, e vale il seguente ordinamento:

$$D_e \gg D_a > D_i \quad 1-123$$

Se adesso consideriamo la presenza di un campo magnetico, questo tende a confinare il plasma, in quanto le particelle cariche sono costrette a spiraleggiare attorno alle linee di flusso magnetico.

La diffusione ambipolare non è semplice come nel caso precedente, poichè la presenza del campo magnetico rende i coefficienti di diffusione e di mobilità anisotropi a seconda che si consideri la direzione perpendicolare o parallela a $\vec{B}$.

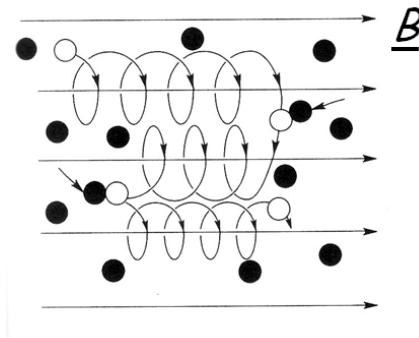


Figura 1-10: Contrariamente al caso dei gas non ionizzati, per cui le collisioni costituiscono un ostacolo alla diffusione, nei plasmi esse la agevolano, in particolar modo in presenza di un campo magnetico le particelle ruotano attorno alla stessa linea di forza fino a quando collidono.

Il coefficiente di diffusione parallelo rimane invariato anche in presenza di campo magnetico e la diffusione è controllata dalle specie più lenta che abbiamo visto essere gli ioni, da cui dalla 1-117:

$$\frac{D_{\parallel e}}{D_{\parallel i}} = \sqrt{\frac{m_i T_e}{m_e T_i}} \gg 1 \quad 1-124$$

In direzione perpendicolare al campo magnetico, viceversa, la mobilità elettronica è fortemente limitata dallo stesso campo, e ciò impedisce agli elettroni di diffondere. Gli ioni, al contrario, risentono assai meno dell'effetto del campo magnetico, e dunque rappresentano la specie più soggetta alla diffusione perpendicolare. Da un punto di vista matematico, quindi, il coefficiente di diffusione perpendicolare subisce una riduzione [1] data da:

$$D_{\perp e,i} = \frac{D_0}{1 + \omega_{e,i}^2 \tau_{e,i}^2} \quad 1-125$$

dove D_0 è il coefficiente di diffusione in assenza del campo magnetico, $\omega_{e,i} = \frac{eB}{m_{e,i}c}$ e $\tau_{e,i}$ è l'intervallo di tempo fra due collisioni successive rispettivamente per elettroni e ioni. Quando $\omega_{e,i}^2 \tau_{e,i}^2 \ll 1$ è molto piccolo, il campo magnetico ha un effetto debole sulla diffusione, se invece $\omega_{e,i}^2 \tau_{e,i}^2 \gg 1$ il campo magnetico può notevolmente ritardare i processi di diffusione.

Dato che $\omega_e \tau_e \gg \omega_i \tau_i \gg 1$ si ottiene $D_{\perp e} \ll D_{\perp i}$, pertanto lungo la direzione perpendicolare al campo magnetico il processo di diffusione ambipolare è regolato dagli elettroni.

$$D_{\perp} \cong 2D_{\perp e} \quad 1-126$$

Evidenze sperimentali ottenute da A. Simon nel 1955 [7] suggerirono però che l'Eq. 1-126 non è sempre valida, e che la diffusione trasversale nei plasmi fortemente magnetizzati non è sempre ambipolare, ovvero, gli elettroni costretti a spiraleggiare attorno alle linee di forza del campo magnetico non riescono a muoversi trasversalmente ad esso. La neutralizzazione di carica spaziale può essere mantenuta attraverso gli effetti di uno "short-circuit" in cui un flusso di elettroni si muove prima lungo le linee di forza del campo e poi attraverso le pareti metalliche della camera del plasma.

In tal modo gli elettroni sembrano spostarsi radialmente verso l'esterno, sebbene siano persi assialmente e il coefficiente di diffusione trasversale è essenzialmente quello degli ioni:

$$D_{\perp} \sim D_{\perp i} \gg D_{\perp e} \quad 1-127$$

Nel momento in cui si attivano gli effetti di "short circuit" il processo di diffusione è molto più rapido rispetto a quello ambipolare e questo implica un abbassamento dei tempi di confinamento.

Per ovviare a questo problema e, quindi, migliorare le prestazioni delle sorgenti di ioni, è risultato [8] efficace effettuare modifiche alla camera del plasma per esempio rivestendola con dell'allumina [9], in modo da cambiare le proprietà elettriche delle superfici rendendole isolanti, o immettere elettroni secondari attraverso nano tubi che vanno a sostituire gli elettroni persi a causa delle perdite, diminuendo così il potenziale di plasma che influisce sul tempo di confinamento degli ioni [10].

Capitolo 2.

Propagazione di onde in un plasma

Questo capitolo verrà dedicato ad una tematica fondamentale per la fisica dei plasmi, la propagazione delle onde all'interno del plasma. Moltissimi plasmi vengono infatti generati e sostenuti attraverso l'interazione con onde elettromagnetiche. Il plasma, inoltre è capace di auto-generare onde di tipo elettrostatico che influenzano notevolmente le sue caratteristiche. La prima parte del capitolo sarà dedicata alla caratterizzazione e propagazione dei principali tipi di onde nel plasma. Nella seconda parte verrà descritto il processo fisico che porta alla generazione, a partire da onde elettromagnetiche, di particolari onde elettrostatiche (onde di Bernstein) capaci di incrementare notevolmente la densità elettronica e la temperatura del plasma rispetto ai tradizionali meccanismi di ignizione.

2.1 Onde elettrostatiche in un plasma

Per un sistema con un gran numero di gradi di libertà qual è il plasma, sono naturalmente possibili molte oscillazioni. La conoscenza delle relazioni di dispersione $\omega(k)$ di questi fenomeni è alla base della comprensione dello stato del plasma.

Una manifestazione di tale comportamento oscillatorio è la propagazione di onde elettrostatiche, consistenti in rarefazioni e compressioni della densità di carica che si propagano nel plasma.

2.1.1 Oscillazioni di Plasma

Supponiamo che gli elettroni del plasma siano spostati leggermente dalla loro posizione di equilibrio x_0 . A causa della presenza degli ioni, essi sentiranno una forza che cercherà di riportarli verso x_0 . Tuttavia, arrivati in x_0 l'energia cinetica sarà uguale all'energia potenziale iniziale e di conseguenza essi proseguiranno il loro cammino finché non avranno nuovamente convertito tutta la loro energia cinetica in energia potenziale. Si avrà, dunque, un moto oscillatorio la cui pulsazione caratteristica verrà indicata con ω_p .

Indichiamo con $\vec{E}$ il campo elettrico dovuto alla non completa neutralità della carica che tende a riportare gli elettroni nella loro posizione di equilibrio. Supponendo che il moto avvenga lungo la direzione x , l'equazione del moto degli elettroni è:

$$n_e m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -n_e e \vec{E} \quad 2-1$$

Mentre dall'equazione di continuità e dall'equazione di Poisson si ottiene:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{v}_e) = 0 \quad 2-2$$

Propagazione di onde in un plasma

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = e(n_i - n_e) \quad 2-3$$

Considerando che le ampiezze di oscillazione sono piccole, possiamo risolvere le Eq. 2-1÷2-3 linearizzando. Separiamo le variabili in due parti: quella che descrive la condizione all'equilibrio, ovvero le quantità ottenute col plasma in assenza di oscillazioni, e che indicheremo con il pedice 0 e quella dovuta alla perturbazione che indicheremo con il pedice 1, da cui:

$$n_e = n_0 + n_1 \quad \vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 \quad \vec{E}_e = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 \quad 2-4$$

Per un plasma uniformemente neutro:

$$\vec{\nabla} n_0 = \vec{v}_0 = \vec{E}_0 = 0 \quad e \quad \frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} = 0 \quad 2-5$$

l'Eq.2-1 diventa:

$$m \left[\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_1 \right] = -e \vec{E}_1 \quad 2-6$$

dove il termine $(\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_1$ può essere trascurato in quanto contiene infinitesimi del secondo ordine.

Analogamente l'Eq.2-2 diventa:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla} n_0 = 0 \quad 2-7$$

Nell'equazione di Poisson (Eq.2-3) vediamo che all'equilibrio $n_{i0} = n_{e0}$ e assumendo gli ioni fermi $n_{i1} = 0$, quindi possiamo scrivere:

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_1 = -en_1 \quad 2-8$$

Assumendo una dipendenza sinusoidale delle seguenti quantità:

$$\vec{v}_1 = v_1 e^{i(kx - \omega t)} \hat{x} \quad 2-9$$

$$n_1 = n_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad 2-10$$

$$\vec{E}_1 = E_1 e^{i(kx - \omega t)} \hat{x} \quad 2-11$$

andando a sostituire queste nelle Eq. 2-1÷ 2-3 ed effettuando le opportune operazioni

$(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega \text{ e } \vec{\nabla} \rightarrow ik\hat{x})$ è possibile ottenere:

$$-im\omega\vec{v}_1 = -e\vec{E}_1 \quad 2-12$$

$$-i\omega n_1 = -n_0 ikv_1 \quad 2-13$$

$$ik\epsilon_0\vec{E}_1 = -en_1 \quad 2-14$$

da cui la frequenza di plasma:

$$\omega_p = \left(\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ rad/sec} \quad 2-15$$

E' importante notare che nell'Eq 2-15 non compare in alcun modo la costante di propagazione dell'onda k , conseguentemente, la velocità di gruppo che sappiamo essere $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, risulta nulla, cioè non c'è propagazione ondosa dovuta alle oscillazioni di plasma. Tuttavia l'elettrone, nel momento in cui al moto oscillatorio si sovrappone un moto termico, muovendosi verso le regioni vicine, trasporterà informazioni sulle caratteristiche dei campi oscillanti nella regione di provenienza, portando così ad una propagazione dell'onda.

Le oscillazioni del plasma, qualora si includano gli effetti termici, possono allora essere chiamate *onde di plasma* e questo effetto si può descrivere inserendo nell'Eq. 2-1 il termine $-\vec{\nabla}p_e$

Dove, dall'equazione dei gas perfetti per $T_i \ll T_e$, considerando $T_i \approx 0$ e $p_i \approx 0$ (elettroni caldi e ioni freddi) trascurando le collisioni si ha:

$$\vec{\nabla}p_e = 3K_B T_e \vec{\nabla}n_e \quad 2-16$$

Senza scendere nei dettagli matematici, riportiamo di seguito la nuova espressione che descrive l'andamento della frequenza di plasma [1]:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 v_{th}^2 \quad 2-17$$

che prende il nome di **frequenza di Langmuir** in cui v_{th} è la velocità dell'elettrone dovuta all'agitazione termica. Questa volta l'Eq. 2-17 contiene una dipendenza esplicita da k e quindi vi è propagazione ondosa.

Le onde di Langmuir non sono onde elettromagnetiche ma elettrostatiche per cui non si possono propagare al di fuori del plasma. Esse sono caratterizzate da un vettore $\vec{k}$ orientato parallelamente al campo elettrico dell'onda longitudinale e sono influenzate dalla densità locale del plasma e dalla temperatura.

2.1.2 Onde ioniche

Le onde ioniche, presentano sia sotto l'aspetto fisico che matematico, sostanziali analogie con le onde sonore. Sappiamo che un fluido è in grado di permettere la propagazione di onde di compressione e rarefazione che prendono il nome di onde sonore.

Essendo onde di pressione, esse si propagano da uno strato all'altro del fluido mediante collisioni tra molecole. Tuttavia in un plasma senza collisioni tra molecole neutre, gli ioni sono in grado di trasmettere vibrazioni gli uni agli altri con la mediazione del campo elettrico. Il movimento degli ioni è quindi capace di dare luogo ad onde del tutto simili fisicamente alle onde sonore.

La relazione di dispersione di tali onde sarà data[1]:

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{KT_e + \gamma_i KT_i}{M} \right)^{1/2} \equiv v_s \quad 2-18$$

Questa relazione ha un carattere sostanzialmente differente rispetto alle onde di plasma. Infatti, le oscillazioni di plasma sono onde a frequenza costante, sebbene vi siano correzioni dovute ad effetti termici, mentre le onde ioniche sono onde a velocità costante ed esistono solo quando vi sono moti termici. Infine, dall'Eq. 2-18 si può notare facilmente che quando KT_i tende a zero le onde ioniche non cessano di esistere. Dunque anche quando $T_i \ll T_e$, come nei plasmi ottenibili nei nostri laboratori, la velocità del suono dipende dalla temperatura elettronica e dalla massa degli ioni.

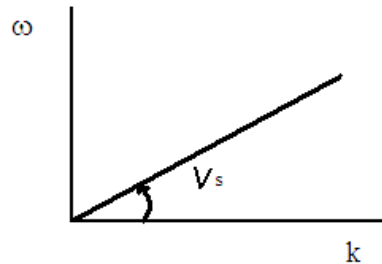


Figura 2-1: relazione di dispersione delle onde ioniche nel limite di una piccola lunghezza di Debye

2.2 Onde elettromagnetiche in un plasma magnetizzato

Se applichiamo un campo magnetostatico $\vec{B}_0$ ad un plasma, il plasma diventa elettricamente anisotropo per le onde elettromagnetiche,, ossia la costante dielettrica diventa

Propagazione di onde in un plasma

una quantità tensoriale $\vec{\epsilon}$ e la relazione di dispersione delle onde che si propagano all'interno del plasma dipendono dalla direzione di propagazione dell'onda rispetto al campo magnetico.

L'equazione del moto di un elettrone, sottoposto ad un campo elettromagnetico monocromatico e ad un campo magnetostatico uniforme $\vec{B}$, in presenza di collisioni, è:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = q_e \vec{E} - m_e \vec{v} \omega_{eff} + q_e \vec{v} \times \vec{B}_0 \quad 2-19$$

Scegliamo l'asse z del nostro sistema di riferimento in modo che risulti parallelo a $\vec{B}_0$ e orientato nello stesso verso cioè $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$. Riscriviamo l'Eq. 2-19 dopo aver diviso per m_e :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \omega_{eff} = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} + \omega_g \vec{v} \times \hat{z} \quad 2-20$$

e posto:

$$\omega_g = \frac{q_e B_0}{m_e} \quad 2-21$$

Poiché il campo elettrico è di tipo armonico anche la velocità avrà un andamento del tipo:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$$

sostituendo nell'Eq. 2-20 si ottiene:

$$(-i\omega + \omega_{eff})\vec{v} + \omega_g \hat{z} \times \vec{v} = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} \quad 2-22$$

Introducendo le componenti di $\vec{E}$ e di $\vec{v}$ e ricordando che :

$$\hat{z} \times \vec{v} = \hat{z} \times (v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}) = v_x \hat{y} - v_y \hat{x} \quad 2-23$$

si ha:

$$(-i\omega + \omega_{eff})v_x - \omega_g v_y = \frac{q_e E_x}{m_e} \quad 2-24$$

$$\omega_g v_x + (-i\omega + \omega_{eff})v_y = \frac{q_e E_y}{m_e} \quad 2-25$$

$$(-i\omega + \omega_{eff})v_z = \frac{q_e E_z}{m_e} \quad 2-26$$

in cui ponendo :

$$-i\omega + \omega_{eff} = -i\Omega \quad \text{da cui} \quad \Omega = \omega + i\omega_{eff} \quad 2-27$$

si ottengono le soluzioni:

$$v_x = \frac{\frac{q_e}{m_e} \begin{vmatrix} E_x & -\omega_g \\ E_y & -i\Omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -i\Omega & -\omega_g \\ \omega_g & -i\Omega \end{vmatrix}} = \frac{q_e}{m_e} \frac{-i\Omega E_x + \omega_g E_y}{\omega_g^2 - \Omega^2} \quad 2-28$$

$$v_y = \frac{\frac{q_e}{m_e} \begin{vmatrix} -i\Omega & E_x \\ \omega_g & E_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -i\Omega & -\omega_g \\ \omega_g & -i\Omega \end{vmatrix}} = \frac{q_e}{m_e} \frac{-i\Omega E_y - \omega_g E_x}{\omega_g^2 - \Omega^2} \quad 2-29$$

$$v_z = \frac{q_e}{m_e} \left(\frac{E_z}{-i\Omega} \right) \quad 2-30$$

Ricordando che il vettore densità di corrente è $\vec{J} = nq_e \vec{v}$ possiamo scrivere:

$$J_x = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x + \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \quad 2-31$$

$$J_y = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{-\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x + \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \quad 2-32$$

$$J_z = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{1}{-i\Omega} E_z \quad 2-33$$

Da cui si vede subito che nel caso di plasmi su cui agiscono campi magnetici esterni, $\vec{J}$ non è parallelo a $\vec{E}$. Il plasma si comporta come mezzo anisotropo e quindi la sua costante dielettrica complessa è di tipo tensoriale.

Riscriviamo l'equazione di Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} - i\omega\epsilon_0 \vec{E} = -i\omega\vec{\epsilon} \cdot \vec{E} = -i\omega\vec{D} \quad 2-34$$

da cui, dato il carattere tensoriale di $\vec{\epsilon}$, $\vec{D}$ non è in generale parallelo ad $\vec{E}$, ed è dato da:

$$\vec{D} = \frac{\vec{J}}{-i\omega} + \epsilon_0 \vec{E} \quad 2-35$$

le cui componenti sono date da:

$$D_x = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2 \Omega}{\omega[\Omega^2 - \omega_g^2]} \right) E_x - i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_g}{\omega[\Omega^2 - \omega_g^2]} E_y \quad 2-36$$

Propagazione di onde in un plasma

$$D_y = i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_g}{\omega[\Omega^2 - \omega_g^2]} E_x + \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2 \Omega}{\omega[\Omega^2 - \omega_g^2]} \right) E_y \quad 2-37$$

$$D_z = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega \Omega} \right) E_z \quad 2-38$$

Quindi la matrice che rappresenta la costante dielettrica complessa è:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad 2-39$$

da cui si vede che:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \quad \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} \quad 2-40$$

ed inoltre dato che ω_g cambia di segno quando si inverte il segno di $\vec{B}_0$

$$\epsilon_{xy}(\vec{B}_0) = \epsilon_{yx}(-\vec{B}_0) \quad 2-41$$

In seguito, per semplicità, utilizzeremo le seguenti quantità adimensionate:

$$X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \quad Y = \left(-\frac{\omega_g}{\omega} \right) \quad Z = \left(\frac{\omega_{eff}}{\omega} \right) \quad 2-42$$

dove Y è una quantità positiva, in quanto per gli elettroni ω_g è una quantità negativa.

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X(1 + iZ)}{(1 + iZ)^2 - Y^2} \right) \quad 2-43$$

$$\epsilon_{xy} = i\epsilon_0 \left(\frac{XY}{(1 + iZ)^2 - Y^2} \right) \quad 2-44$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X}{(1 + iZ)} \right) \quad 2-45$$

Nella trattazione finora effettuata abbiamo considerato solo l'interazione del campo elettrico con gli elettroni liberi. Questa affermazione è valida per frequenze dell'ordine dei GHz, per cui l'inerzia degli ioni impedisce loro di rispondere alle oscillazioni del campo esterno.

Lavorando a basse frequenze (ovvero nell'ordine dei MHz o decine di MHz) nel calcolo della costante dielettrica dobbiamo introdurre anche il contributo dovuto agli ioni positivi, in quanto la corrente di convezione sarà data dalla somma della corrente ionica e di quella elettronica; pertanto scriveremo:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X(1+iZ)}{(1+iZ)^2 - Y^2} - \frac{X_i}{1-Y_i^2} \right) \quad 2-46$$

$$\epsilon_{xy} = i\epsilon_0 \left(\frac{XY}{(1+iZ)^2 - Y^2} + \frac{X_i Y_i}{1-Y_i^2} \right) \quad 2-47$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X}{(1+iZ)} - X_i \right) \quad 2-48$$

dove considerando:

$$\omega_{pi}^2 = \frac{n_i q_i^2}{m_i \epsilon_0} \quad \text{e} \quad \omega_{gi} = \frac{q_i B_0}{m_i} \quad 2-49$$

abbiamo posto:

$$X_i = \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega} \right)^2 \quad Y_i = \left(-\frac{\omega_{gi}}{\omega} \right) \quad 2-50$$

2.2.1 Propagazione di onde piane in un magneto-plasma

Ricordiamo che il campo elettrico e magnetico di un'onda piana monocromatica, hanno la forma:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad 2-51$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad 2-52$$

dove $\vec{E}_0$ e $\vec{H}_0$ sono vettori costanti, $\vec{k}$ è il vettore d'onda, e $\vec{r}$ è il vettore posizione.

Scriviamo $\vec{k} \cdot \vec{r}$ come:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k\eta \quad 2-53$$

dove η è la coordinate misurata nella direzione di propagazione.

Riscriviamo le equazioni di Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H} \quad \text{e} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\vec{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad 2-54$$

trasformando opportunamente $\vec{\nabla} \rightarrow \hat{k} \frac{\partial}{\partial \eta}$ le Eq. 2-54 diventano:

$$\hat{k} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial \eta} = i\omega\mu_0 \vec{H} \quad \text{e} \quad \hat{k} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial \eta} = -i\omega\vec{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad 2-55$$

Dall'Eq. 2-51 e dall'Eq. 2-52

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial \eta} = ik\vec{E} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial \eta} = ik\vec{H} \quad 2-56$$

per cui si ha:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu_0 \vec{H} \quad \text{e} \quad \vec{k} \times \vec{H} = -\omega \vec{\epsilon} \cdot \vec{E} = -\omega \vec{D} \quad 2-57$$

Le Eq. 2-57 ci forniscono l'importante risultato che i vettori $\vec{D}$ e $\vec{H}$ sono entrambi ortogonali alla direzione di propagazione e fra di loro, inoltre $\vec{H}$ è ortogonale a $\vec{E}$.

Moltiplicando scalarmente per $\vec{D}$ entrambi i membri della prima equazione delle Eq. 2-57 si trova:

$$\vec{k} \times \vec{E} \cdot \vec{D} = 0 \quad 2-58$$

ossia i vettori $\vec{k}$, $\vec{E}$ e $\vec{D}$ sono complanari, ed inoltre $\vec{E}$ non è parallelo a $\vec{D}$ e non è ortogonale alla direzione di propagazione.

Chiamiamo θ l'angolo formato da $\hat{n}$ e $\vec{B}_0$, come mostrato in Figura 2-2, dalle equazioni di Maxwell possiamo ottenere:

$$\begin{aligned} -\frac{v^2}{c^2} \epsilon_3 \cos^2 \theta + \frac{v^4}{c^4} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \epsilon_3 - \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \sin^2 \theta \\ + \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \cos^2 \theta - \frac{v^6}{c^6} \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 + \frac{v^4}{c^4} \epsilon_1 \epsilon_2 \sin^2 \theta \\ = 0 \end{aligned} \quad 2-59$$

che è un'equazione di secondo grado in $\frac{v^2}{c^2}$ la cui soluzione, escludendo $\frac{v^2}{c^2} = 0$, fornisce i valori della costante di propagazione per cui è possibile l'esistenza dell'onda nel plasma, ottenuta in funzione della direzione di propagazione.

Riscriviamo l'Eq. 2-59 come:

$$-\tan^2 \theta = \frac{\left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_1}\right) \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_2}\right)}{\left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_3}\right) \left[\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2}\right)\right]} \quad 2-60$$

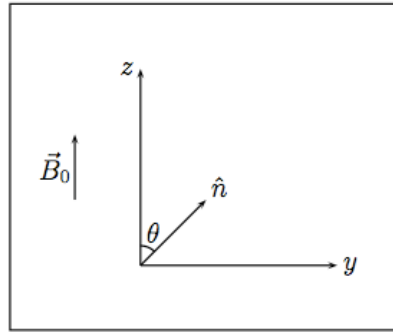


Figura 2-2: propagazione di un'onda lungo la direzione $\hat{n}$

con ϵ_1, ϵ_2 e ϵ_3 dati dalle relazioni [4]:

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon} - i \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_0} \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon} + i \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_0} \quad \epsilon_3 = \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_0} \quad 2-61$$

Nel caso in cui la propagazione è parallela a $\vec{B}_0$ cioè se $\theta = 0$, l'Eq. 2-60 conduce alle due soluzioni:

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_1 = \frac{1}{\epsilon_1} = \frac{1}{1 - \frac{X}{(1+iZ)+Y}} \quad 2-62$$

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_2 = \frac{1}{\epsilon_2} = \frac{1}{1 - \frac{X}{(1+iZ)-Y}} \quad 2-63$$

E l'onda elettromagnetica che attraversa il plasma sarà composta di due onde con costanti di propagazione diverse.

Nel caso in cui la direzione di propagazione dell'onda sia arbitraria, con θ angolo generico, poniamo:

$$Y_T = Y \sin \theta \quad Y_L = Y \cos \theta \quad 2-64$$

Da cui la formula di Appleton della teoria magnetoionica della ionosfera:

$$\frac{v^2}{c^2} = \left[1 - \frac{X}{1 + iZ - \frac{1}{2} \frac{Y_T^2}{1 + iZ - X} \mp \sqrt{\frac{1}{4} \frac{Y_T^4}{(1 + iZ - X)^2} + Y_L^2}} \right] \quad 2-65$$

Ricordando che $\vec{k} = \hat{n} \frac{\omega}{v}$ le costanti di propagazione saranno:

$$k'_\theta = \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{X(1 + iZ - X)}{(1 + iZ)(1 + iZ - X) - \frac{1}{2}Y_T^2 + \sqrt{\frac{1}{4}Y_T^4 + Y_L^2(1 + iZ - X)^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 2-66$$

$$k''_\theta = \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{X(1 + iZ - X)}{(1 + iZ)(1 + iZ - X) - \frac{1}{2}Y_T^2 - \sqrt{\frac{1}{4}Y_T^4 + Y_L^2(1 + iZ - X)^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 2-67$$

dove l'onda la cui costante di propagazione è k'_θ viene chiamata *onda ordinaria* e l'onda la cui costante di propagazione è k''_θ viene chiamata *onda straordinaria*.

Per un'onda con un angolo di 0° otteniamo:

$$k'_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{X}{1 + iZ + Y}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} - \omega_g)}} \quad 2-68$$

$$k''_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{X}{1 + iZ - Y}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} + \omega_g)}} \quad 2-69$$

Mentre se la propagazione avviene perpendicolarmente a $\vec{B}_0$, θ è eguale a $\frac{\pi}{2}$ e le corrispondenti costanti di propagazione sono:

$$k'_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{X}{1 + iZ}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff})}} \quad 2-70$$

$$\begin{aligned} k''_{\frac{\pi}{2}} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{X}{1 + iZ - \frac{Y^2}{1 + iZ - X}}} = \\ &= \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 + i\frac{\omega_{eff}}{\omega} - \frac{\omega_g^2}{(\omega^2 - i\omega_{eff}\omega - \omega_p^2)}}} \end{aligned} \quad 2-71$$

Considerando le due condizioni estreme (0° e 90°) possiamo avere quattro differenti onde, che possiamo classificare secondo la Tabella 2-1:

vectors orientation	refraction index	wave type
$\vec{B}_0 = 0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$	light waves
$\vec{k} \perp \vec{B}_0, \vec{E} \parallel \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$	O wave
$\vec{k} \perp \vec{B}_0, \vec{E} \perp \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}$	X wave
$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - (\omega_c / \omega)}$	R wave
$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 + (\omega_c / \omega)}$	L wave

Tabella 2-1: onde che si propagano nel plasma

In cui le onde che si propagano lungo la direzione del campo magnetico vengono chiamate onde R e L, a secondo che la loro polarizzazione sia circolare destra (onda R) o sinistra (onda L).

$$\vec{E}_+ = (\hat{x} - i\hat{y})Ae^{ik'_0 z} \quad \vec{E}_- = (\hat{x} + i\hat{y})Ce^{ik''_0 z} \quad 2-72$$

con A e C ampiezze complesse arbitrarie.

Le onde che si propagano perpendicolarmente alla direzione di $\vec{B}_0$ sono invece chiamate O e X, in base all'orientamento del campo elettrico rispetto alla direzione del campo magnetostatico.

Otteniamo adesso le relazioni di dispersione per l'onda ordinaria dall'Eq.2-63:

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - \frac{X(1 + iZ - X)}{(1 + iZ)(1 + iZ - X)} \quad 2-73$$

ponendo $Z=0$, per semplificare i calcoli, si ha:

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - X = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad 2-74$$

mentre per l'onda straordinaria dall'Eq. 2-64 si ottiene:

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - \frac{X(1 - X)}{(1 - X) - Y^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2} \quad 2-75$$

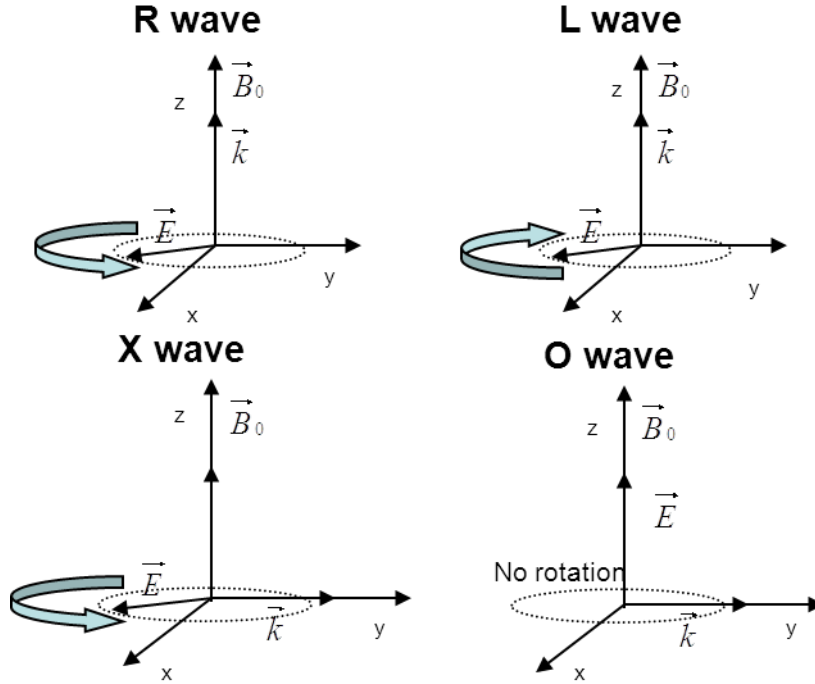


Figura 2-3: Diagramma delle possibili polarizzazioni per $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$ rispetto al campo magnetico statico.

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - \frac{X(1 + iZ - X)}{(1 + iZ)(1 + iZ - X)}$$

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - X = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\frac{c^2 k'_{(\theta=\pi/2)}}{\omega^2} = 1 - \frac{X(1 - X)}{(1 - X) - Y^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_h^2}{\omega^2 - \omega_h^2}$$

2.2.2 Densità di cut-off

Introduciamo adesso il concetto di cut-off e di risonanza delle onde elettromagnetiche che possono propagarsi in plasmi magnetizzati e non.

Propagazione di onde in un plasma

Come detto, la propagazione di un'onda all'interno di un plasma dipende criticamente dai parametri di plasma. L'onda incontra il cut-off quando la sua costante dielettrica diventa negativa: per tali valori la sua lunghezza d'onda e la velocità di fase tendono a zero, e l'onda viene riflessa. L'onda subisce risonanza quando l'indice di rifrazione dell'onda diventa infinito: per tali valori lunghezza d'onda e velocità di fase tendono a zero e l'onda può cedere la propria energia al mezzo.

Trattiamo dapprima il caso più semplice di plasmi non magnetizzati. In assenza di campo magnetico la costante dielettrica assume una forma più semplice di quella vista precedentemente, e in particolare, considerando un plasma privo di collisioni, assume la forma [1]:

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad 2-76$$

con ω_p frequenza di plasma, e ω frequenza dell'onda elettromagnetica che si propaga nel plasma.

Dato che ϵ_r non può essere negativo, si deve avere:

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} < 1 \quad 2-77$$

e la frequenza per cui vale:

$$\omega = \omega_{cut-off} = \omega_p \quad 2-78$$

prende il nome di **frequenza di cut-off**, che rappresenta la soglia al di sotto del quale le onde elettromagnetiche non si propaga nel plasma e sono riflesse.

Ora ricordando che:

$$\omega_p = \sqrt{\left(\frac{e^2 n}{m_e \epsilon_0}\right)} \quad 2-79$$

è possibile ottenere il valore di densità al cut-off, o densità critica degli elettroni nel plasma:

$$n_{cut-off} = 4\pi^2 \frac{m_e}{e^2} f_p^2 \quad 2-80$$

Quindi, per una data frequenza, la densità critica di elettroni sarà definita dalla densità per cui si ha $\omega_p = \omega_{RF}$. La densità di cut-off assume un ruolo fondamentale nella fisica dei plasmi; la sua esistenza implica che le onde elettromagnetiche non possono aumentare continuamente la densità del plasma all'interno dei quali si propagano. Esisterà, pertanto, una densità limite, funzione della frequenza ω_{RF} , al di sopra della quale le onde verranno riflesse. Per aumentare ulteriormente la densità del plasma, quindi, si potrà solo aumentare la frequenza della radiazione elettromagnetica incidente.

2.2.3 Analisi delle risonanze e dei cut-off: il diagramma CMA

Un'onda che si propaga nel Plasma incontra regioni caratterizzate da diverse frequenze ω_p (ossia a diversa densità) e ω_g (ossia con diverse intensità di campo magnetico) e di conseguenza verrà riflessa o assorbita a seconda che sia soggetta al cut-off o alla risonanza. Per le onde R, come si evince dalla Tabella 2-1, l'indice di rifrazione $\frac{c^2 k^2}{\omega^2}$ diventa infinito a $\omega = \omega_c$. In questo caso la frequenza delle microonde è uguale alla frequenza di Larmor, quindi l'onda è in risonanza con il moto ciclotronico degli elettroni. Questa risonanza è molto importante per le MDIS e le ECRIS e prende il nome di *Electron Cyclotron Resonance* (ECR) [11],[12].

Sempre dalla Tabella 2-1, possiamo invece osservare che l'onda X ha risonanza quando:

$$\omega^2 = \omega_c^2 + \omega_p^2 = \omega_h^2 \quad 2-81$$

ovvero alla *upper hybrid frequency* $\omega_h = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2}$. Questa frequenza corrisponde praticamente alla frequenza di oscillazione di Langmuir in plasmi magnetizzati.

Non appena l'onda si avvicina alla regione di risonanza, sia la velocità di fase che quella di gruppo tendono a zero e l'energia dell'onda viene convertita in oscillazione dell'upper hybrid. Dato che l'onda straordinaria è parzialmente elettromagnetica e parzialmente elettrostatica, è possibile dimostrare [1] che in risonanza l'onda perde il suo carattere elettromagnetico e diventa una pura oscillazione elettrostatica. Lungo la direzione ortogonale al campo magnetico il moto elettronico sarà quindi soggetto ad una combinazione tra l'oscillazione dovuta al campo elettrostatico e all'usuale moto ciclotronico. L'azione combinata dei moti genera traiettorie ellittiche e non circolari. La frequenza di oscillazione risultante sarà pertanto maggiore della frequenza di plasma.

L'onda L e l'onda O, al contrario non subiscono alcuna risonanza; tuttavia esse subiscono un cut-off che può essere determinato dalle equazioni riportate nella tabella 2-1, quando l'indice di rifrazione va a zero; l'onda X, invece, ha due cut-off a:

$$\omega_L = \frac{1}{2}(\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}) \quad 2-82$$

$$\omega_R = \frac{1}{2}(-\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}) \quad 2-83$$

Il diagramma di dispersione Clemmow-Mullaly-Allis (CMA) permette di evidenziare immediatamente le regioni di cut-off e di risonanza dei differenti tipi di onde all'interno del plasma in funzione di densità elettronica e campo magnetico (Figura 2-4).

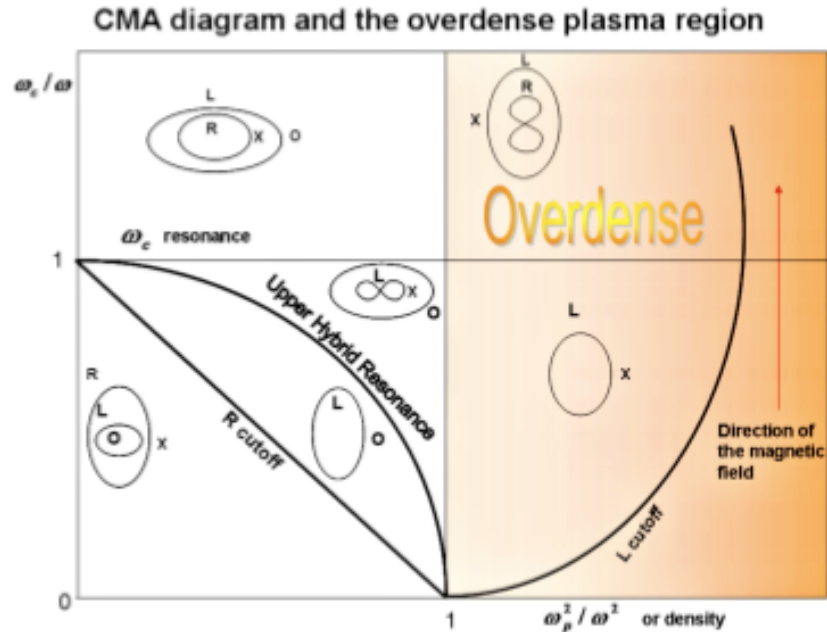


Figura 2-4: diagramma di Clemmow-Mullaly-Allis. In esso è evidenziata la regione di plasma overdense, cioè quella regione dove la densità del plasma supera la densità del modo ordinario (O).

Quando la propagazione avviene ad un determinato angolo rispetto al campo magnetico, la velocità di fase cambia con l'angolo e alcuni modi con $\vec{k} \parallel \vec{B}$ o $\vec{k} \perp \vec{B}$ cambiano continuamente l'uno nell'altro. Tale quadro complicato è notevolmente semplificato nel diagramma CMA. Esso è strettamente valido solo in approssimazione di plasma freddo ($T_e=T_i=0$), ma rappresenta un'ottima approssimazione nel momento in cui la velocità termica degli elettroni è trascurabile rispetto alla velocità di fase dell'onda, condizione valida quasi ovunque nei nostri plasmi. In tali circostanze, infatti, il plasma può comunque essere considerato in quiete durante il passaggio dell'onda.

Il diagramma riporta lungo l'asse y il rapporto ω_c/ω (proporzionale al campo magnetico) e lungo l'asse x il rapporto tra ω_p^2/ω^2 , (proporzionale alla densità del plasma). Per una data frequenza ω , ogni situazione sperimentale caratterizzata da un qualsiasi campo magnetico e da una qualsiasi densità del plasma può essere rappresentato da un punto sul grafico. Il piano complessivamente è suddiviso in diverse zone, ed i confini di ciascuna zona rappresentano i cut-off e le risonanze di cui sopra.

Per esempio, considerando un'onda X che si propaga da una regione ad alto campo magnetico, all'interno di un plasma con un valore fisso di densità, il valore del campo magnetico all'UHR può essere facilmente determinato sul grafico.

La linea verticale a $\omega_p^2/\omega^2 = 1$ è il cosiddetto cut-off dell'onda O, e corrisponde alla densità di cut-off in un plasma non magnetizzato; al di sopra di questo valore il plasma sarà chiamato overdense.

I piccoli diagrammi presenti in ogni regione (a forma di otto o ellissoidali) indicano

la variazione della velocità di fase delle diverse onde con l'angolo (considerando che il campo magnetico è diretto lungo la direzione verticale). Per tutte le 4 tipologie di onde (R, L, O, X) che possono essere individuate all'interno del diagramma, esiste un valore di densità oltre il quale queste vengono riflesse. Questo implica che la densità di un plasma eccitato tramite onde E.M non potrà mai superare tali valori di densità. Se ciò avvenisse, infatti, le onde E.M verrebbero immediatamente riflesse ed il plasma si spegnerebbe, in altre parole i plasmi generati tramite microonde sono implicitamente limitati in densità. Diverse misure sperimentali confermano questa limitazione, e mostrano, in particolare, che la densità di un plasma ECR assume al più valori leggermente superiori a quello del cut-off dell'onda O.

2.3 Il Riscaldamento ECR

Il metodo più importante e più utilizzato finora per la generazione di plasmi in laboratorio, come già detto, è il riscaldamento ECR [12]. In seguito all'accelerazione che gli elettroni subiscono all'ECR, acquisiscono abbastanza energia da collidere e ionizzare gli atomi neutri. La maniera più semplice per descrivere l'accelerazione elettronica all'ECR consiste nell'introdurre la teoria di Delacroix [13]:

Consideriamo gli elettroni soggetti all'azione di un campo elettrico sinusoidale del tipo:

$$\vec{E} = E \cos \omega t \quad 2-84$$

che interagisce con l'elettrone all' ECR. La velocità acquisita dall'elettrone risulta essere:

$$\vec{V} = \frac{q}{m} \vec{E}_+ t + \vec{\omega}_c \times \vec{r}_c + V_{\parallel} \quad 2-85$$

dove con $\vec{E}_+$ indichiamo la componente del campo elettrico oscillante polarizzata circolarmente destra, che possiamo scrivere come $\vec{E}_+ = (\hat{x} - i\hat{y})Ae^{ikz}$. I valori del raggio di Larmor $\vec{r}_c$ e della velocità parallela alle linee di campo $V_{\parallel}$ sono determinati dalle condizioni iniziali. A questo punto possono verificarsi due condizioni:

- $V_{\text{iniziale}} = 0$: in questo caso, sia $\vec{r}_c$ che $V_{\parallel}$ sono nulli, pertanto l'Eq.2-82 darà:

$$\vec{V} = \frac{q}{m} \vec{E}_+ t \quad 2-86$$

$$\vec{r}_c = \frac{\vec{E}_+}{B} t \quad 2-87$$

ossia velocità e raggio di Larmor dell'elettrone crescono linearmente al crescere di t ed inoltre non vi sono correlazioni di fase tra il campo elettrico e il moto elettronico, in quanto l'elettrone è inizialmente in quiete;

- $V_{\text{iniziale}} \neq 0$: si tratta del caso generale; la composizione tra il moto di Larmor $\vec{\omega}_c \times \vec{r}_c$ ed il moto dovuto al campo elettrico $\frac{q}{m} \vec{E}_+ t$ dipenderà dalla fase reciproca. Ancora Delacroix ha mostrato che si ha:

$$V_{\perp}(t) = \frac{q}{m} \vec{E}_+ t_0 \sqrt{\left[1 + \frac{2t}{t_0} \cos \varphi + \frac{t^2}{t_0^2}\right]} \quad 2-88$$

$$t_0 = \frac{m V_{\perp}(0)}{q E_+} \quad 2-89$$

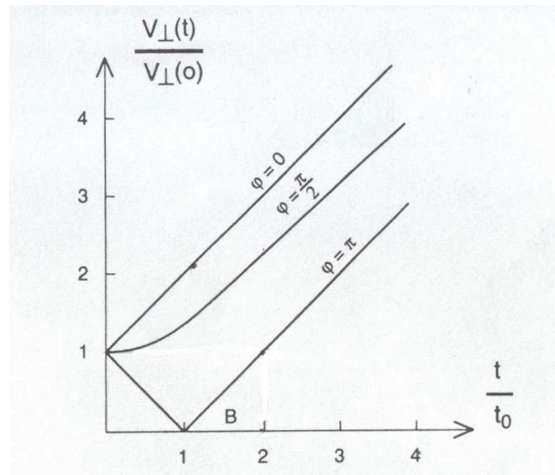


Figura 2-5: Grafico dell'andamento della velocità dell'elettrone in funzione del tempo. Si osserva la dipendenza dalla fase; tuttavia, dopo un determinato intervallo di tempo tutti gli elettroni vengono accelerati.

Dalla Eq. 2-88 si evince come al variare di t e in funzione della fase φ tra gyromotion e campo elettrico la velocità tenda ad aumentare indefinitamente, e si osserva che, per $\varphi = \pi$, l'elettrone viene dapprima decelerato, e successivamente riaccelerato nel momento in cui $t > t_0$. Per $t > t_0$ tutti gli elettroni sono accelerati proporzionalmente al tempo e indipendentemente da φ . Pertanto si ha $V_{\perp} \gg V_{\parallel 0}$, e inoltre:

$$\vec{V}_{\perp} = \frac{q}{m} \vec{E}_+ t = g c \omega t \quad 2-90$$

mentre, per l'energia ridotta si ha:

$$\frac{W_{\perp}}{m_0 c^2} = \frac{1}{2} g^2 \omega^2 t^2 \quad 2-91$$

dove m_0 indica che non si tiene conto, per il momento, di variazioni relativistiche della massa, mentre g è la quantità adimensionata:

$$g = \frac{qE}{mc\omega} \quad 2-92$$

l'elettrone viene dunque accelerato come se il campo elettrico fosse continuo.

Consideriamo adesso gli effetti relativistici generati dal repentino e sostanziale aumento di energia dell'elettrone nella risonanza ECR, in questo caso la relazione di risonanza ECR diviene:

$$\omega_{RF} = \frac{eB}{\gamma m_0} = \omega_c \quad 2-93$$

La conseguenza degli effetti relativistici è che durante il processo di assorbimento, la fase tra il gyromotion e il campo elettrico dell'onda elettromagnetica cambia gradualmente sino a raggiungere un valore per cui elettrone e campo si trovano in opposizione di fase; a questo punto, l'onda rallenterà l'elettrone sino a farlo fermare, momento in cui, come visto in precedenza, la condizione di fase sarà nuovamente in grado di consentire l'accelerazione dell'elettrone.

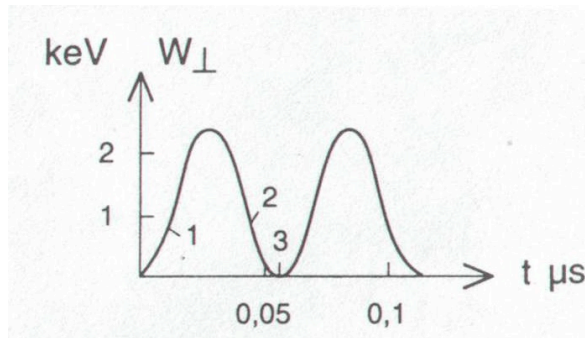


Figura 2-6: Grafico dell'andamento dell'energia dell'elettrone in funzione del tempo di permanenza nella regione ECR.

L'andamento risultante sarà quindi una pulsazione dell'energia dell'elettrone come si evince dalla figura 2-6, con energia massima raggiunta data dalla seguente espressione [3]:

$$W_{max}(KeV) = 18.8 \left[\frac{E}{B} \right]^{\frac{2}{3}} \propto mc^2 g^{\frac{2}{3}} \quad 2-94$$

con E espresso in $\left[\frac{kV}{cm} \right]$ e B in $[kGs]$.

2.3.1 Riscaldamento ECR in presenza di un gradiente di campo magnetico

La prima teoria in grado di descrivere il riscaldamento elettronico in presenza di ECR in un gradiente di campo magnetico fu proposta, alla fine degli anni sessanta, da Canobbio [14]; riassumiamo brevemente gli effetti più importanti:

- (a) l'elettrone ha un tempo di transito limitato nell'attraversamento della regione ECR e la sua energia finale dipenderà dal gradiente di campo magnetico;
- (b) la condizione di fase tra elettrone gyromotion e campo elettrico è fissata per un numero di orbite relativamente piccolo;
- (c) se l'elettrone dovesse comunque restare per molto tempo nella regione ECR, a causa degli effetti relativistici la sua energia $W_{\perp}$ rischierebbe di assumere un andamento pulsato, cancellandosi pertanto periodicamente.

Per descrivere il meccanismo della risonanza ECR si possono considerare due casi relativi alle due possibili configurazioni del gradiente di campo.

In linea di principio, il modo per poter descrivere il processo ECR-H (Electron Cyclotron Resonance Heating) è quello di definire le equazioni del moto dell'elettrone in prossimità del piano di risonanza [4]

Se consideriamo un gradiente di campo magnetico $\frac{\Delta B}{\Delta z}$ attorno al campo magnetico di risonanza B_r con :

$$\omega_c = \frac{eB_r}{m} = \omega_{RF} \quad 2-95$$

gli elettroni avranno lungo z una frequenza variabile e la fase φ non può più essere costante:

$$\omega_c(z) = \frac{eB(z)}{m} \quad 2-96$$

Inoltre per descrivere il moto degli elettroni nel piano di risonanza occorre definire uno spessore dello strato di risonanza³, e la variazione nel tempo di $\varphi(t)$ prima di assumere il valore di $\frac{\pi}{2}$, quando l'accelerazione cessa.

Pertanto la trattazione può essere effettuata in termini delle quantità adimensionate:

$$\delta = \frac{1}{|B_0|} \left[\frac{d|B_0|}{dz} \right] \frac{c}{\omega} \quad g = \frac{qE}{mc\omega} \quad Z = \frac{\omega_c}{\omega} \quad \tau = \omega t \quad 2-97$$

³Lo spessore finito dello strato di risonanza scaturisce dal fatto che l'elettrone è soggetto ad aumento della massa(effetto relativistico) e risente dell'effetto Doppler relativistico.

Nel caso di un debole gradiente di campo magnetico gli effetti del gradiente diventano trascurabili e la massima energia che l'elettrone può acquisire è data dalla relazione:

$$W_{\perp max} = mc^2 g^{\frac{2}{3}} = 2mc^2 \left(\frac{eE}{m\omega_o c} \right)^{2/3} \quad 2-98$$

oppure

$$W_{\perp max}(\text{eV}) = 1.5 \cdot 10^9 \left(\frac{E}{\omega_o} \right)^{2/3} \quad 2-99$$

Ricordiamo che $W_{\perp max}$ è ottenuta per elettroni supposti in quiete prima dell'attraversamento dello strato ECR, inoltre si può notare come $W_{\perp max}$ abbia la stessa espressione dalla massima energia raggiungibile prima che intervengano le pulsazioni relativistiche di cui si è parlato in precedenza.

In caso di forte gradiente di campo magnetico $W_{\perp}$ non solo dipende da $\left(\frac{eE}{m\omega_o c} \right)^{2/5}$ ma anche dalla ripidità dello stesso gradiente.

$$W_{\perp} \approx 2.9mc^2 \left(\frac{g^3}{\delta^2} \right)^{2/5} \quad 2-100$$

Effettuando un confronto tra le energie ottenibili con debole e forte gradiente di campo, in linea di massima possiamo affermare che le energie che si ottengono in presenza di un forte gradiente di campo magnetico sono pari a circa un terzo delle energie ottenibili in un debole gradiente di campo. La motivazione di una tale differenza è dovuta al fatto che il gradiente di campo esplicherà una forza in grado di accelerare considerevolmente la particella lungo le linee di forza del campo, riducendo in tal modo i tempi di attraversamento della regione ECR

2.4 Il riscaldamento stocastico nell'ECR

Al fine di descrivere correttamente il processo di riscaldamento dobbiamo distinguere tra l'accelerazione dell'elettrone iniziale, a causa dell'onda, dal successivo riscaldamento che si verifica quando l'adiabaticità viene violata [16],[17].

Proviamo a spiegare qualitativamente questo processo, considerando la seguente figura 2-7.

Propagazione di onde in un plasma

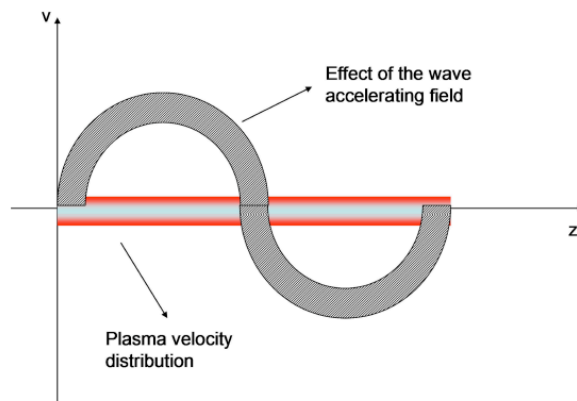


Figura 2-7: Immagine semplificata di una interazione onda-plasma nello spazio delle fasi. In un modello uni-dimensionale, il plasma si estende lungo l'asse z con una data distribuzione delle velocità.

La figura rappresenta il plasma nello spazio delle fasi ad una dimensione che si estende lungo l'asse z , in cui sull'asse verticale è riportata la velocità degli elettroni. I colori della lastra del plasma rappresentano le diverse energie degli elettroni, tali che gli elettroni lontani dalla asse z hanno una energia cinetica più alta, mentre la temperatura elettronica è strettamente connessa allo spessore della lastra.

L'onda che trasporta il campo elettrico, di una data ampiezza, interagisce con il plasma. Per semplicità, supponiamo che la lunghezza d'onda sia paragonabile con la dimensione del plasma; l'onda accelera le particelle del plasma in accordo col segno del campo. Come mostrato in figura, quando il campo elettrico è più intenso gli elettroni guadagnano più energia, mentre gli altri rimangono in prossimità dell'asse z e, se trascuriamo gli effetti non conservativi, l'interazione è completamente di tipo adiabatica. Il plasma mantiene la sua temperatura, perché lo spessore della lastra rimane invariato, ma comunque una grande quantità di elettroni sarà fortemente accelerata ed in grado di ionizzare gli atomi.

Tuttavia, le collisioni (nel caso di plasmi collisionali), o gli effetti stocastici rompono l'invarianza adiabatica e portano alla diffusione delle particelle nello spazio delle fasi.

La Figura 2-8 mostra che col passare del tempo gli effetti stocastici iniziano a svolgere un ruolo importante nelle dinamiche di interazione onde-plasma. Questo porta all'ampliamento dell'area del plasma nello spazio delle fasi, che è un segno dell'avvenuto riscaldamento.

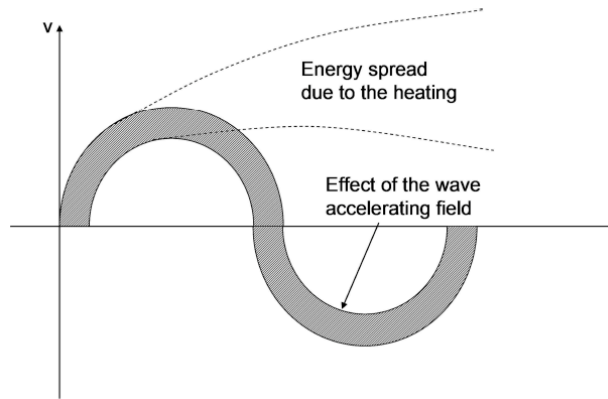


Figura 2-8: Diffusione della velocità degli elettroni nello spazio delle fasi a causa dell'attivazione degli effetti stocastici

Per capire meglio come il riscaldamento si sviluppa nell'interazioni onda-elettrone, è utile introdurre il concetto di separatore (separatrix):

Le particelle che interagiscono in maniera risonante con l'onda E.M possono essere considerate intrappolate all'interno dell'onda stessa. Considerando un sistema di riferimento in moto alla stessa velocità dell'onda, possiamo dire che gli elettroni che hanno una velocità simile possono oscillare all'interno del campo dell'onda.

Il potenziale dell'onda avrà la forma:

$$\varphi(z) = \varphi_0 \sin(\omega t - kz) \quad 2-101$$

All'interno del potenziale dell'onda l'elettrone si muove con velocità v_e (ricordiamo che il sistema di riferimento è in moto alla stessa velocità dell'onda)

Poiché l'energia si conserva, si avrà punto per punto:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 + e\varphi(z) = \epsilon = \text{cost} \quad 2-102$$

la velocità degli elettroni pertanto è:

$$v_e = \pm \sqrt{\frac{2\epsilon - 2e\varphi(z)}{m}} \quad 2-103$$

Le particelle alla base del potenziale dell'onda, ossia perfettamente in fase col moto dell'onda, stanno esattamente al centro di ciascun separatore e la loro traiettoria nello spazio delle fasi sarà un punto; se l'elettrone si trova vicino al minimo di potenziale, comincerà ad oscillare attorno al punto di equilibrio, similmente al meccanismo oscillatorio per piccole ampiezze di oscillazioni.

Finché la perturbazione è piccola, il moto attorno al minimo sarà armonico, e nello

spazio delle fasi questo moto sarà rappresentato da una traiettoria ellissoidale. A velocità elettroniche sempre più elevate corrisponderanno traiettorie ellittiche sempre più grandi. La traiettoria ellittica di maggiori dimensioni si ha per $\epsilon = e\varphi(z)$; essa definisce la dimensione massima delle traiettorie per cui l'elettrone è confinato, per energie maggiori l'elettrone infatti ha modo di fuggire dal potenziale dell'onda ed entrare nella buca di potenziale di altre onde. Gli ellissi di dimensione massima definiscono i separatori. Lo spazio delle fasi sarà quindi suddiviso in un insieme di separatori, come mostrato in figura 2-9.

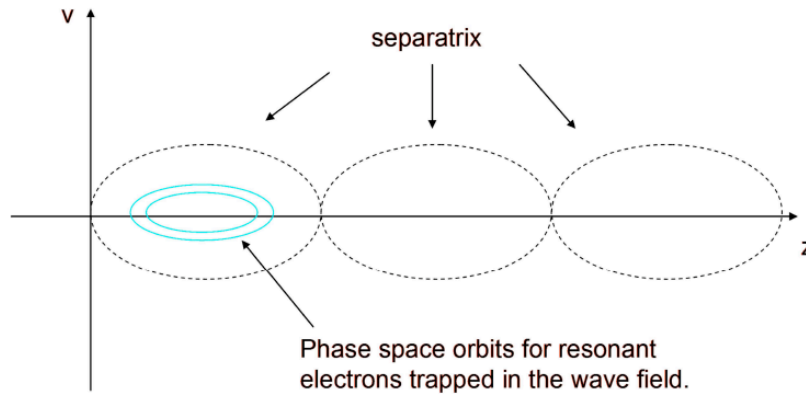


Figura 2-9: Definizione del concetto di separatrice nello spazio delle fasi. Si mostrano le traiettorie nello spazio delle fasi degli elettroni intrappolati dall'onda in condizioni di risonanza.

Quando l'energia elettronica diventa confrontabile con $\varphi(z)$, il moto elettronico non può più essere considerato armonico, l'elettrone si allontana molto dalla posizione di equilibrio, in posizione dove il potenziale non può più essere linearizzato) e cominciano ad insorgere effetti non lineari e caotici.

Sono tali effetti a provvedere alla randomizzazione degli impulsi e quindi al riscaldamento stocastico degli elettroni. In assenza di tali effetti, infatti, gli elettroni potrebbero esclusivamente aumentare la loro energia cinetica nei passaggi per la risonanza, ma non sarebbe assolutamente spiegabile il riscaldamento termico degli stessi.

2.5 Le onde di Bernstein

Generalmente la propagazione di onde E.M. in un plasma magnetizzato uniformemente, può essere descritto dal modello a "plasma freddo" in cui elettroni e ioni sono considerati come due fluidi con $T_{e,i} = 0$. Come mostrato nei paragrafi precedenti, i plasmi generati tramite onde E.M. sono per loro stessa natura limitati in densità: qualunque sia la frequenza del campo E.M che stiamo utilizzando, esisterà sempre un valore massimo di densità che il nostro plasma non potrà mai superare.

Questo chiaramente è un enorme limite del meccanismo fisico in uso, e costringe i ricercatori ad aumentare in continuazione la frequenza del campo E.M per avere plasmi sempre più densi e quindi migliorare le prestazioni della sorgente in termini di corrente

estratta e stato di carica medio. Negli ultimi anni la ricerca sta cercando di superare il limite intrinseco nel riscaldamento ECR tramite l'utilizzo di metodiche di riscaldamento alternative. Recentemente, per ovviare a tale problema si sono attenzionate le onde di Bernstein (EBW), così chiamate dopo che Ira B. Bernstein ha effettuato un'analisi teorica di queste onde nel 1958. [17]. Esse presentano le seguenti caratteristiche:

- Si propagano perpendicolarmente alla direzione del campo magnetico;
- Non hanno limiti di densità per la propagazione come le onde elettromagnetiche;
- Hanno lunghezza d'onda dell'ordine del raggio di Larmor;
- Hanno velocità di gruppo dell'ordine della velocità termica elettronica.

Dal paragrafo 2.2.1, ricordiamo che per un'onda elettromagnetica che si propaga in un plasma freddo magnetizzato possiamo calcolare il campo elettrico a partire dalle equazioni di Maxwell [18]:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} + \frac{4\pi i}{c^2} \vec{J} \quad 2-104$$

Trascurando il moto degli ioni possiamo riscrivere l'Eq.2-101 come segue:

$$\begin{aligned} (k_y^2 + k_z^2 - k_0^2 + K^2)E_x + ik_y \frac{\partial E_y}{\partial x} + ik_z \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{i\omega_c}{\omega} K^2 E_y &= 0 \\ ik_y \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{i\omega_c}{\omega} K^2 E_x - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_z^2 - k_0^2 + K^2)E_y - k_y k_z E_z &= 0 \quad 2-105 \\ ik_z \frac{\partial E_x}{\partial x} - k_y k_z E_y - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \left(k_y^2 - k_0^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)E_z &= 0 \end{aligned}$$

in cui $K^2 = k_0^2 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \right)$. Pertanto per l'onda X avremo:

$$[\omega^2 - \omega_h^2]E_x + i \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega} E_y = 0 \quad 2-106$$

All'UHR, dove $\omega = \omega_h$, il campo elettrico dell'onda X è diretto longitudinalmente al vettore d'onda $\vec{k}$ (Eq. 2-102) così l'onda diventa puramente elettrostatica e prende il nome di onde di Bernstein.

$$E_y = 0 \quad \vec{E} = E_x \hat{x} \quad \text{con } \vec{k} = k_x \hat{x} \quad 2-107$$

Le onde di Bernstein quindi [19], sono onde longitudinali, ossia il campo elettrico è diretto parallelamente alla direzione di propagazione, sono sostenute dal moto coerente degli elettroni attorno alle linee di forza del campo magnetico. Si può pensare quindi ad

elettroni che si muovono in fronti di compressione e rarefazione perpendicolare al campo magnetico (Figura 2-10), con lunghezza d'onda λ dell'ordine del raggio di Larmor ($\rho_L = \frac{mv_{th}c}{eB}$).

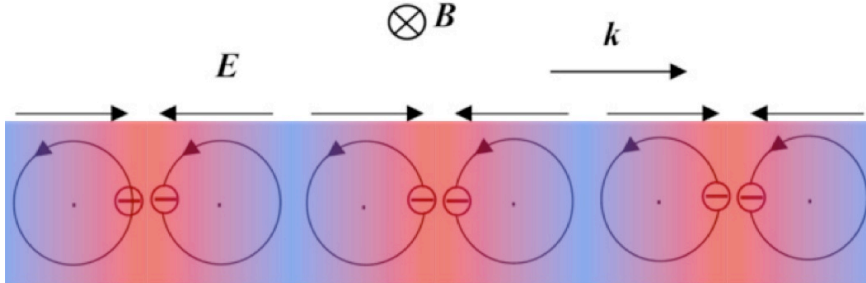


Figura 2-10: rappresentazione delle onde di Bernstein elettroniche. La rotazione collettiva in fase degli elettroni attorno ai loro centri guida sostengono le EBW longitudinale. Le regioni rosse e blu sono state aggiunte per visualizzare l'accumulo e la mancanza periodica di carica.

La relazione di dispersione delle onde di Bernstein può essere ricavata attraverso una trattazione di plasma caldo, (ossia in cui viene presa in considerazione la velocità termica degli elettroni)[1]:

$$1 + \left(\frac{k_B v_T}{\omega_{pe}} \right) = e^{(-k_B^2 r_L^2)} I_0(k_B^2 r_L^2) - 2 \left(\frac{\omega}{\omega_{ce}^2} \right) \sum_q e^{(-k_B^2 r_L^2)} \frac{I_q(k_B^2 r_L^2)}{\left(q^2 - \frac{\omega^2}{\omega_{ce}^2} \right)} \quad 2-108$$

Dove v_T è la velocità termica degli elettroni, r_L è il raggio di Larmor e I_q è la funzione di Bessel del primo ordine di argomento immaginario e $q=1,2,\dots,N$.

Analogamente a quanto fatto per le onde elettromagnetiche, anche per le onde elettrostatiche di Bernstein è possibile calcolare i cut-off e le risonanze a partire dalla relazione di dispersione. La risonanza si ha quando il denominatore dell'equazione 2-103 tende a zero: questo avviene quando $\left(q^2 - \frac{\omega^2}{\omega_{ce}^2} \right) = 0$, cioè quando $B=B_{ECR}$. Le onde di Bernstein sono quindi assorbite alla risonanza ECR ed alle armoniche della risonanza ECR. La risonanza ECR può anche essere considerata la prima armonica, in quando si ottiene per $q=1$, $B_{ECR}/2$ sarà la seconda armonica, e così via. Le onde di Bernstein non presentano alcun cut-off in densità, come visibile in figura 2-11, e quindi possono continuare a propagarsi anche in un plasma sovradensito. Proprio per questa caratteristica questo meccanismo può rappresentare un metodo di plasma heating innovativo ed alternativo per le sorgenti di ioni del futuro [20].

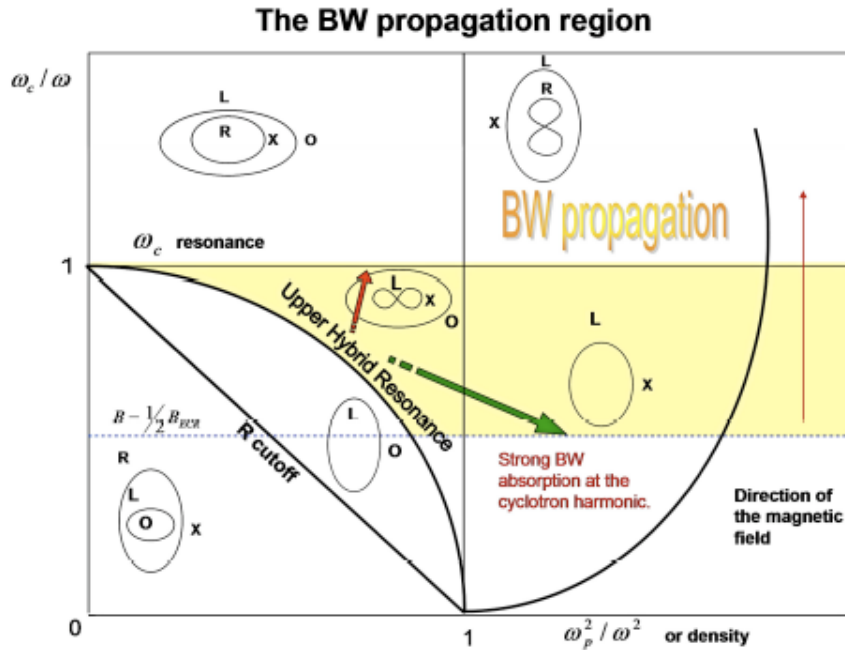


Figura 2-12: Rappresentazione sul diagramma CMA della possibile regione di propagazione per le onde Bernstein.

2.6 Instabilità parametrica

Un'analisi maggiormente quantitativa della conversione modale tra onda elettromagnetica di tipo X ed onda elettrostatica di Bernstein, introdotta nel paragrafo precedente, fa uso del concetto di instabilità parametrica. Attraverso questo tipo di instabilità l'onda elettromagnetica di tipo X, in prossimità della risonanza UHR, riesce a mettere a trasmettere parte della propria energia a modi di oscillazione del plasma di natura assolutamente diversa, quali le onde di Bernstein e le onde ioniche, introdotte nel paragrafo 2.1.2

Per meglio spiegare il processo è utile descrivere un analogo meccanico [1]. Consideriamo due oscillatori di massa M_1 e M_2 , e frequenza ω_1 e ω_2 , fissati ad una sbarra sostenuta da un perno (P) che può muoversi con frequenza ω_0 (Figura 2-14). Se supponiamo sia P che M_2 in movimento, lo spostamento di M_1 sarà proporzionale allo spostamento di M_2 e alla lunghezza del braccio della leva, e varierà nel tempo come:

$$\cos \omega_2 t \cos \omega_0 t = \frac{1}{2} \cos[(\omega_2 + \omega_0)t] + \frac{1}{2} \cos[(\omega_2 - \omega_0)t] \quad 2-109$$

Da cui se ω_1 è uguale a $\omega_2 + \omega_0$ o $\omega_2 - \omega_0$, M_1 sarà in risonanza e aumenterà la propria ampiezza, così non appena M_1 comincia ad oscillare, M_2 guadagnerà energia in quanto una delle frequenze di battimento di ω_1 con ω_0 sarà ω_2 . A questo punto il sistema sarà instabile, in quanto i due oscillatori sono in movimento e ognuno potrà eccitare l'altro.

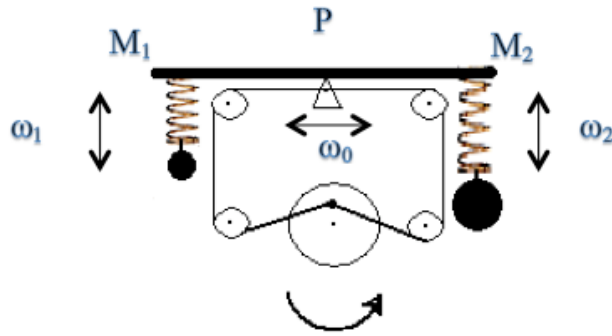


Figura 2-13: analogo meccanico dell'instabilità parametrica

Per una trattazione quantitativa del fenomeno consideriamo due oscillatori armonici collegati l'uno all'altro e azionati da una forza sinusoidale di tipo elettrico. Il primo oscillatore armonico sarà quindi azionato da una forza proporzionale al campo elettrico $\bar{E}_0 = E_0 \cos \omega_0 t$ e all'ampiezza di oscillazione del secondo oscillatore $\bar{x}_2$:

$$\frac{d^2 \bar{x}_1}{dt^2} + \omega_1^2 \bar{x}_1 = c_1 \bar{x}_2 \bar{E}_0 \quad 2-110$$

In maniera analoga per x_2 si ottiene:

$$\frac{d^2 \bar{x}_2}{dt^2} + \omega_2^2 \bar{x}_2 = c_2 \bar{x}_1 \bar{E}_0 \quad 2-111$$

Effettuando il cambio di variabili $\bar{x}_1 = x_1 \cos \omega t$, $\bar{x}_2 = x_2 \cos \omega' t$ è possibile riscrivere l'Eq. 2-106 come:

$$\begin{aligned} (\omega_2^2 - \omega'^2) x_2 \cos \omega' t &= c_2 x_1 E_0 \cos \omega_0 t \cos \omega t = \\ &= c_2 x_1 E_0 \frac{1}{2} \{ \cos [(\omega_0 + \omega) t] + \cos [(\omega_0 - \omega) t] \} \end{aligned} \quad 2-112$$

Ovvero l'oscillatore $\bar{x}_2$ può essere eccitato con frequenze:

$$\omega' = \omega_0 \pm \omega \quad 2-113$$

Nel caso in cui ω sia piccolo, dall'Eq. 2-108 è possibile vedere che entrambe le quantità di ω' risiedono all'interno della frequenza di $\bar{x}_2$, per cui è possibile ipotizzare l'esistenza di due oscillatori $\bar{x}_2 = (\omega_0 + \omega)$ e $\bar{x}_2 = (\omega_0 - \omega)$, pertanto inserendo nell'Eq. 2-107 $\bar{x}_1 = x_1 \cos \omega'' t$ e $\bar{x}_2 = x_2 \cos [(\omega_0 \pm \omega) t]$ otteniamo:

$$\begin{aligned}
 (\omega_1^2 - \omega''^2)x_1 \cos \omega'' t &= c_1 x_2 E_0 \frac{1}{2} (\{ \cos[\omega_0 + (\omega_0 \pm \omega)]t \} \\
 &+ \{ \cos[\omega_0 - (\omega_0 \pm \omega)]t \}) \\
 &= c_1 x_2 E_0 \frac{1}{2} \{ \cos[(2\omega_0 \pm \omega)t] + \cos \omega t \}
 \end{aligned}
 \tag{2-114}$$

da cui è possibile eccitare non solo l'oscillazione originale $\bar{x}_1(\omega)$ ma anche le nuove frequenze $\omega'' = 2\omega_0 \pm \omega$. Se consideriamo il caso in cui $|\omega_0| \gg |\omega_1|$ il termine $\bar{x}_1(2\omega_0 \pm \omega)$ può essere trascurato ed in definitiva possiamo considerare i tre oscillatori:

$$\bar{x}_1(\omega) \quad \bar{x}_2 = (\omega_0 + \omega) \quad \bar{x}_2 = (\omega_0 - \omega), \tag{2-115}$$

Pertanto dall'Eq. 2-110 e dall'Eq. 2-111 si ottiene:

$$\begin{aligned}
 (\omega_1^2 - \omega^2)x_1(\omega) - c_1 \bar{E}_0(\omega) [\bar{x}_2(\omega_0 + \omega) + \bar{x}_2(\omega_0 - \omega)] &= 0 \\
 [\omega_2^2 - (\omega_0 - \omega)^2] \bar{x}_2(\omega_0 - \omega) - c_2 \bar{E}_0(\omega_0)x_1(\omega) &= 0 \\
 [\omega_2^2 - (\omega_0 + \omega)^2] \bar{x}_2(\omega_0 + \omega) - c_2 \bar{E}_0(\omega_0)x_1(\omega) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2-116}$$

Da cui è possibile ricavare la relazione di dispersione:

$$\begin{vmatrix}
 \omega^2 - \omega_1^2 & c_1 \bar{E}_0 & c_1 \bar{E}_0 \\
 c_2 \bar{E}_0 & (\omega_0 - \omega)^2 - \omega_2^2 & 0 \\
 c_2 \bar{E}_0 & 0 & (\omega_0 + \omega)^2 - \omega_2^2
 \end{vmatrix} = 0 \tag{2-117}$$

la cui soluzione $Im(\omega) > 0$ indica instabilità.

Per piccole variazioni di frequenza e debole smorzamento, è possibile considerare ω e ω' all'incirca uguali alle frequenze ω_1 e ω_2 in modo che l'Eq. 2-113 porti ad avere la condizione:

$$\omega_0 = \omega_1 \pm \omega_2 \quad e \quad \vec{k}_0 = \vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 \tag{2-118}$$

Da un punto di vista fisico, le equazioni 2-113, non rappresentano altro che la conservazione dell'energia e dell'impulso durante la conversione. L'onda di tipo X, quindi, all'UHR genererà due onde, una elettronica ad alta frequenza, l'onda di Bernstein, ed una a bassa frequenza, di tipo ionico, che si propagheranno in direzioni opposte.

Una misura di campo elettromagnetico effettuata in concomitanza con il fenomeno di conversione modale deve quindi rivelare la presenza di onde ioniche. La presenza del termine del tipo $\omega_0 \pm \omega$ porta inoltre alla formazione di picchi secondari attorno alla frequenza principale dell'onda incidente, denominate sidebands e anch'esse caratteristiche peculiari del meccanismo di conversione modale. In definitiva, il processo di conversione modale sarà contraddistinto dal verificarsi di due effetti:

- La comparsa di onde ioniche nel range del MHz
- La comparsa di sidebands attorno alla frequenza principale.

2.6.1 Modi di conversione delle onde elettromagnetiche in EBW

Le onde di Bernstein sono onde elettrostatiche e pertanto non possono essere generate esternamente attraverso generatori come avviene per le onde elettromagnetiche.

La generazione delle EBW può avvenire attraverso tre tecniche che sfruttano il processo di conversione dei modi O o X all'UHR:

- Lanciando un modo X ;
- Lanciando obliquamente un modo O dalla regione a basso campo magnetico (conversione O-X-B);

Nel meccanismo di conversione X-B, un'onda X proveniente dalla regione di alto campo magnetico, si propaga attraverso la superficie dell'ECR. L'indice di rifrazione del modo X aumenta vicino all'UHR ed è convertita in EBW a causa della temperatura finita degli elettroni [21].

Se invece l'onda X è lanciata dalla regione di basso campo magnetico può avvenire "l'effetto tunnel" nella regione evanescente tra il cut-off R e l'UHR. Se tale regione è abbastanza stretta, infatti parte dell'onda viene trasmessa al modo SX, e parte viene assorbita; la componente assorbita è la frazione che si converte in EBW, mentre la parte trasmessa incontrerà il cut-off L.

Per meglio spiegare la conversione O-X-B utilizziamo il diagramma CMA, in quanto abbiamo già mostrato essere un metodo efficace per tracciare il percorso di propagazione dell'onda all'interno del plasma per diversi valori di densità e campo magnetico.

La figura 2-14 mostra il percorso di un modo O lanciato obliquamente (rispetto al campo magnetico), che viaggia, verso il cut-off O, da un più alto valore di campo magnetico ad uno inferiore. Se l'angolo di iniezione è corretto, il modo O si converte nel modo X. La regione tra l'UHR (che funziona come un cut-off X) e il cutoff R è vietata all'onda X (come mostrato in figura 2-15), pertanto in questa regione il modo X diventa evanescente ed è convertito nell'onda di Bernstein secondo il meccanismo descritto precedentemente [22]. Le BW così generate si muoveranno verso la regione di alta densità fino ad essere assorbite alle armoniche.

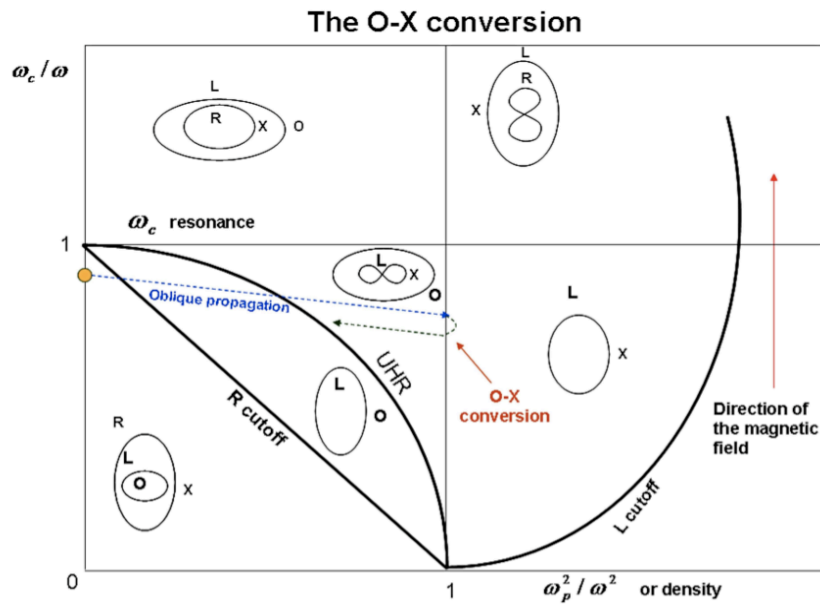


Figura 2-14: Il diagramma CMA mostra il percorso di un modo O lanciato obliquamente con la successiva conversione in modo X al cut-off O.

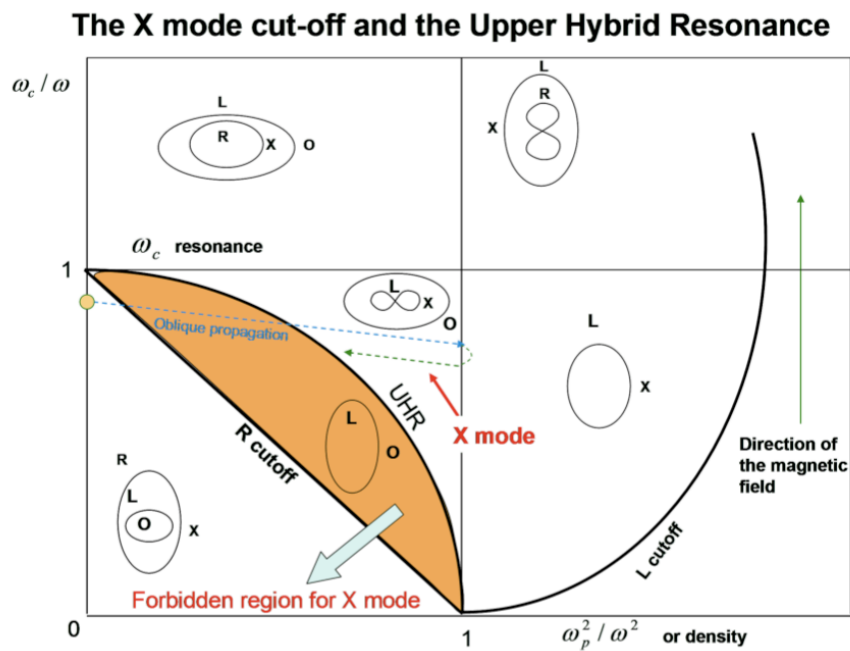


Figura 2-15: regione proibita per il modo X; conversione all'UHR in onda di Bernstein.

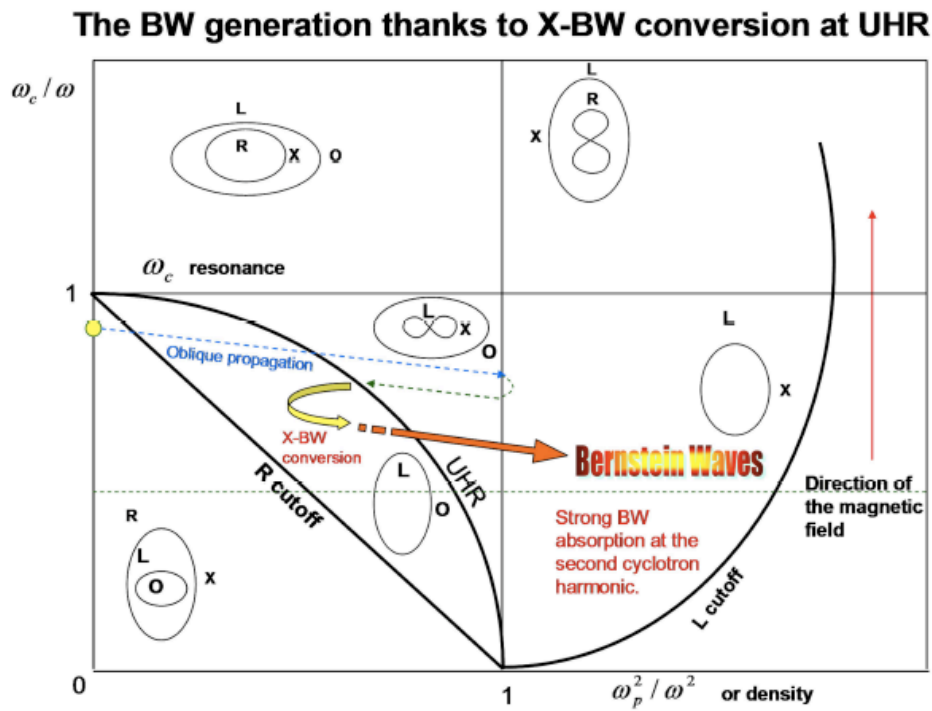


Figura 2-16: descrizione del meccanismo di conversione O-X-B, traiettoria seguita dall'onda di Bernstein con relativo assorbimento alla prima armonica.

Capitolo 3.

Sorgenti di ioni ed apparato sperimentale (Plasma Reactor)

3.1 Caratteristiche delle sorgenti di ioni

Per sorgente Per sorgente di ioni si intende definire una macchina in grado di produrre un plasma con particolari caratteristiche, e quindi di estrarre il contenuto ionico con una determinata distribuzione di carica e corrente. Si tratta perciò di studiare quali metodologie siano più consone per ottenere un determinato stato di carica o un fissato valore di corrente ionica necessari al particolare apparato acceleratore di cui si dispone.

In funzione dell'uso che se ne vuol fare, talvolta si preferiscono alti stati di carica (acceleratori per Fisica Nucleare, quali Ciclotroni o Sincrotroni), altre volte correnti molto intense per stati di carica medio-bassi, o addirittura per protoni o ioni monocarichi (sorgenti per ADS – Accelerator Driven System, sorgenti a spallazione per neutroni, più in generale acceleratori ad alta brillantezza quali RFQ, Linac).

Inoltre per applicazioni specifiche è richiesta un'alta affidabilità, un'alta efficienza e una buona emittanza.

Quanto richiesto dal primo punto è giustificato dal fatto che per un ciclotrone l'energia raggiungibile nel processo di accelerazione ha una proporzionalità del tipo:

$$\frac{\varepsilon}{A} \propto \frac{q^2}{m^2} \quad 3-1$$

cioè l'energia dello ione aumenta in funzione del quadrato della carica mentre per un acceleratore lineare si ha:

$$\varepsilon = q\Delta V \quad 3-2$$

con ΔV differenza di potenziale accelerante. Pertanto, un incremento della carica ionica di un fattore due, nel caso del ciclotrone, porta ad un aumento di energia pari a quattro volte l'energia iniziale. In un acceleratore lineare, l'energia sarà invece pari al doppio dell'energia iniziale.

3.1.1 Parametri di Qualità

Le caratteristiche fondamentali del fascio estratto da una sorgente sono: stato di carica, corrente.

La grandezza Q , data dal prodotto tra il tempo di vita degli ioni nel plasma τ_i e la densità elettronica del plasma n_e :

$$Q = n_e \tau_i \quad 3-3$$

misura la capacità di una sorgente di produrre elevati stati di carica.

Ciascuna sorgente, in base alle proprie caratteristiche costitutive avrà una propria capacità di incrementare n_e o τ_i o di trovare un compromesso che ottimizzi il loro prodotto.

La corrente è ancora una volta proporzionale a n ma inversamente proporzionale a τ :

$$I \propto \frac{n}{\tau} \quad 3-4$$

Dunque si punterà su sistemi a confinamento del plasma soltanto qualora si volessero ottenere ioni molteplici carichi. Si ha infatti:

$$\langle q \rangle \propto n\tau \quad 3-5$$

Altrimenti laddove si necessiti di elevate correnti di fascio, è più importante puntare sulla densità elettronica.

L'incremento della densità elettronica dei plasmi che operano in qualità di sorgenti di ioni costituisce dunque l'aspetto scientifico chiave sul quale sta lavorando la comunità scientifica.

3.2 Sorgenti ad alti stati di carica e sorgenti ad alta intensità

Le principali sorgenti in grado di produrre fasci di ioni a carica multipla sono:

1. PIG - Penning Ion Sources;
2. EBIS - Electron Beam Ion Sources;
3. LIS - Laser Ion Sources;
4. ECRIS - Electron Cyclotron Ion Sources.

3.2.1 Sorgenti PIG

La struttura delle sorgenti PIG [23] si compone essenzialmente di un anodo cavo ai cui estremi sono posizionati due catodi. Immesso il gas nel dispositivo, la ionizzazione avviene mediante urti successivi con gli elettroni prodotti dai catodi. I catodi inoltre, in virtù del loro effetto repulsivo, costringono gli elettroni ad oscillare all'interno dell'anodo, consentendo il raggiungimento di una notevole efficienza di ionizzazione e l'ottenimento di alti stati di carica.

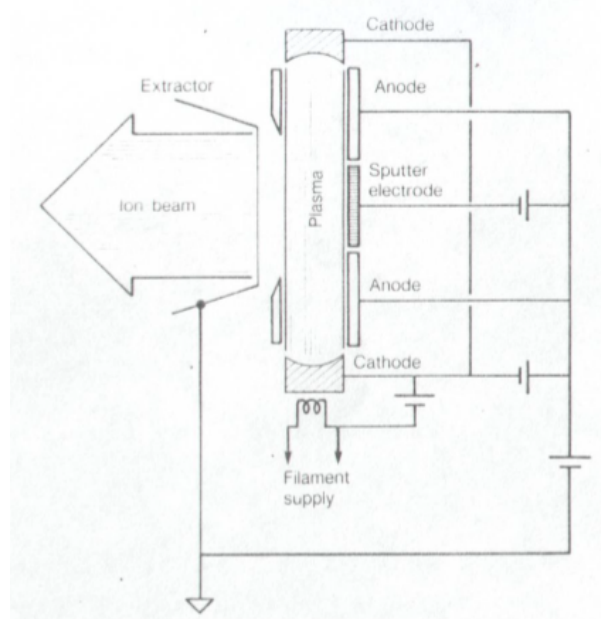


Figura 3-1: schema di una PIG

Spesso si associa un forte campo magnetico assiale allo scopo di confinare ulteriormente gli elettroni all'interno dell'anodo, in particolare nelle regioni centrali di quest'ultimo. In questo modo si facilita il processo di ionizzazione in quanto gli elettroni generano una buca di potenziale per gli ioni positivi che avranno un confinamento più lungo e potranno subire ulteriori urti e quindi ulteriori ionizzazioni. Ioni moltiplicemente carichi possono essere prodotti in quanto le densità elettroniche raggiunte sono elevate ($n_e \leq 10^{13}$) e la pressione del gas in camera è molto bassa

Per quanto riguarda l'estrazione del fascio essa può avvenire mediante due diversi modi: in un estrattore posto assialmente rispetto all'anodo, o attraverso una fessura praticata lateralmente all'anodo stesso, come nel caso mostrato in Figura 3-1.

3.2.2 Sorgenti EBIS

Nelle sorgenti EBIS [23] denso fascio di elettroni viene focalizzato da un intenso campo magnetico generato da un solenoide nella regione centrale di quest'ultimo. In analogia con quanto visto per le sorgenti PIG, si genera una buca di potenziale per gli ioni, come si può vedere dalla seconda della Figura 3-2, dovuta alla presenza di elettroni, permettendo di raggiungere alti stati di carica. Inoltre, elettrodi cilindrici caricati positivamente circondano il dispositivo e operano un effetto di aumento del confinamento ionico nella regione assiale del solenoide.

Gli atomi che subiscono ionizzazione per impatto con il fascio di elettroni, vengono immediatamente confinati, permettendo così le ionizzazioni successive.

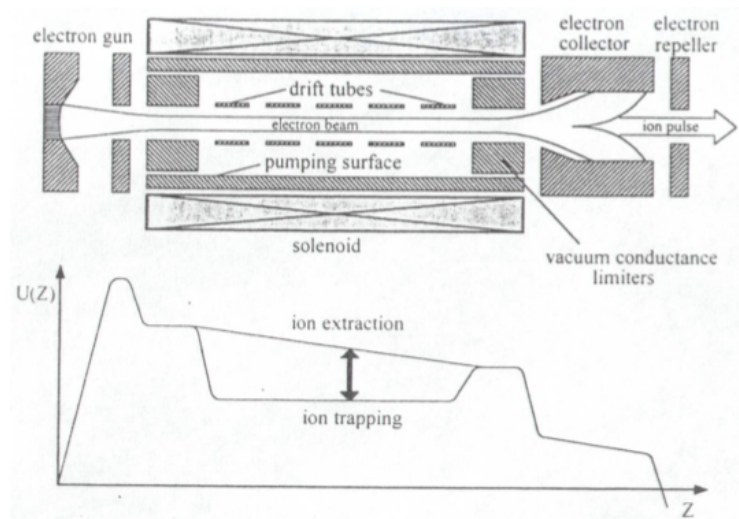


Figura 3-2: schema di una EBIS

Si osserva che malgrado gli altissimi stati di carica raggiungibili aumentando il tempo di confinamento, i massimi valori di corrente non vanno oltre alcune unità di nA.

Ricordiamo che $Q = \tau_i n_e$ ma si ha pure che la corrente estratta varia seconda l'Eq. 3-4 pertanto ottenere alti stati di carica aumentando τ_i senza d'altra parte aumentare n_e implica una notevole riduzione della corrente estratta e ciò spiega una così piccola quantità di ioni estratti. Tali sorgenti vengono tipicamente utilizzate qualora si abbia la necessità di ottenere ioni altamente carichi: utilizzando una variante delle EBIS, le cosiddette EBIT - Electron Beam Ion Trap, è stato per esempio possibile ottenere la completa ionizzazione dell'uranio, seppur in esigue quantità.

3.2.3 Sorgenti LIS

Le sorgenti di tipo LIS [23] funzionano mediante focalizzazione di luce laser su un bersaglio (target) di materiale solido. Se si raggiunge un'adeguata densità di potenza sul target è possibile indurre una repentina evaporazione del materiale, il cosiddetto plasma plume. Gli elettroni del plasma, che si è generato nel processo di evaporazione, sono riscaldati dalla radiazione laser fino a centinaia di eV (anche fino ad alcuni keV) e la ionizzazione può così procedere per mezzo di urti elettrone-ione.

Il processo dipende fortemente dalla densità di potenza raggiunta; vediamo che la temperatura elettronica T_e e la distribuzione degli stati di carica ne dipendono come nella seguente espressione:

$$T_e \approx (P\bar{Z})^{\frac{2}{7}} \quad 3-6$$

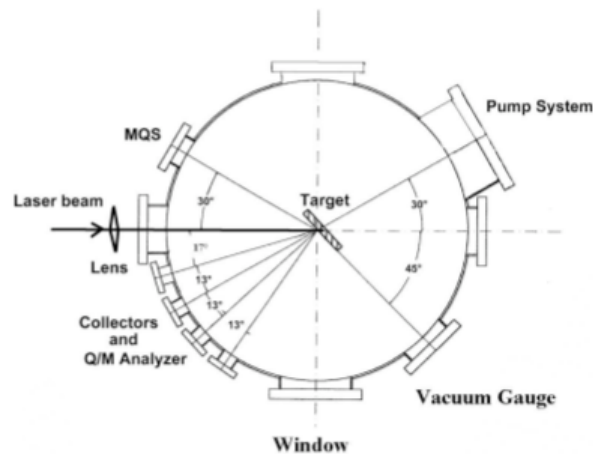


Figura 3-3: schema di una LIS

Una delle principali problematiche cui si va incontro utilizzando le LIS è la difficoltà nell'abbreviare i tempi di pulsazione del fascio, in quanto il laser necessita di una ricarica più o meno lunga per ritornare a livelli di potenza emessi ottimali per la produzione del plasma.

3.2.4 ECR Ion Sources

Le sorgenti ECR prendono il loro nome dalla proprietà degli elettroni per la quale essi danno luogo ad assorbimento risonante di onde elettromagnetiche in presenza di un campo magnetico statico. Possiamo vedere che attraverso un opportuno sistema di iniezione di gas e di microonde all'interno di una camera sotto vuoto e grazie ad un opportuno sistema di confinamento magnetico, è possibile riscaldare i pochi elettroni liberi presenti nel gas per mezzo dell'ECR e produrre un plasma grazie agli urti ionizzanti elettrone-ione.

Mostriamo in figura lo schema di questo tipo di sorgente:

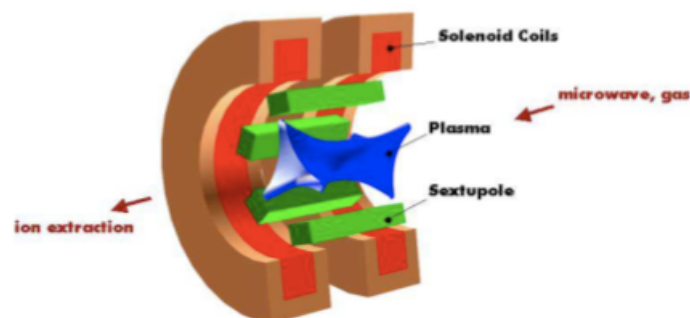


Figura 3-4: schema di sorgente ECR

I costituenti una sorgente ECR possono essere riassunti come segue:

- *Cavità risonante*: si tratta di una camera da vuoto contenente il plasma che funge da cavità risonante per le microonde necessarie affinché si possa avere la risonanza ECR. Essa viene isolata dal sistema magnetico e solitamente caricata positivamente per consentire l'estrazione degli ioni;
- *Sistema di magneti per il confinamento magnetico del plasma*: è formato da due o più solenoidi che generano un campo di tipo Simple Mirror per il confinamento assiale e da un multipolo magnetico (solitamente un esapolo) per migliorare il confinamento radiale del plasma;
- *Sistema di iniezione del gas e iniezione delle microonde* per la creazione del plasma;
- *Estrattore* dei fasci di ioni con differenti stati di carica presenti nel plasma.

Opportuni generatori (Magnetron, TWT) forniscono le microonde, le cui frequenze possono andare da circa 2 GHz sino a circa 30 GHz, e che sono convogliate nella camera del plasma mediante guide d'onda circolari o rettangolari. Ricordiamo che l'Electron Cyclotron Resonance può verificarsi laddove è soddisfatta la relazione $\omega_{RF} = \frac{qB}{m}$, con m e q rispettivamente massa e carica dell'elettrone, B campo magnetico e ω frequenza delle microonde.

Senza la presenza di un campo magnetostatico non sarebbe possibile ottenere ECR, ma anche la forma di tale campo è importante, poichè da questa dipende la capacità di confinare il plasma.

L'assorbimento risonante conferisce agli elettroni sufficiente energia per ionizzare gli atomi neutri del gas immesso nella camera di plasma. Riferendoci ancora una volta all'Eq. 3-3, poichè per le ECRIS solitamente $n_e \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, il raggiungimento di un ottimale valore del parametro Q è possibile solo quando $\tau_i \approx 10^{-2}$ sec, in quanto si è visto che un valore accettabile di Q deve attestarsi attorno a 10^{10} cm^{-3} per ottenere ioni leggeri completamente strippati.

3.3 Sorgenti di ioni ad alta intensità (Microwave Discharge ion sources)

Semplificazione dello schema tecnologico delle ECRIS ha consentito di realizzare le cosiddette MDIS, o "sorgenti a scarica di microonde". Per le MDIS il ruolo del campo magnetico non è cruciale come per la produzione di fasci di ioni altamente carichi (ECRIS), in quanto vengono impiegate per la produzione di fasci di ioni monocarichi (tipicamente protoni) ma ad alta intensità di corrente. Sebbene lo schema magnetico risulti essere fortemente semplificato, esso gioca tuttavia il duplice ruolo di facilitare l'interazione onda-elettrone, rendendo possibile la rapida eccitazione del plasma, e di incrementare il tempo di vita degli elettroni (comunque costretti a seguire un moto alla Larmor) incrementando così la probabilità di ionizzazione. Il campo magnetico non ha bisogno di una struttura confinante perché in una High Current Source (HCS) devono

essere prodotti ioni carichi singoli o doppi; più importante risulta essere, invece, la densità di plasma, che è il parametro cruciale per ottenere correnti elevate.

3.3.1 Versatile ion source VIS

Ai INFN-LNS di Catania sono state realizzate nel corso degli anni diverse sorgenti di tipo MDIS, al fine di ottemperare alle richieste che provenivano da diversi progetti nazionali ed esteri (ad esempio nel 2002 fu costruita la sorgente TRIPS per il progetto TRASCO - TRASmutazione SCOrie) [24]. Più di recente il gruppo è stato impegnato nella costruzione di una sorgente di protoni molto compatta e versatile da impiegare in svariati ambiti: dai reattori nucleari sottocritici (ADS: Accelerator Driven System) alle sorgenti di neutroni a spallazione (per esempio la European Spallation Source).

Il corpo della sorgente VIS è costituito da una sistema di rame per il raffreddamento ad acqua della camera del plasma (100 mm di lunghezza e 90 mm di diametro), circondato da tre anelli di magneti permanenti di NdFeB [25],[26].

A 2,45 GHz un magnetron eccita il modo TE_{10} dominante nella guida d'onda WR340 (86,4 mm x 43,2 millimetri), la quale permette la formazione del plasma, per potenze superiore a 400 W, in presenza di un campo ECR di 875G e pressione di 10^{-4} mbar. Il sistema magnetico è mostrato in Figura 3-5. I magneti producono un profilo di campo quasi piatto, inferiore a 0,1T, che supera il campo di risonanza ECR lungo l'intera camera, ma che a causa della presenza delle componenti esterni in ferro, decresce rapidamente vicino alla regione dell'estrazione come mostrato in Figura 3-6.

A 2,45 GHz il campo di risonanza si raggiunge in due punti lungo l'asse della camera del plasma, pertanto, in tali posizioni, verranno inseriti due dischi di nitrato di Boro (BN) i quali riducono i processi di ricombinazione per la formazione degli ioni molecolari; ed inoltre, grazie all'elevata emissione di elettroni secondari all'ECR aumentano la densità di elettroni.

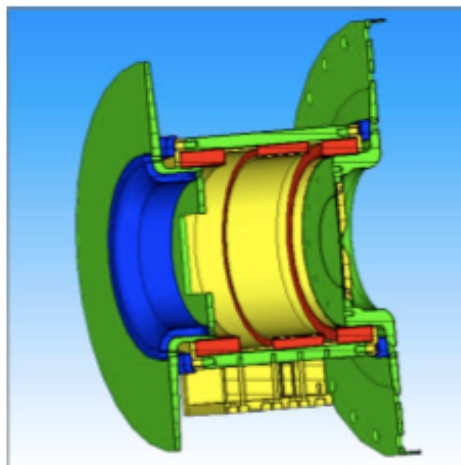


Figura 3-5: sistema magnetico di VIS: in rosso i magneti in NdFeB, in giallo i componenti in acciaio, in blu quelli in alluminio e in verde le parti in ferro

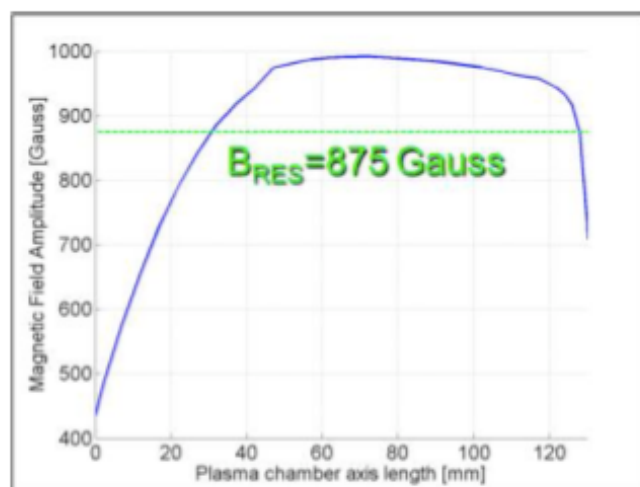


Figura 3-6: profilo del campo magnetico lungo l'asse della camera

Una linea di trasporto del fascio a bassa energia (LEBT) permette l'analisi del fascio: la LEBT è costituita da un solenoide focalizzante, un diaframma suddiviso in quattro settori per misurare il disallineamento del fascio, un trasformatore di corrente (DCCT), un magnete curvante a 30° e un beam stop isolato per misurare la corrente; l'intero layout della linea è mostrato in Figura 3-7. Due pompe turbomolecolari sono utilizzate per ottenere all'interno della camera del plasma e lungo la LEBT una pressione di base inferiore a $1 \cdot 10^{-6}$ mbar.

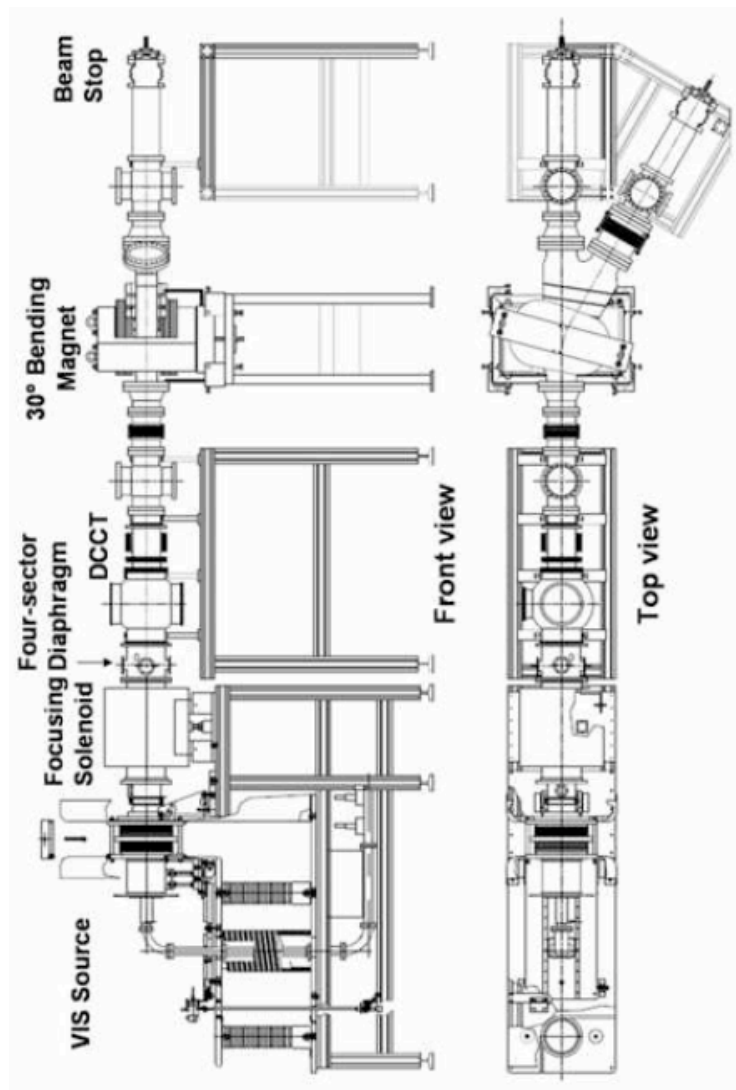


Figura 3-7: schema di VIS

3.3.2 Plasma Reactor

L'apparato da noi utilizzato nasce da una tradizione ventennale ai LN S sull'uso del Plasma per sorgenti di ioni. Come detto, le sorgenti di ioni, affinché possano raggiungere determinate prestazioni e soddisfare le richieste dei principali acceleratori di particelle, devono ottimizzare il processo di riscaldamento degli elettroni [27]. La nostra attività di ricerca, si è quindi focalizzata sulla "conversione modale" di onde elettrostatiche che consente il sostentamento di plasmi a densità molto elevata (e per questo detti "overdense") che, nel campo delle sorgenti di ioni, potrebbero consentire il raggiungimento di correnti e stati di carica mai ottenuti in precedenza.

Il Plasma Reactor funziona praticamente come un MDIS ed in linea di massima so-

miglia molto da vicino allo schema operativo della sorgente VIS. Era stato originariamente progettato per applicazioni nel campo della Fisica dell'Ambiente, in particolare per la bonifica di fumi tossici attraverso la dissociazione intra-plasma di molecole complesse come le diossine o i fullereni. Nelle prime misure effettuate nel 2006 il reattore veniva impiegato ad alta pressione ($0,1 \div 0,5$ mbar), producendo un plasma debolmente ionizzato e fortemente collisionale a causa delle basse temperature elettroniche ($T_e \sim 1 \div 15$ eV).

Da un punto di vista meccanico il reattore può essere schematizzato come in Figura 3-8 è costituito da un cilindro in acciaio inox lungo 250 millimetri, con diametro di 136 millimetri e due flange saldate alle estremità, per un totale di 276 millimetri di lunghezza.

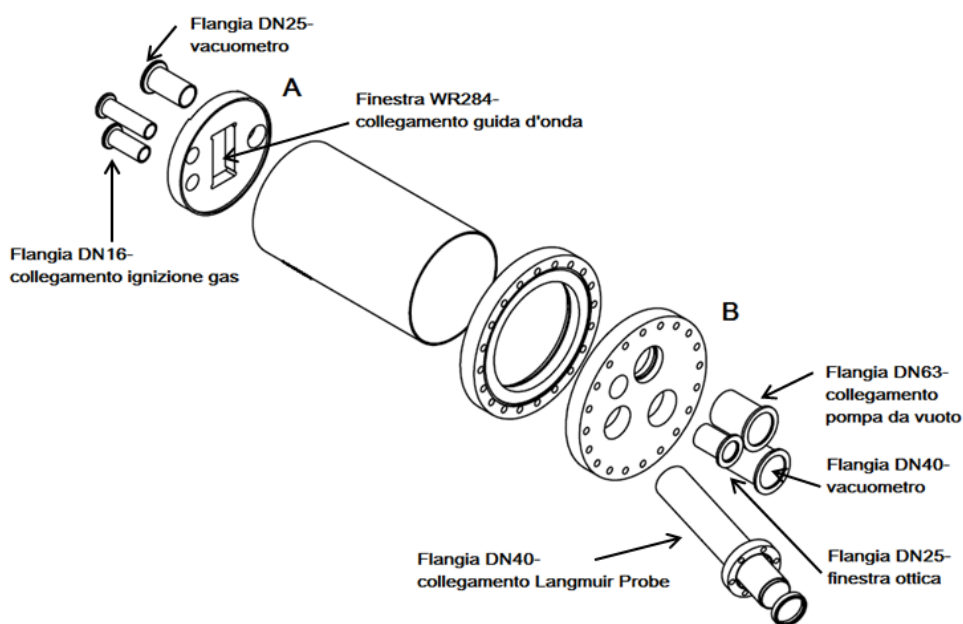


Figura 3-8: Componenti del Plasma Reactor

Nella parte centrale della flangia A viene montata una guida d'onda WR284, per cui è stata fatta una incisione di forma rettangolare; inoltre è stata saldata un'altra flangia DN25 per inserire un vacuometro per misurare la pressione all'interno della camera, e altre due flange DN16, di cui una serve per il collegamento del gas.

Nella flangia opposta B è saldata una flangia DN40, inclinata rispetto al piano della camera di circa 14° , a cui viene collegata la Langmuir probe: in questo modo la sonda può estendersi lungo l'intera camera del reattore passando per il centro (Figura 3-9). Inoltre, sono state saldate altre tre flange: una DN25 in cui è stata montata una finestra ottica che ci ha permesso di vedere di volta in volta l'accensione e lo spegnimento del plasma; una DN40 per un altro vacuometro e una DN63 collegata ad una pompa.

Per raggiungere le pressioni ottimali di lavoro sono state utilizzate una pompa rotativa e una pompa turbomolecolare in serie. La pompa rotativa trova applicazione tra la

Sorgenti di ioni ed apparato sperimentale (Plasma Reactor)

pressione atmosferica e 10^{-2} mbar (quindi in regime viscoso), mentre l'inserimento della pompa turbomolecolare permette di raggiungere rapidamente delle pressioni residue nella camera da vuoto dell'ordine di 10^{-6} mbar, il che assicura che i gas potenzialmente contaminanti (essenzialmente aria e vapore acqueo) siano presenti in quantità trascurabile.

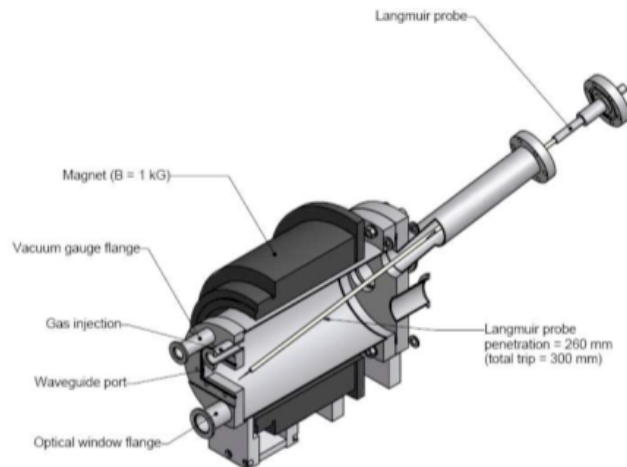


Figura 3-9: schema del Plasma Reactor

Il campo magneto-statico è creato da 3 magneti permanenti, tenuti insieme da due distanziatori di ferro soffice (Figura 3-10).

Il magnete permanente avente lunghezza di 180 mm ed un diametro interno di 75 mm, produce un campo magnetico inferiore a 1kG e al suo interno è stata posta la camera del reattore in modo da produrre lungo l'asse della camera un profilo di campo che è possibile osservare nella Figura 3-11. Nel grafico è stata tracciata una retta di colore rosso in corrispondenza del valore del campo magnetico pari a 875 G che segna il punto in cui è possibile la risonanza ECR.



Figura 3-10: Magnete permanente

Sorgenti di ioni ed apparato sperimentale (Plasma Reactor)

Il campo elettromagnetico, creato mediante un generatore (Magnetron o TWT), viene inizialmente convogliato, per mezzo di un cavo coassiale, ad una guida d'onda di forma rettangolare del tipo T.E._{1,0}, in cui il campo elettrico è trasversale alla direzione di propagazione, attraverso la quale raggiunge il reattore. Poichè, inoltre, la guida d'onda non mantiene il vuoto, è stata utilizzata una finestra di materiale isolante, il Kapton, che separa la guida dal Plasma Reactor.

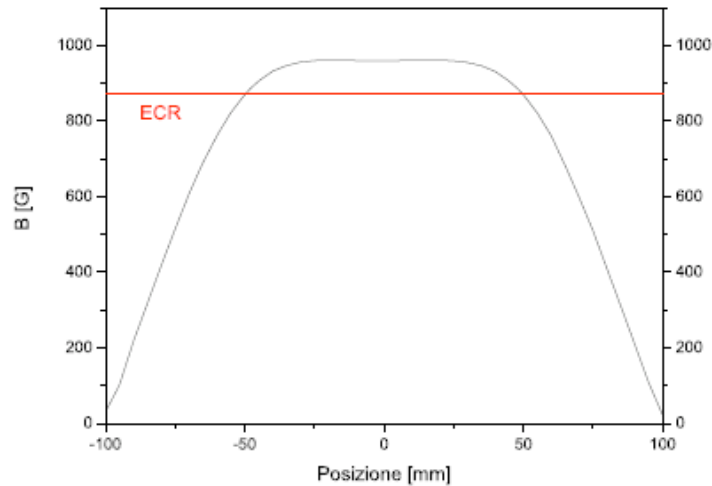


Figura 3-11: Profilo del campo magnetico lungo l'asse della camera del plasma

Capitolo 4.

Diagnostica del Plasma e descrizione degli strumenti utilizzati

Il Plasma può essere caratterizzato con l'ausilio di sonde introdotte al suo interno oppure dall'analisi della radiazione emessa dagli elettroni liberi o legati agli atomi, in quanto l'emissione dipende fortemente dalla distribuzione energetica degli elettroni e dalla loro densità. Possiamo, pertanto, distinguere diverse metodologie di indagine come l'interferometria, la spettrometria e l'utilizzo di sonde elettrostatiche.

Sappiamo che le particelle libere possono emettere radiazione ogni qualvolta vengano accelerate o decelerate; all'interno del plasma le stesse particelle rappresentano delle sorgenti di campi variabili, così ad esempio un elettrone che si muove nel campo Coulombiano di uno ione irradia radiazione di Bremsstrahlung.

La radiazione, inoltre, può anche essere emessa da elettroni legati che danno luogo a transizioni tra i livelli energetici degli atomi o molecole. La lunghezza d'onda caratteristica della radiazione diffusa serve per identificare la composizione atomica e molecolare del plasma, mentre le intensità di emissione sono proporzionali alla densità degli stati eccitati.

La diagnostica di un plasma può essere a grandi linee suddivisa in due gruppi:

- Diagnostica non invasiva (spettroscopia ottica, scattering Thompson, spettroscopia X);
- Diagnostica invasiva operata per mezzo di sonde elettrostatiche (Langmuir Probe).

Ambedue tecniche presentano vantaggi e svantaggi. A favore della seconda, per esempio, troviamo la semplicità d'utilizzo nonché l'immediata estrapolazione, dalla curva di resistività, dei parametri di plasma quali per esempio densità e temperatura.

Lo svantaggio, tuttavia, consiste nella perturbazione locale degli stessi parametri indotta dall'introduzione fisica di una punta metallica all'interno del plasma.

In questo lavoro di tesi si è fatto uso di entrambe le tipologie di diagnostica:

- Una sonda elettrostatica è stata introdotta nel plasma al fine di determinare densità e temperatura della componente elettronica del plasma stesso, che descriveremo nel paragrafo successivo.
- Un rivelatore a stato solido, opportunamente collimato e tarato, è stato impiegato al fine di caratterizzare l'emissione di raggi X (descritto al paragrafo 4.4).

4.1 La Langmuir Probe

L'apparato di misura che si utilizza nel presente lavoro, è la Langmuir Probe, prodotta dalla Hiden Analytical (Figura 4-1) [28], che è in grado di determinare la curva di resistività del plasma. La sonda è costituita da un tip di tungsteno con un diametro di 0,15 mm ed una lunghezza (che può essere regolata da noi stessi) pari a 0,4 mm. Queste dimensioni sono importanti per l'analisi della curva caratteristica, poichè il diametro del tip deve essere confrontato con la lunghezza di Debye, dato che la sonda deve essere in grado di analizzare quelle regioni dell'apparato ove si mantengono costanti le proprietà del plasma, mentre il diametro deve essere tale da consentire elevata sensibilità in modo da essere in grado di rivelare le eventuali variazioni dei parametri caratteristici.

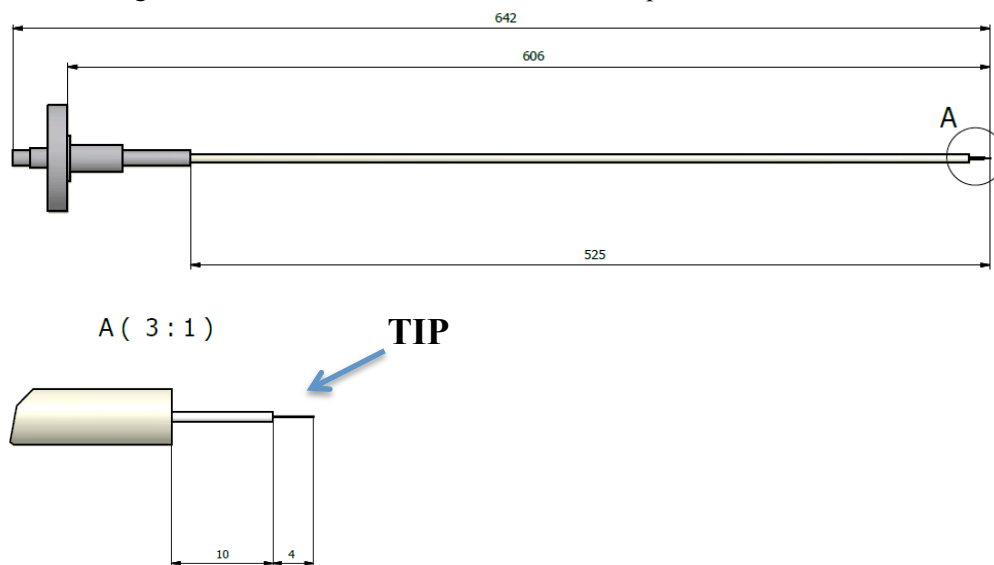


Figura 4-1: Langmuir Probe

Il tip, inserito in un'anima di tungsteno ricoperto dall'allumina, è poi collegato ad un sistema di movimentazione tramite un soffietto.

La sua posizione all'interno della camera può variare da 0 a 300 mm, con un'inclinazione di circa 14° , in modo da raggiungere l'intera camera del reattore passando per il suo centro.

Per determinare la posizione effettiva della sonda all'interno della camera, in coordinate cilindriche (r , z , φ) dobbiamo considerare però, non solo l'inclinazione della Langmuir Probe, ma anche che quando il sistema di riferimento della sonda è nella posizione 0, (ovvero la sonda è nella posizione di riposo), il tip si trova ad una distanza pari a 41 mm al di fuori dalla camera. La Figura 4-2 può aiutare nella comprensione della calibrazione della posizione effettiva della sonda all'interno della camera del plasma. La posizione della sonda può essere regolata manualmente attraverso una scala graduata esterna (con sensibilità del millimetro). Tenuto quindi conto dell'inclinazione del cam-

mino della sonda, nonché dell'offset sulla posizione iniziale, la posizione effettiva all'interno della cavità, espressa in cm, può essere derivata dalle seguenti espressioni (per la posizione lungo l'asse della camera, z , e lungo il suo raggio, r), mentre la posizione della sonda lungo ϕ non è di alcun interesse fisico, in quanto il sistema è a simmetria cilindrica, per cui non verrà calcolata.

$$posizione_{eff}(z) = (posizione_{sonda} - 4,1) \cdot \cos(14^\circ) \quad 4-1$$

$$posizione_{eff}(r) = (posizione_{sonda} - 4,1) \cdot \sin(14^\circ) - 3 \quad 4-2$$

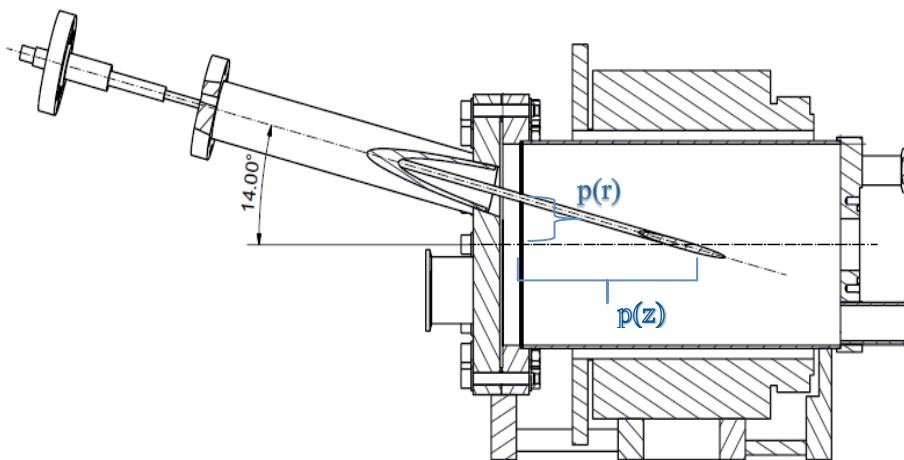


Figura 4-2: sezione del Plasma Reactor con posizioni effettive della sonda rispetto alla camera

$posizione_{sonda}[\text{cm}]$	$posizione_{eff}(z) [\text{cm}]$	$posizione_{eff}(r) [\text{cm}]$
5	0.87	-2.78
7	2.81	-2.29
9	4.75	-1.81
11	6.70	-1.33
13	8.64	-0.84
15	10.58	-0.36
17	12.52	0.12
20	15.43	0.84
22	17.37	1.32
24	19.31	1.81
26	21.25	2.29
28	23.19	2.78
30	25.13	3.26

Tabella 4-1: Confronto tra la posizione della sonda selezionata manualmente e la posizione effettiva della sonda all'interno del reattore.

Nei grafici successivi, pertanto, metteremo sull'asse delle ascisse sempre il valore della posizione della sonda rispetto al proprio sistema di riferimento, quindi, per conoscere la reale posizione all'interno della cavità, basterà fare riferimento alla Tabella 4-1.

Per quanto riguarda invece il sistema di acquisizione, esso è costituito da un generatore di tensione, da un Voltmetro e da un Amperometro: il primo serve a portare la punta metallica immersa nel plasma ad un dato potenziale, misurato dal Voltmetro; l'Amperometro poi fornisce il dato di corrente raccolta dalla punta metallica a quel dato potenziale (le correnti caratteristiche hanno un'intensità dell'ordine dei mA). Ambedue gli strumenti vengono posizionati secondo lo schema elettrico mostrato in Figura 4-3.

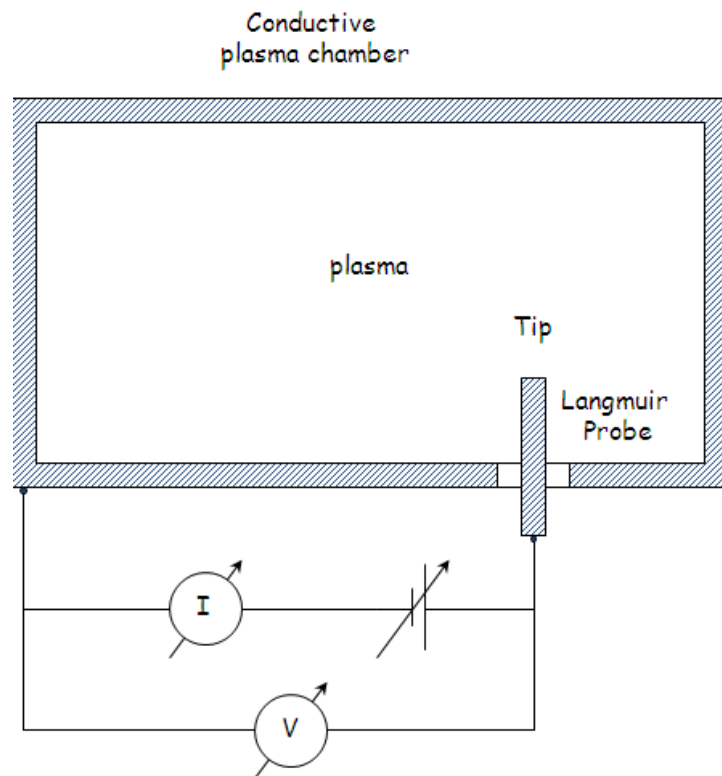


Figura 4-3: circuito di acquisizione

Il potenziale del tip ha come riferimento la carcassa della camera del plasma, considerata a ground. Tutte le valutazioni sui potenziali caratteristici di raccolta delle cariche elettriche del plasma, dunque, verranno formulate relativamente al riferimento delle pareti della cavità. In Figura 4-4 si riporta una tipica curva I-V; nel grafico si distinguono tre diverse regioni: la cosiddetta regione di saturazione elettronica, caratterizzata da un lento incremento della corrente elettrica all'aumentare del potenziale di probe in grado di attrarre gli elettroni; la regione di saturazione ionica, caratterizzata similmente da una saturazione della corrente concernente la raccolta di carica ionica; ed infine una regione intermedia denominata "retarding potential region", nella quale si assiste ad un repenti-

no incremento della corrente elettronica raccolta dal tip in funzione di un aumento di potenziale applicato. Come possiamo vedere, la curva caratteristica è asimmetrica rispetto all'asse del potenziale, nel senso che la corrente di saturazione ionica è molto minore della corrente di saturazione elettronica. Ciò è legato ad una diversa mobilità delle cariche elettriche attratte dalla punta metallica (assai maggiore per gli elettroni).

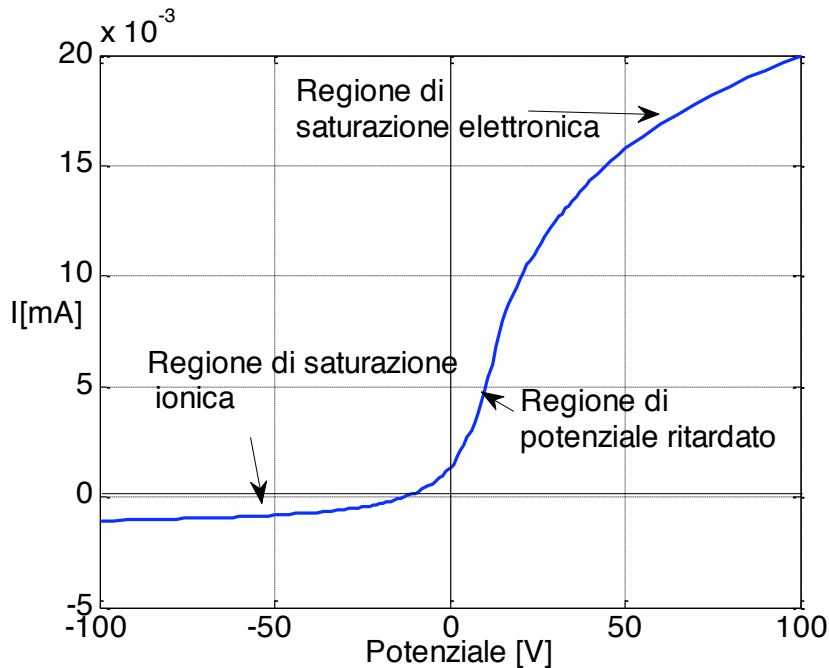


Figura 4-4: curva di resistività

Un elemento chiave per la corretta valutazione dei parametri di misura è costituito dal cosiddetto potenziale di plasma V_p : questo corrisponde al potenziale elettrostatico a cui si porta il plasma per effetto della diversa mobilità delle particelle, ioni ed elettroni.

In un regime esclusivamente dominato dalla diffusione ambipolare, infatti, gli elettroni diffondono più rapidamente degli ioni, tendendo a lasciare nel plasma un eccesso di carica positiva che a sua volta genera un potenziale di richiamo per gli stessi elettroni, nel tentativo di eguagliare i flussi diffusivi ripristinando la condizione di quasi-neutralità. La presenza del potenziale di plasma costituisce il tratto distintivo principale tra la regione di saturazione elettronica e quella di repentino decremento della corrente al diminuire del potenziale applicato alla sonda. Dunque quando il potenziale applicato è di molto negativo rispetto al potenziale di plasma, ossia $V \ll V_p$, la probe attrarrà gli ioni carichi positivamente e respingerà gli elettroni, venendo così a formarsi la cosiddetta regione di saturazione ionica $I = I_{si}$. Quando la tensione incomincia ad aumentare, ci saranno alcuni elettroni più energetici che riusciranno a superare la barriera di potenziale, e raggiungeranno la probe. Incrementando ulteriormente il potenziale, esso assumerà il valore del cosiddetto “potenziale di floating” (per cui si riduce la corrente ionica e si eguagliano i flussi delle due specie cariche che raggiungono la sonda) e l’effetto com-

più plessivo sarà quello di annullare la corrente.

Infine, applicando un più elevato potenziale positivo, in grado di superare il potenziale di plasma (tipicamente alcuni eV o decine di eV) sarà possibile ottenere la corrente di saturazione elettronica che sarà massima quando saranno stati raccolti tutti gli elettroni localizzati in prossimità della sonda.

La relazione tra il potenziale floating e il potenziale di plasma, nel caso in cui è valida la teoria Maxwelliana, si deduce dalla:

$$V_p = V_f + T_e \ln \left(\frac{I_{es}}{I_{is}} \right) \quad 4-3$$

dove I_{es} ed I_{is} sono rispettivamente la corrente di saturazione elettronica ed ionica. Da questa relazione possiamo vedere che quando è nota la temperatura elettronica, è sufficiente misurare il potenziale floating per determinare il potenziale di plasma.

Il potenziale di plasma è inoltre individuabile in linea di massima dal flesso della curva I-V nella regione a $V > 0$.

4.1.1 Teorie della Langmuir Probe

Il passaggio dalla curva I-V direttamente ricavata dalla misura alla valutazione di densità e temperatura di plasma non è immediato e richiede l'implementazione di specifici modelli teorici che siano d'ausilio nell'analisi dati [31]. Diversi sono i modelli proposti in letteratura: un primo approccio teorico è fornito dall'O.M.L (The Orbital Motion Limited) [32] che studia il moto orbitale delle particelle che si avvicinano alla sonda: grazie a questa teoria, è possibile estrapolare la densità ionica a partire dalla corrente, in quanto questa è proporzionale alla radice quadrata del potenziale applicato essendo la costante di proporzionalità direttamente legata alla densità.

Un'altra maniera per valutare la densità elettronica deriva dal calcolo della funzione di distribuzione di energia elettronica (EEDF) [29] che, mediante la formula di Druyvestein, può essere direttamente ricavata dal segnale I-V a seguito di un'opportuna procedura di derivazione.

La difficoltà di questo metodo nasce dal dover accuratamente misurare la derivata seconda di una funzione sperimentale, in quanto il plasma di per sé è una sorgente significativa di rumore e perciò la corrente raccolta è intrinsecamente rumorosa e tale rumore è poi amplificato dal processo di derivazione.

In ultimo, una terza maniera di ricavare la densità deriva dalla cosiddetta teoria di Bohm, basata sulla determinazione della corrente di saturazione ionica dalla quale dipende il valore della stessa densità.

Riguardo ai dettagli analitici ed alle tecniche di estrapolazione della temperatura elettronica rimandiamo ai successivi paragrafi, dove verrà studiata nei particolari la teoria orbitale del moto impiegata ai fini dell'analisi dati

4.1.2 Teoria orbitale del moto

Questa teoria è stata proposta originariamente da Mott-Smith e Langmuir i quali hanno considerato le particelle orbitanti all'interno di una regione nella quale il plasma è caratterizzato da carica spaziale (ossia la quasi-neutralità è violata): tale regione viene definita sheath, si estende per alcune lunghezze di Debye e circonda interamente la sonda. Essi assunsero che la differenza di potenziale tra la probe e il Plasma fosse confinata all'interno della sheath, così che all'esterno il sistema si potesse considerare imperturbato.

Per il nostro caso tratteremo la teoria O.M.L. rivista da Allen, che determina la corrente elettronica per gli elettroni nel caso in cui il potenziale della sonda sia attrattivo, cioè positivo, e quando il potenziale sia repulsivo, ossia negativo. Analogamente si può descrivere la raccolta di corrente ionica [32].

Potenziale attrattivo

Esaminiamo come gli elettroni vengano attratti da una sonda di forma cilindrica, avente un potenziale positivo rispetto al plasma che la circonda. Se la lunghezza della probe è molto più grande del suo raggio allora gli elettroni si muoveranno in un potenziale centrale. Dalla conservazione dell'energia e del momento angolare, possiamo scrivere per un elettrone a *grazing incidence* (ovvero collisioni per piccoli angoli di incidenza):

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_p^2 - eV_p \quad mvh_p = mr_p v_p \quad 4-4$$

dove v_p è la velocità dell'elettrone in corrispondenza della superficie della sonda e h_p è il parametro d'impatto. Dalle due precedenti relazioni possiamo ottenere:

$$h_p = r_p \left(1 + \frac{V_p}{V_0}\right) \quad 4-5$$

supponendo che l'energia iniziale dell'elettrone sia eV_0 .

Il contributo della corrente dovuto agli elettroni in un ristretto range della velocità sarà dato da:

$$dI = 2\pi r_p l_e \left(1 + \frac{V_p}{V_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{v}{\pi}\right) dv \quad 4-6$$

la quantità $\left(\frac{v}{\pi}\right) dv$ rappresenta il flusso di elettroni che attraversano una superficie unitaria, lungo il piano perpendicolare all'asse della sonda e pertanto non siamo interessati alla componente della velocità parallela all'asse.

Se si suppone di avere una distribuzione Maxwelliana della velocità, è possibile definire la densità di particelle nell'intervallo di velocità dv :

$$dn = n_p \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 2\pi v dv \quad 4-7$$

Dunque, sostituendo l'Eq. 4-9 nell'Eq. 4-8 è possibile determinare il valore della corrente totale:

$$I = 2\pi n_p r_p l_e \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{eV_p}{kT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad 4-8$$

valida quando $\frac{eV_p}{kT} > 2$.

L'Eq. 4-10 è stata ricavata per gli elettroni, ma un'analoga procedura può essere seguita per la corrispondente corrente ionica, ottenendo la seguente relazione:

$$I = 2\pi n_i r_p l_e \left(\frac{kT_i}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{eV_p}{kT_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad 4-9$$

Poiché per il principio di quasi neutralità $n_e = n_i$ (solo nel caso di ioni monocarichi, altrimenti va tenuto conto del contributo degli stati di carica più elevati) ai fini dell'analisi dati risulta essere del tutto equivalente determinare la densità elettronica o quella ionica; tuttavia, poiché il moto ionico è meno influenzato da locali turbolenze e soprattutto dall'eventuale presenza di un campo magnetostatico, si preferisce nella pratica ricavare la densità di plasma dalla parte ionica della curva I-V

Potenziale ritardato

Quando sulla probe viene applicato un potenziale ritardante, ossia minore di V_p , bisogna tenere presente che solo gli elettroni più energetici, cioè quelli che possiedono una energia superiore di $-eV_p$, possono raggiungere la sonda, pertanto, assumendo ancora una volta una distribuzione maxwelliana dell'energia elettronica, otterremo il seguente contributo della corrente elettronica:

$$I = 2\pi n_o r_p l_e \left(\frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{eV_p}{kT_e}} \quad 4-10$$

graficando il logaritmo naturale della corrente in funzione del potenziale sarà quindi possibile ricavare la temperatura elettronica, inversamente proporzionale al coefficiente angolare della retta che ne deriva.

4.2 Procedura di analisi dati in un plasma magnetizzato

Le teorie finora trattate si riferiscono ad un plasma non magnetizzato. Applicando un campo magnetostatico, pertanto, bisogna analizzare le eventuali modifiche che potrebbe subire la curva caratteristica. L'effetto del campo magnetico può essere tranquillamente trascurato (alle pressioni operative relative al lavoro presentato in questa tesi) in quanto gli ioni non sono magnetizzati a causa dell'elevato rate di collisioni: dunque la curva di Langmuir risulta essere imperturbata dall'applicazione del campo magnetico nella regione di saturazione ionica; al contrario, la regione di saturazione elettronica viene fortemente influenzata dal campo magnetico esterno: in particolare, si assiste ad una diminuzione della corrente elettronica raccolta dalla probe rispetto a quella ottenuta in un sistema non magnetizzato. Gli elettroni, infatti, sotto l'azione di un campo magnetico, saranno costretti a spiraleggiare attorno alle linee di campo. Nel caso in cui l'intensità di campo magnetico limita il raggio di Larmor a valori inferiori rispetto al raggio fisico della probe (condizione prevalentemente soddisfatta nel nostro set-up sperimentale che ha prodotto i risultati riportati nel Capitolo 5), la corrente elettronica raccolta dalla sonda è limitata dalla lenta diffusione di elettroni perpendicolarmente al campo magnetico (vedi paragrafo 1.10) riguardo alla diffusione anisotropa in plasmi magnetizzati). La probe raccoglierà pertanto, con la consueta efficienza, soltanto gli elettroni in grado di diffondere liberamente in direzione parallela al campo magnetico. Come risultato si osserverà una corrente elettronica di saturazione sottostimata e quindi inaffidabile ai fini del calcolo della densità elettronica. Tutti i valori di densità riportati in questa tesi, dunque, sono stati determinati a partire dalla corrente di saturazione ionica.

La determinazione del potenziale di plasma e della temperatura elettronica, estrapolabili dal contributo elettronico alla curva I-V, risente assai meno dell'effetto del campo magnetico: entrambi i parametri, infatti, non dipendono tanto dal valore assoluto della corrente quanto dalla forma della curva di resistività: in particolare dal posizionamento del flesso il potenziale, e dalla pendenza nella regione del "retarding potential" la temperatura. Per effettuare l'analisi della componente elettronica della curva I-V occorre dapprima eliminare il contributo della corrente ionica. Dalla teoria OML sappiamo che la corrente ionica è proporzionale alla radice quadrata del potenziale, per cui, riportando il valore della corrente al quadrato in funzione del potenziale applicato alla probe, si effettua un fit della regione in cui le due grandezze evidenziano la diretta proporzionalità, come si può evincere dalla figura 4-5.

Il fit consente così di estrapolare il contributo ionico a quei valori di potenziale per cui la sonda raccoglie sia ioni che elettroni.

Una volta depurato il segnale elettronico dal contributo ionico, si procede al calcolo del logaritmo della corrente in funzione del potenziale, come riportato in Figura 4-6.

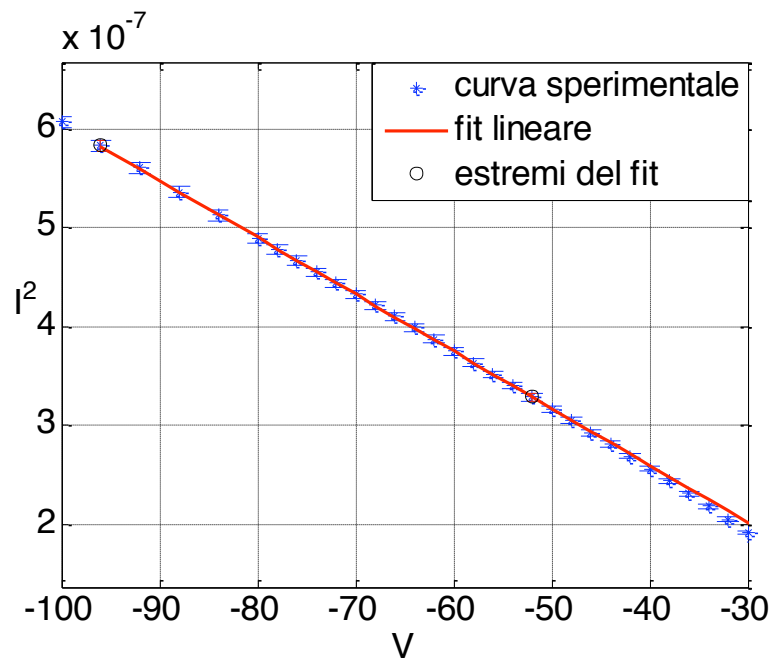


Figura 4-5: corrente ionica

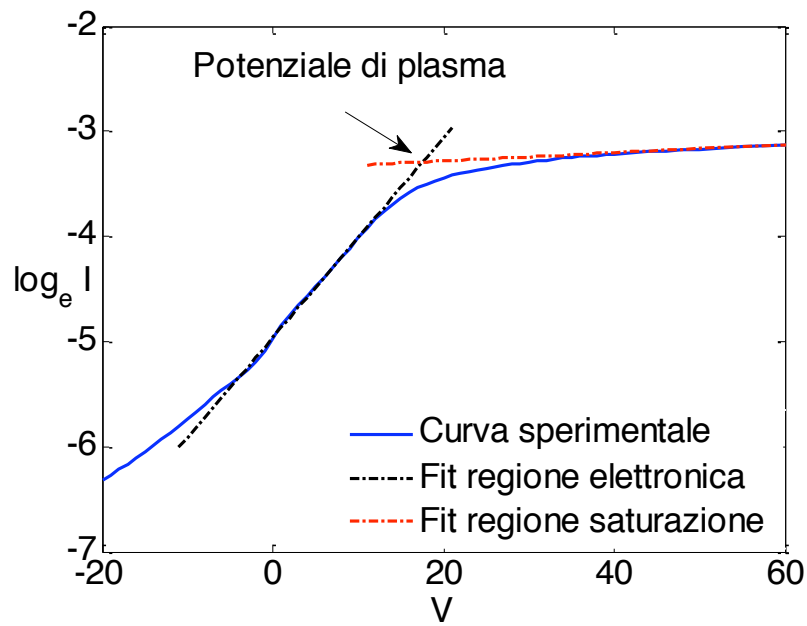


Figura 4-6: determinazione del potenziale di plasma

Si effettua il primo fit nella regione di transizione, compreso tra il potenziale floating e la regione per cui il segnale di corrente cambia rapidamente pendenza (prima grossolana stima del potenziale di plasma). Poiché in questa regione si osservano grandi variazioni di corrente in un piccolo range di potenziale, bisogna scegliere con molta attenzione il dominio di potenziale all'interno del quale effettuare il fit. Il secondo fit, invece, riguarda la regione di saturazione elettronica. Dall'intersezione dei due fit lineari si determina il potenziale di plasma, mentre dalla pendenza del fit nella regione di transizione è possibile risalire alla temperatura elettronica.

Un altro importante dato che può essere tratto dalla curva I-V consiste nella distribuzione energetica degli elettroni (EEDF - Electron Energy Distribution Function) [33].

Per determinare la EEDF si può analizzare la regione centrale della curva caratteristica in cui viene applicato il potenziale ritardante. La procedura di analisi prevede di effettuare la derivata seconda della corrente: la funzione di distribuzione che ne deriva può esser tipicamente di due tipi: distribuzione energetica di Druyvesteyn (nel caso di plasmi fortemente collisionali) o di tipo maxwelliana (con una o più temperature). La rinormalizzazione della distribuzione in corrente rispetto a quella in densità di particelle si effettua per mezzo della seguente espressione matematica:

$$\frac{dn_e}{dE} = \frac{4}{A_n} \sqrt{\frac{m_e(V_0 - V_p)}{2e}} \frac{d^2 I_e}{dV^2} \quad 4-11$$

dalla quale è poi possibile ricavare la densità elettronica:

$$n_e = \int_0^\infty \frac{dn_e}{dE} dE \quad 4-12$$

La figura 4-7 è tratta dall'analisi dati riportata nel capitolo 5 e mostra una tipica distribuzione energetica degli elettroni ottenuta sperimentalmente.

Questo fenomeno, congiuntamente al fatto che la collisionalità elettronica diminuisce fortemente all'aumentare della velocità, conduce infine alla creazione di una popolazione elettronica distaccata dal cosiddetto "plasma bulk" e caratterizzata da temperature più elevate di quelle che caratterizzano grossa parte degli altri elettroni del plasma.

In alcune condizioni, specialmente nel caso in cui l'interazione onda-plasma diviene fortemente non-lineare, si assiste alla formazione di una terza popolazione, assai più energetica delle prime due, che viene sovente denominata "suprathermal". E' d'uso comune, pertanto, adottare la seguente terminologia: chiameremo "cold" la popolazione a più bassa temperatura (tipicamente 10-15 eV), "warm" quella a temperatura intermedia (30-50 eV), e "hot", o più spesso "suprathermal", la popolazione caratterizzata dalla temperatura più elevata (che vedremo essere dell'ordine dei keV).

Poiché i potenziali operativi della sonda di Langmuir raggiungono valori dell'ordine di 100-150 V al massimo, il metodo della probe elettrostatica non è adatto a determinare la temperatura dei suprathermals (gli elettroni caldi non risentono, se non in misura trascurabile, dell'effetto del potenziale applicato alla sonda).

Per questi sarà quindi necessario utilizzare la spettroscopia X (vedi paragrafo 5.4). Per le prime due popolazioni, invece, l'analisi della curva I-V può fornire concrete indicazioni sulle loro rispettive temperature. La loro generazione è infatti individuabile dalla caratteristica forma assunta dalla curva I-V, come mostrato in figura 4-8: si noti la doppia pendenza del logaritmo della corrente nella regione di transizione. Da ciascuno dei due fit è possibile estrarre il relativo valore di temperatura per gli elettroni cold e warm.

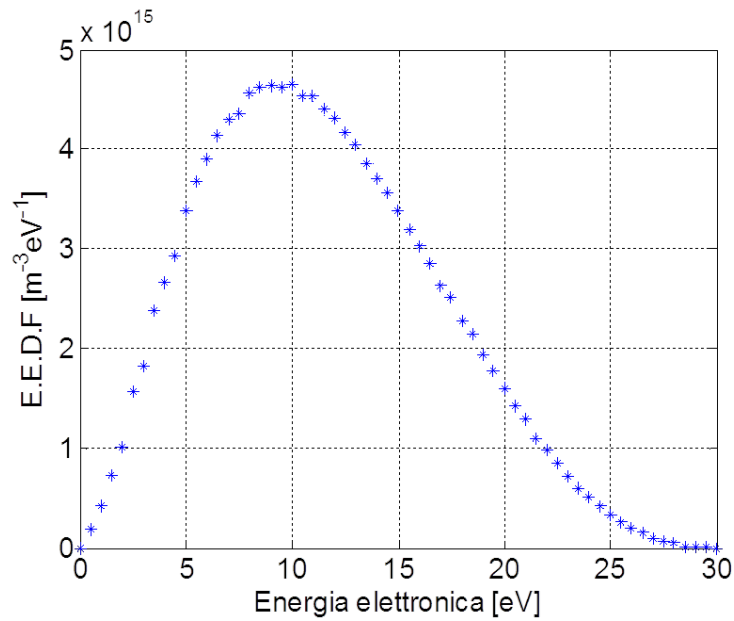


Figura 4-7: EEDF

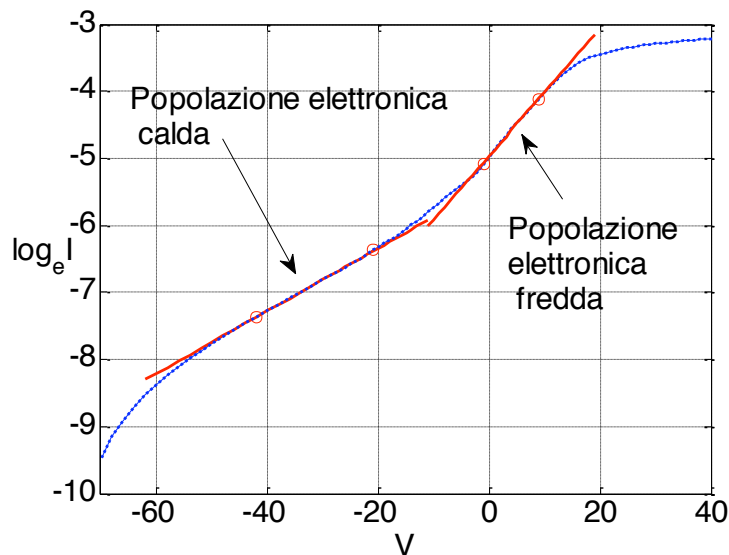


Figura 4-8: caratteristica forma della curva $\ln I-V$ in presenza di due popolazioni elettroniche con differenti temperature.

4.3 I Generatori di microonde

Si è detto che la generazione del plasma richiede l'iniezione primaria di microonde all'interno della camera del plasma. Per le microonde in uso tipicamente nel campo delle sorgenti di ioni, ed in particolare per il nostro Plasma Reactor, vengono utilizzati Magnetrons, Klystrons o TWTs. Nella fattispecie si è fatto uso di un Magnetron da 300 W della Sairem, operante alla frequenza di 2.45GHz e di un TWT della ETM (Traveling-Wave Tube, ovvero tubo a onde viaggianti) operante nell'intervallo di frequenze 2.3-4.9 GHz e principalmente utilizzato alla frequenza di 3.75 GHz.

4.3.1 Il Magnetron

Il magnetron consiste di due elettrodi cilindrici coassiali. Il catodo è costituito da un cilindro cavo conduttore contenente un filamento termo-riscaldante, posto sull'asse dell'anodo, che emette una forte corrente per effetto termoelettronico.

Parallelamente all'asse della camera è applicato un campo magnetico prodotto da un magnete permanente che causa una curvatura nella traiettoria degli elettroni per effetto della forza di Lorentz, portandoli a seguire un percorso a spirale.

Sul perimetro della camera sono ricavate delle aperture opportunamente spaziate e comunicanti con delle cavità che fungono da risonatori. Gli elettroni si riuniscono così in fasci che vibrano e producono un campo elettromagnetico ad alta frequenza, amplificando la radiazione elettromagnetica fino a potenze di svariate centinaia di W.

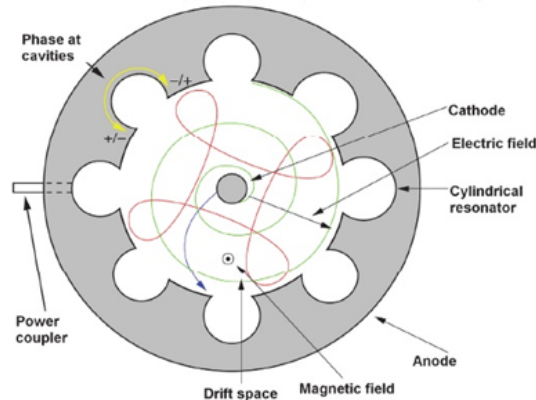


Figura 4-9: Magnetron

4.3.2 TWT

Il TWT funziona da amplificatore di potenza di un'onda elettromagnetica la cui frequenza è tipica dei campi a radiofrequenza o delle microonde. Nel TWT viene sfruttato l'effetto di modulazione di velocità di un fascio di elettroni in cui la zona di interazione tra il fascio di elettroni e il campo RF si estende per quasi tutta la lunghezza del fascio, come mostrato in Figura 4-10. Lo specifico funzionamento del TWT permette di lavora-

re su una gamma di frequenze, o banda operativa, molto ampia.

Il fascio di elettroni, focalizzato mediante un campo magnetico, viene fatto passare attraverso una struttura chiamata struttura a onda lenta; in figura questa struttura è disegnata come una spirale chiamata anche elica; nella realtà è costruita in maniera più complessa per ottenere rendimenti maggiori. Il segnale RF da amplificare entra nel TWT e percorre l'elica dove avverrà l'interazione con il fascio di elettroni.

L'interazione tra il segnale RF e il fascio di elettroni, provoca sia una modulazione di velocità del fascio, che a sua volta causa una modulazione di densità degli elettroni che lo compongono, sia un rallentamento nella velocità di propagazione del segnale RF, da qui il nome struttura a onda lenta, fino ad ottenere la stessa velocità tra il fascio e il segnale RF. L'effetto appena spiegato provoca un passaggio di energia dal fascio di elettroni al segnale RF, in modo da ottenere in uscita dal TWT, l'amplificazione in potenza del segnale RF. Il vantaggio principale nell'utilizzo di amplificatori TWT consiste proprio nella loro versatilità in termini di banda operativa. Molto spesso i TWT sono in grado di amplificare segnali RF coprendo una banda di diversi GHz. A fronte dell'ampia gamma di frequenze di output, i TWT sono maggiormente limitati in potenza rispetto ai Magnetron. Quello utilizzato per il nostro esperimento raggiunge un valore massimo di 500 W, ma per motivi di affidabilità (i TWT sono molto sensibili ad eventuali fluttuazioni o bursts di potenza riflessa) è stato necessario limitarne l'utilizzo a 250-300 W al massimo.

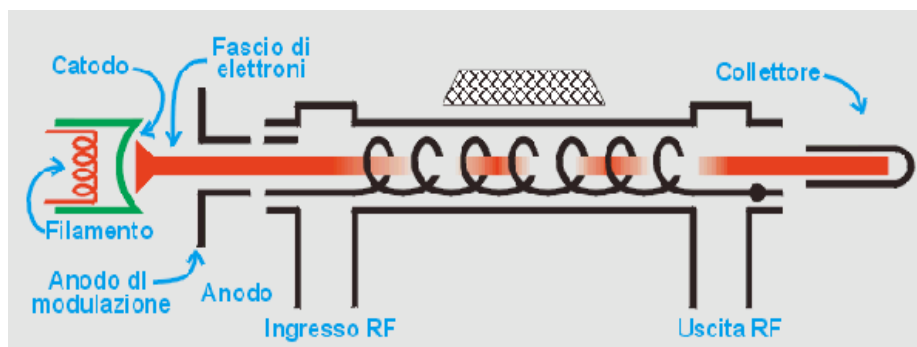


Figura 4-10: Schema di un generatore di microonde TWT.

4.4 Rivelatore HPGe per raggi X

Lo strumento utilizzato per rivelazione della radiazione X emessa dal plasma è un rivelatore a semiconduttore HPGe (High Purity Germanium) prodotto dalla ditta EURYSIS MESURES (Mod. EGX-30).

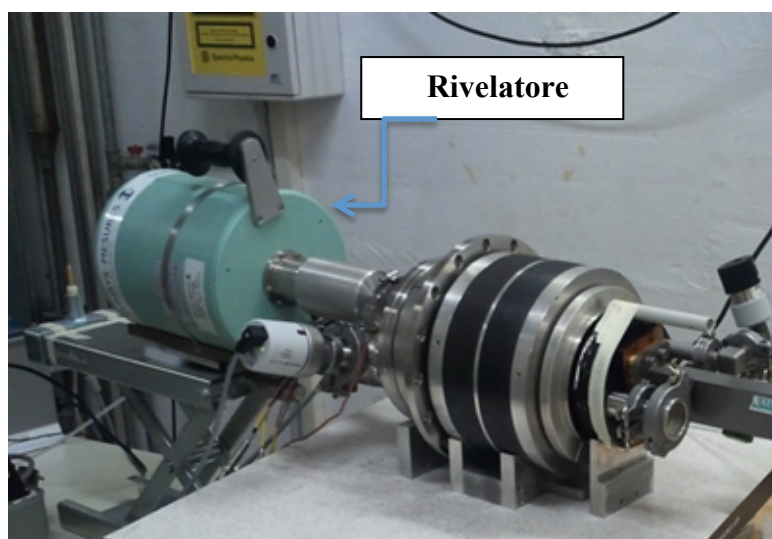


Figura 4-11: Rivelatore HPGe

E' ben noto che la radiazione X emessa dal plasma rappresenta un potente metodo di indagine non invasiva per la determinazione dei parametri fisici quali densità e temperatura.

Gli elettroni del plasma nel loro moto caotico dettato dall'agitazione termica, subiscono continue interazioni con altri elettroni o con gli ioni che hanno come risultato l'emissione di radiazione luminosa, UV e, nel caso di plasma altamente energetici, di tipo X. L'emissione X, in particolare, è così composta:

1) un intenso spettro continuo di frenamento (bremsstrahlung), dovuto alla interazione coulombiana tra gli elettroni liberi e gli ioni. Quando ciò avviene l'elettrone è decelerato ed emette fotoni di energia tanto più grande quanto più elettrone e ione sono vicini;

2) righe di emissione caratteristica originata nelle transizioni elettroniche (tipicamente nelle shell K o L) degli atomi presenti nel plasma. Va osservato che le specie atomiche nel plasma si presentano già ionizzate e la radiazione X emessa in dette transizioni elettroniche è anche caratteristica dello stato di carica.

Tenuto conto dei calcoli teorici preliminari ci si aspetta che le energie della raggi X emessi dal plasma oggetto di studio in questa tesi siano dell'ordine dei keV o decine di keV. Le caratteristiche tecniche del rivelatore, riportate qui sotto, sono state dunque calibrate sul tipo di plasma e sulle caratteristiche dell'emissione attesa:

- Tensione operativa -1300 V
- Diametro utile 6.2 mm
- Superficie utile 30 mm²
- Spessore utile del cristallo 4mm
- Volume Sensibile 0.12cm³

- Spessore morto 0.5 μm di Ge
- Finestra di Berillio 8 μm
- Distanza Cristallo-Finestra 3 mm

Il rivelatore viene fornito con un preamplificatore EURYSIS di tipo Pulse-Reset (modello PSC854) e con un criostato (modello SBF00-PA3) avente autonomia pari a 2 giorni. Il cristallo di germanio è inserito all'interno in una capsula cilindrica in alluminio (isolata elettricamente) avente un diametro di 26 mm ed una lunghezza di 100 mm. Caratteristica principale del rivelatore HPGe è l'altissima risoluzione, che permette di distinguere sorgenti molto prossime in energia, rendendolo fondamentale per analizzare spettri molto complessi. Ricordiamo che la risoluzione è la capacità di distinguere due righe spettrali adiacenti e generalmente si quantifica fornendo la larghezza a metà altezza di un picco - F.W.H.M. (Full Width at Half Maximum) - in corrispondenza di una determinata energia, quindi, minore è la F.W.H.M. tanto più stretto è il picco discriminabile e dunque tanto migliore la risoluzione [34].

Si noti che la risoluzione di un rivelatore a semiconduttore aumenta con l'energia e nel caso del rivelatore da noi utilizzato la risoluzione certificata è di 130 eV ad una energia di 5.9 keV.

In generale, però, la risoluzione è condizionata da tre fattori, la cui predominanza dipende dall'energia della radiazione e dalla dimensione e qualità del rivelatore:

- fluttuazioni statistiche nel processo di generazione delle coppie buca-elettrone nel rivelatore;
- rumore elettronico;
- variazione dell'efficienza nella raccolta delle cariche prodotte nel rivelatore.

Il sistema di rivelazione, prima dell'acquisizione, deve essere calibrato in energia (per trovare la corrispondenza tra canale, cioè ampiezza dell'impulso, ed energia) e calibrato in efficienza (per quantificare la risposta del rivelatore in funzione dell'energia).

Il rivelatore è stato calibrato opportunamente impiegando sorgenti radioattive monocromatiche. In particolare sono state utilizzate una sorgente di ^{109}Cd che emette radiazione X alla riga di 22,1 keV e una sorgente di ^{55}Fe che emette radiazione caratteristica a 5,9 keV, per cui abbiamo ottenuto la seguente retta di calibrazione:

$$E = \text{Canali} \cdot 0.0284 - 0.0972 \text{ (keV)}$$

Per quanto riguarda la curva di efficienza del rivelatore al variare dell'energia, questa si ricava considerando i coefficienti di assorbimento degli spessori attraversati dalla radiazione X emessa da un campione prima che questa raggiunga il cristallo (nel caso del rivelatore utilizzato gli spessori sono composti da Ge e da Be):

$$\varepsilon(E) = \frac{1}{e^{\mu_{Be}\delta_{Be} + \mu_{Ge}S}} \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{\mu_{Ge}\delta_{Ge}}}\right) \quad 4-13$$

δ_{Be} = spessore della finestra di berillio $8 \cdot 10^{-4} cm$

S = spessore dello strato morto $0,5 \cdot 10^{-4} cm$

δ_{Ge} = Spessore cristallo di Germanio $0,4 cm$

mentre μ_{Be} e μ_{Ge} sono i coefficienti di assorbimento del Berillio del Germanio.

L'andamento della curva di efficienza è mostrato in Figura 4-12. Come si può notare l'efficienza mostra una discontinuità a circa 10 keV, in corrispondenza della spalla di assorbimento del Germanio.

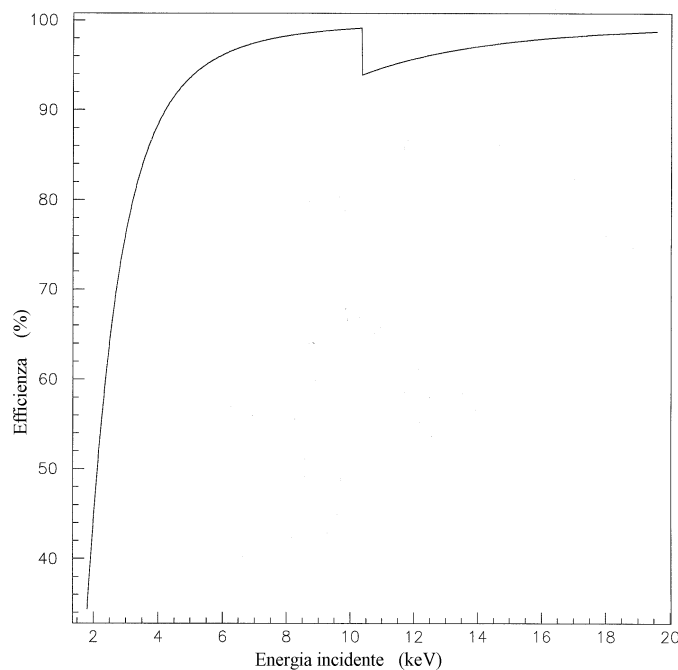


Figura 4-12: curva di efficienza del rivelatore HPGe

4.4.1 Il sistema di acquisizione dati

Il sistema di acquisizione dello spettrometro X è composto da un MCA portatile (modello NOMAD PLUS prodotto dalla ORTEC) e da un comune PC.

Esso è interamente gestibile via software mediante l'interfaccia MAESTRO II prodotta dalla ORTEC.

Il NOMAD è costituito essenzialmente da un amplificatore, un ADC e da un analizzatore multicanale. Inoltre è dotato di un ingresso *shutdown* per evitare la polarizzazione del cristallo quando questo non ha ancora raggiunto la temperatura operativa, e di un ingresso *inhibit* per l'acquisizione dei dati.

Il segnale trattato da amplificatore ed ADC viene memorizzato in un “memory buffer” dell’analizzatore multicanale e viene assegnato ad un dato canale; il MCA può utilizzare sino ad 8000 canali ognuno dei quali può contare fino a 2 bilioni di conteggi. Il programma MAESTRO II permette il controllo di tutti i parametri operativi del sistema di acquisizione: è possibile in primo luogo selezionare il *bias* e la polarità del rivelatore; è possibile selezionare lo *shaping time* per l’acquisizione (sono disponibile due valori 2 e 6 μsec); operare un trigger automatico sugli eventi acquisiti (utile nei casi in cui il rate di conteggio è elevato e gli eventi di pile-up sono numerosi); e fissare il tempo di misura.

4.5 Lo Spectrum Analyzer

Al fine di caratterizzare lo spettro elettromagnetico, si è collegato al sistema di movimentazione della Langmuir probe lo Spectrum Analyzer HP/Agilent 8565E [35], il quale, utilizzando il tip della sonda come antenna, permette di effettuare la caratterizzazione spettrale di segnali RF le cui frequenze vanno da 9 KHz a 50 GHz.

La corretta visualizzazione dello spettro elettromagnetico, ed in particolare la capacità dello strumento di discriminare picchi adiacenti e strutture caratteristiche, dipendono dai parametri di settaggio riportati qui nel seguito:

- **SPAN**: si tratta dell’intervallo di frequenze all’interno del quale lo strumento effettua la misura. Utilizzare lo strumento con una SPAN eccessiva quando si fa uso di una risoluzione spettrale spinta può provocare un notevole aumento dei tempi di misura. E’ quindi opportuno settare un valore di SPAN piccolo quando si utilizza lo spectrum analyzer ad alta risoluzione;

- **Resolution Bandwidth RBW**: Si tratta della risoluzione con il quale lo Spectrum Analyzer è in grado di misurare il segnale. E’ il parametro che determina la capacità dello spectrum analyzer di separare e misurare due righe spettrali molto vicine;

- **Time Sweep**: determina il tempo necessario affinché il cannoncino elettronico dello strumento sia in grado di effettuare una scansione completa del segnale nell’intervallo di frequenze fornito dalla SPAN. Un Time Sweep elevato consente allo strumento di analizzare con maggiore precisione il segnale, ma aumenta considerevolmente i tempi di misura.

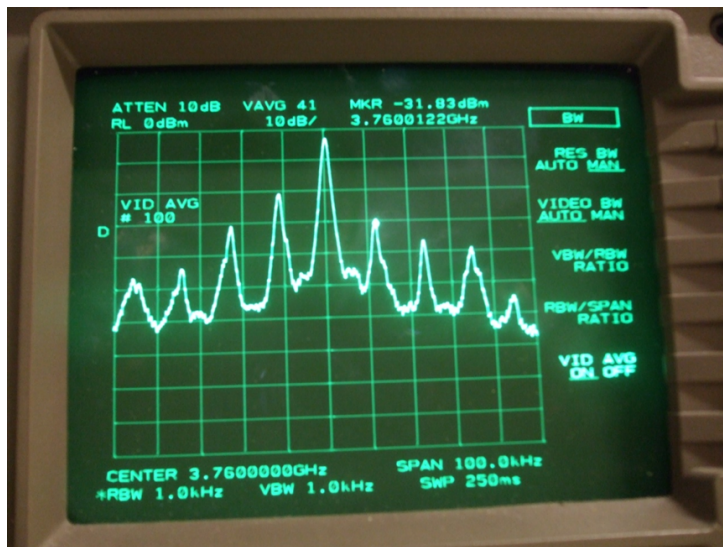


Figura 4-13: Caratteristico spettro elettromagnetico rilevato per mezzo dello Spectrum Analyzer

La figura 4-13 riporta un tipico spettro elettromagnetico rivelabile con il nostro strumento: i parametri di misura vengono riportati in basso (*center frequency*, *Span*, *RBW*, *sweep time*); la scala di misura è tipicamente espressa in dB. Il display è suddiviso in 10 celle sia in ascisse che in ordinate: è dunque possibile osservare segnali con un'ampia dinamica spettrale, discriminando componenti a -80 dB rispetto al picco. Il rumore di fondo è sempre intorno ai -90 dB. Il valore massimo di risoluzione spettrale è di soli 3 Hz. Lo strumento accetta in ingresso segnali RF di potenza non superiore ad 1 W.

Per tale ragione è risultato necessario attenuare il segnale prelevato dall'antenna immersa nel plasma con un'opportuna sequenza di attenuatori ad alta frequenza (tipicamente 4 attenuatori, due da 10 dB, due da 6 dB per un'attenuazione complessiva di 32 dB).

Lo spettrometro consente altresì il collegamento remoto al PC tramite scheda GPIB, al fine di consentirne il settaggio e l'acquisizione degli spettri. Operativamente si è infatti proceduto all'acquisizione degli spettri che sono poi stati elaborati in MATLAB [36], come si può vedere nel paragrafo 5.5.

Capitolo 5.

Risultati Sperimentali

Obiettivo di questo lavoro di tesi, come si è detto nell'introduzione, è dimostrare che il nuovo meccanismo di "plasma heating" basato su onde elettrostatiche eccitate all'interno del plasma a seguito della cosiddetta "conversione modale" possa essere consentito all'interno del Plasma Reactor.

La conversione modale è tipicamente accompagnata da tre peculiari evidenze sperimentali, che è utile elencare brevemente:

- superamento della densità di cut-off;
- generazione di raggi X ad alta energia;
- comparsa delle sidebands nello spettro dell'onda elettromagnetica incidente.

All'interno di questo capitolo, pertanto, saranno descritti i risultati sperimentali ottenuti nel corso delle attività di tesi. Come verrà spiegato in dettaglio successivamente, modificando la frequenza operativa o la posizione dei magneti permanenti, è possibile triggerare il meccanismo di heating elettrostatico o favorire l'usuale meccanismo ECR all'interno del Plasma Reactor. Nei prossimi paragrafi verranno quindi mostrati i risultati che dimostrano la generazione di onde elettrostatiche, le conseguenze del loro assorbimento e le fondamentali differenze col meccanismo ECR. Nella prima parte verranno descritti i risultati ottenuti dall'analisi delle curve di Langmuir ottenute nelle varie condizioni sperimentali. Successivamente verrà mostrato lo studio effettuato sugli spettri X generati dal plasma al variare delle condizioni fisiche; in ultimo saranno mostrati gli spettri ottenuti nel range delle microonde (GHz) e delle onde radio (MHz).

Va sottolineata la presenza di una o più di queste evidenze in precedenti esperimenti; ma solo negli ultimi mesi, nell'ambito dei Laboratori Nazionali del Sud, sono stati osservati simultaneamente i tre fenomeni.

5.1 Caratterizzazione del plasma eccitato a 2.45 GHz

Nella prima fase dell'esperimento, si è creato un plasma introducendo del gas di Argon alla pressione di $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$ e inviato delle microonde alla frequenza di 2.45 GHz. In queste condizioni, come mostrato in Figura 3-12, all'interno della camera del plasma esistono regioni per cui il campo magnetico assume valori inferiori a quello di risonanza ECR ($B < B_{\text{ECR}}$). In queste condizioni sarà possibile sia l'usuale riscaldamento ECR che la generazione di onde di Bernstein all'UHR ed il conseguente assorbimento alle armoniche della risonanza ECR.

Nelle regioni in cui le EBW possono propagarsi ed essere assorbite, ossia per $B_{\text{ECR}}/2 < B < B_{\text{ECR}}$ la densità è libera di aumentare ben al di sopra del cut-off.

Come detto nel paragrafo 4.1.1, la teoria O.M.L fornisce valori più attendibili dei

parametri del plasma, pertanto, ricordando l'Eq. 4-8, se riportiamo graficamente il quadrato della corrente in funzione del potenziale di plasma, otteniamo una dipendenza lineare, dalla cui pendenza si può estrapolare la densità n_e , mentre il valore dell'intercetta fornisce una stima della temperatura elettronica.

Le curve di resistività ottenute con la Langmuir Probe sono state ricavate variando sia la posizione della sonda nella sorgente che, (fissata la posizione), variando la potenza delle microonde. In Figura 5-1 e 5-2 si può osservare la parte ionica della curva di Langmuir (a potenziali negativi) ottenuta a diverse potenze e a diverse posizioni. E' evidente che per potenziali molto negativi, quando svanisce l'influenza degli hot electrons, le curve diventano essenzialmente delle rette, la cui pendenza dipende linearmente dalla densità del plasma. La pendenza (e quindi la densità) è estremamente sensibile al variare di posizione e potenza. Dall'analisi completa di queste curve sarà quindi possibile ricavare una mappa di densità e temperatura all'interno del plasma.

A tal punto diventa quindi particolarmente interessante osservare l'andamento della densità elettronica in funzione della potenza a pressione fissata, effettuando un plot della densità elettronica, in cui, per mettere in evidenza la posizione delle risonanze, è stato inserito il profilo di campo magnetico (Figura 5-3)

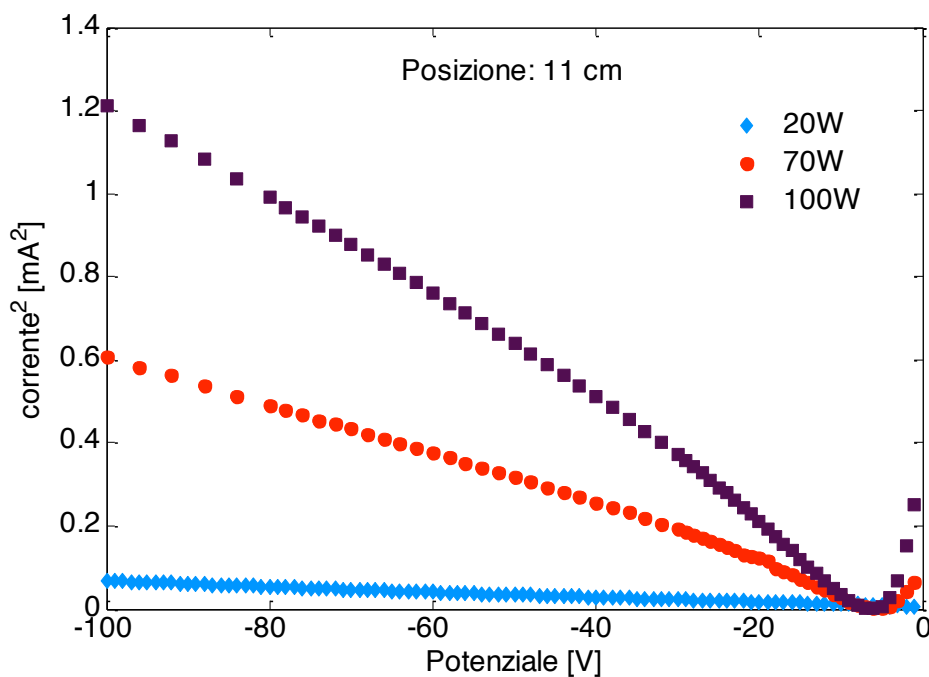


Figura 5-1: Andamento della corrente in funzione del potenziale a posizione fissata.

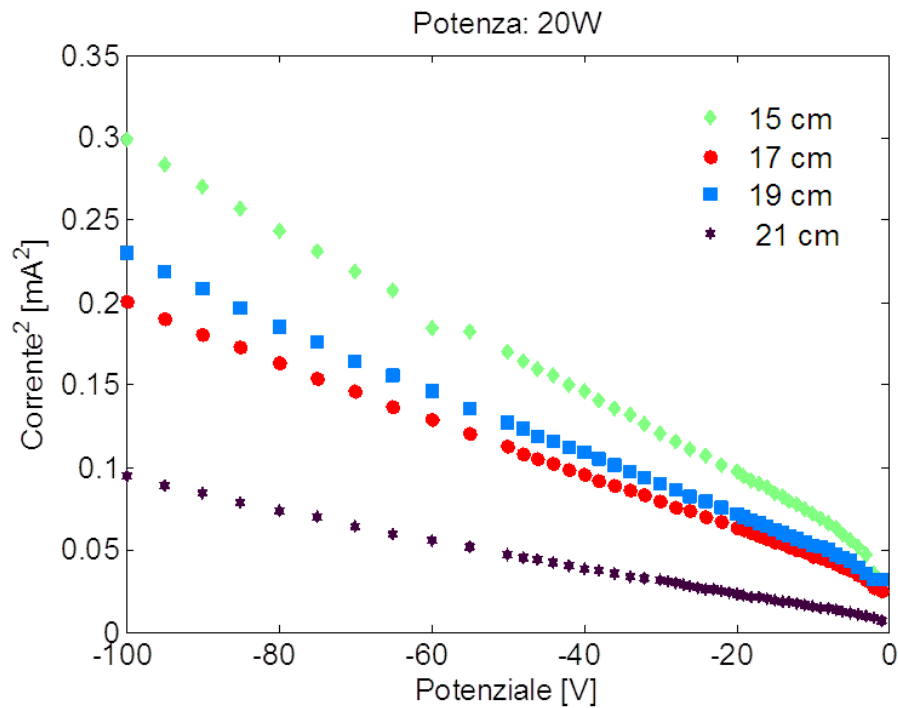


Figura 5-2: andamento della corrente in funzione del potenziale a potenza fissata

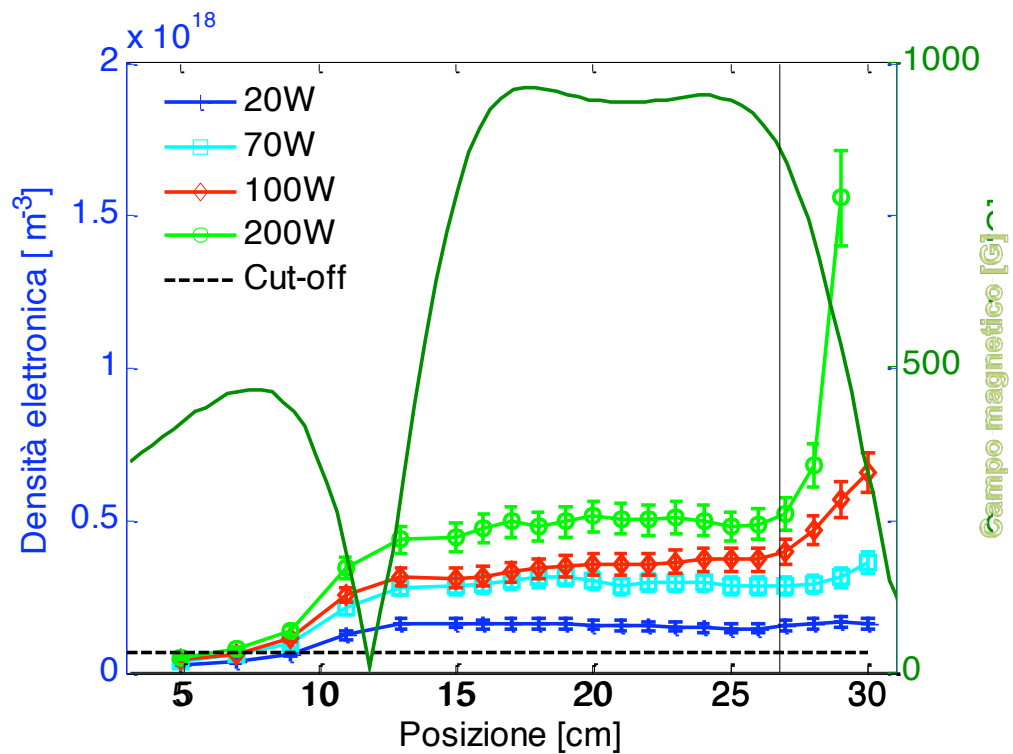


Figura 5-3: andamento della densità in funzione della potenza alla pressione di $1.5 \cdot 10^{-4}$ mbar.

Dalla Figura 5-3 si nota immediatamente che la densità degli elettroni è ovunque comparabile o maggiore della densità di cut-off ($n_c = 7,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$). Esaminiamo dapprima il caso a 20W: la densità supera il cut-off solo leggermente, così come si osserva nelle sorgenti a scariche di microonde.

In questi casi il superamento della densità di cut-off è dovuto alla propagazione dell'onda evanescente, o alla propagazione di un'onda R nella regione "off-resonance", ovvero laddove il campo magnetico supera il valore corrispondente all'ECR.

Nel caso in cui si propaghi l'onda R, il riscaldamento e la produzione di plasmi ad alta densità procede per il noto processo di ECR descritto nel paragrafo 2.3.

È interessante considerare, inoltre, il caso in cui si propaghi un'eventuale onda evanescente, la cui presenza nel plasma può sussistere in accompagnamento all'assorbimento dell'onda R. Dal momento che, nel caso più semplice di onda piana $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$, essendo k immaginario, compare nella relazione del campo elettrico un termine reale di attenuazione dell'onda, l'onda che penetra all'interno del plasma al di là del cut-off diventa evanescente, e l'energia che questa trasporta può essere trasferita al plasma attraverso due processi:

1. se il plasma è privo di collisioni si producono delle oscillazioni elettrostatiche che si smorzano molto rapidamente.
2. se il plasma è collisionale l'energia viene trasferita al plasma generando così un particolare processo di riscaldamento elettronico nella regione evanescente. La profondità di penetrazione dell'onda evanescente dipende principalmente dalla frequenza delle microonde, che per esempio a 2.45 GHz è pari a circa 1 cm. Ciò significa che solo dopo 4–5 cm possiamo supporre che l'energia dell'onda si sia completamente esaurita, giustificando la presenza del plasma anche al di là della regione in cui si è raggiunta una densità prossima o superiore alla densità di cut-off.

A potenze superiori di 70W il plasma ha, invece, una densità ben al di sopra della densità di cut-off, in particolare per posizioni della sonda maggiori di 27 cm, quando il campo magnetico assume valori inferiori a quello di risonanza. Si può notare in questa regione che raddoppiando la potenza, ovvero passando da 100W a 200W, il valore di densità triplica, raggiungendo valori venti volte superiori la densità di cut-off.

Ciò non può essere attribuito al riscaldamento ECR ma può essere spiegato considerando altri meccanismi di riscaldamento del plasma; dato che il fortissimo aumento di densità avviene per $B_{\text{ECR}}/2 < B < B_{\text{ECR}}$ è possibile che il meccanismo sia identificabile nell'assorbimento di onde elettrostatiche di Bernstein, generate nello spazio tra le due risonanze ed assorbite alla prima ed alla seconda armonica.

Per avere la certezza di aver correttamente stimato i valori di densità ottenuti, si sono confrontate le tre teorie citate nel capitolo 4 (O.M.L., Bohm e EEDF).

Il confronto, riportato in Figura 5-4, dimostra che per quanto le tre teorie differiscano leggermente, mostrando una discrepanza fra loro dell'ordine del 20%, concordano sull'elevato valore di densità ottenuto, soprattutto nella regione "off-resonance", mostrando, quindi, senza ombra di dubbio di essere in presenza di un plasma overdense.

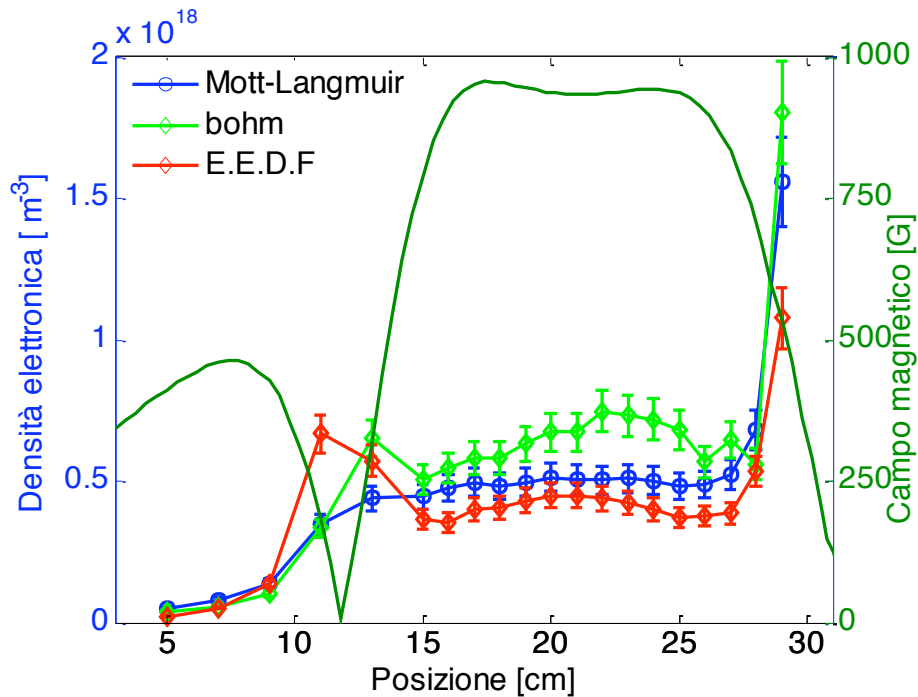


Figura 5-4: confronto fra le maggiori teorie per il calcolo della densità.

In Figura 5-5 riportiamo, invece, la temperatura elettronica al variare della potenza: per tutte le potenze si può osservare un incremento di temperatura nelle regioni in prossimità delle due risonanze ECR, che raggiunge valori di 10-15 eV per posizioni superiori a $z=27$ cm.

È interessante osservare che, nonostante l'estensione della sonda non permetta di raggiungere distanze superiori a $z=30$ cm all'interno della camera, in questa regione è possibile intravedere un picco secondario, rispetto alla risonanza ECR, evidenza del fatto che parte dell'energia viene depositata anche alla seconda armonica.

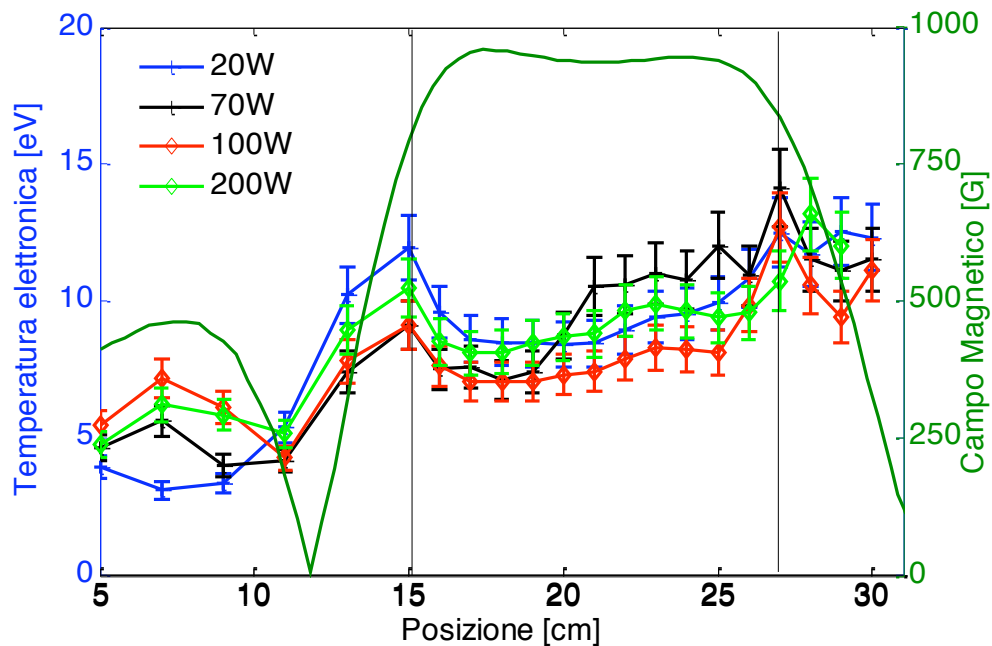


Figura 5-5: andamento della temperatura elettronica in funzione della posizione della sonda all'interno della camera.

5.2 Caratterizzazione del plasma eccitato a 3.75 GHz

L'eccitazione del plasma a 2.45 GHz non consente, quindi, di separare l'effetto dell'assorbimento diretto all'ECR rispetto all'eventuale meccanismo di conversione modale, che si verifica all'UHR. Dunque si è cambiata la frequenza operativa del Plasma Reactor portandola a 3.7476 GHz, ovvero ad un valore per cui non fosse possibile il verificarsi dell'ECR.

Effettuando l'analisi come precedentemente fatto per la frequenza di 2.45 GHz riportiamo adesso i grafici relativi alla densità (Figura 5-6) e alla temperatura elettronica (Figura 5-7) per la frequenza di 3.75 GHz. Per quanto riguarda l'andamento della densità in funzione della potenza possiamo osservare che in questo caso a 20 W il plasma è underdense in quanto questa potenza non è in grado di sostenere il plasma. Superati invece i 70W la densità misurata è ovunque al di sopra della densità di cut-off ($n_c = 1,75 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ -linea blu in Figura 5-6-), mostrando un picco pronunciato a 100W in corrispondenza di $B \cong \frac{1}{2} B_{ECR}$, ove la densità raggiunge valori di circa $5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, valore tre volte superiore alla densità di cut-off.

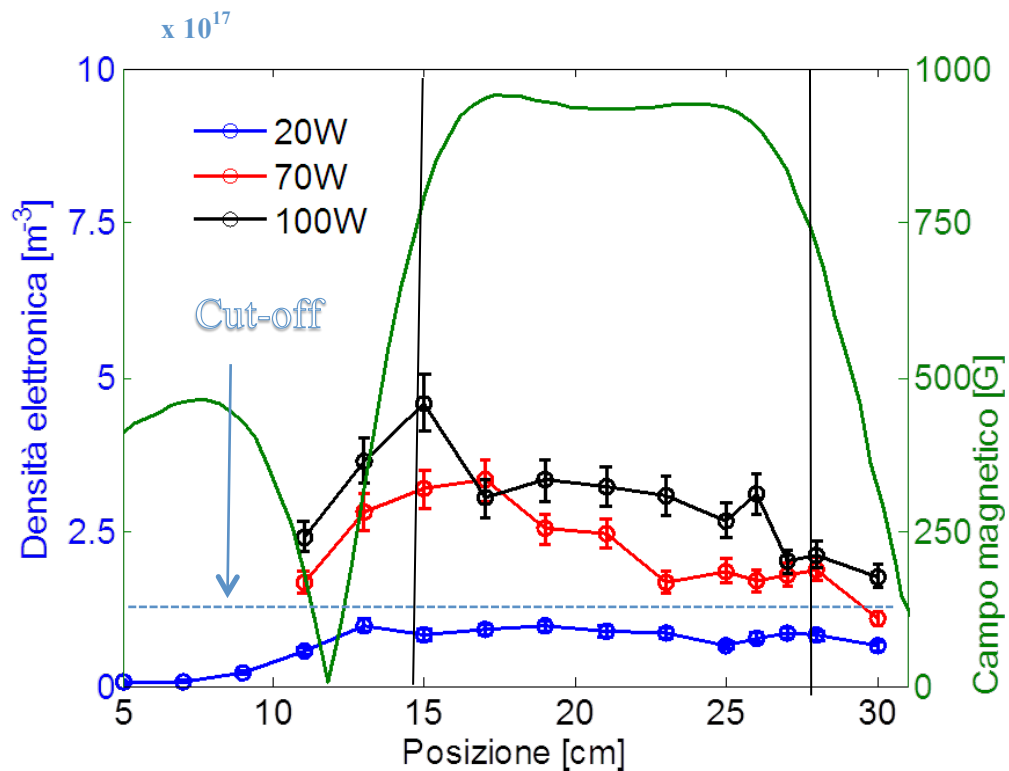


Figura 5-6: andamento della densità in funzione della potenza alla pressione di $1.5 \cdot 10^{-4}$ mbar.

Per quanto riguarda invece l'andamento della temperatura riportata in Figura 5-7 possiamo ancora notare che superata la potenza soglia di 70W, oltre a riscontrare temperature elettroniche dell'ordine dei 10 eV, così come osservato anche alla frequenza di 2.45 GHz, compare ovunque una popolazione di elettroni più caldi (ottenuti dalla doppia pendenza della curva di resistività, così come mostrato in Figura 4-9), che in prossimità della prima armonica, raggiunge valori superiori ai 20 eV, segno che in tali posizioni il riscaldamento da parte delle onde di Bernstein è stato molto efficace.

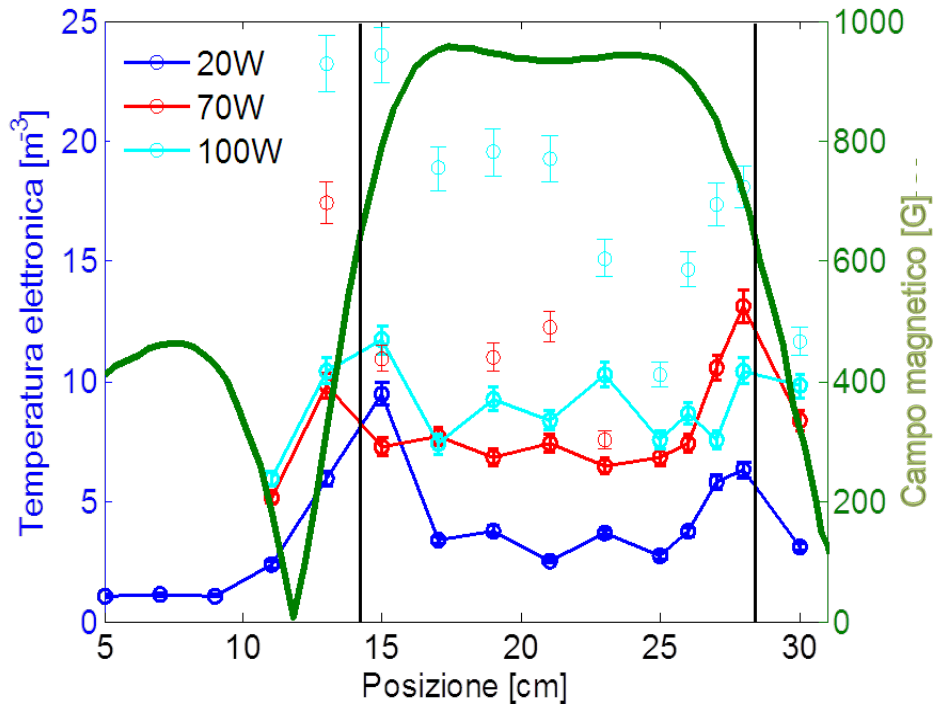


Figura 5-7: temperatura elettronica

In corrispondenza delle regioni di risonanza è stata poi calcolata la EEDF; in Figura 5-8 è stata riportata quella inerente alla potenza di 100W ottenuta nella posizione $z=13$ cm.

Quello che si evince dalla figura è che la EEDF assume la forma di due maxwelliane: la prima corrisponde ad una popolazione in quiete rispetto al riferimento della sonda, mentre una seconda popolazione possiede una velocità del centro di massa non nulla. Al fine di valutare l'entità di tale velocità, è stato effettuato un fit fra i valori sperimentali e la distribuzione energetica teorica ottenuta dalla somma di due maxwelliane [37].

Dalla figura è possibile osservare che il miglior accordo fra i dati sperimentali e l'andamento teorico (linea continua in figura) è stato ottenuto considerando l'Eq. 5-1, in cui ad una maxwelliana è stato aggiunto il termine $v_0 = 1 \cdot 10^5$ m/s:

$$f(v) = A_1(T_{e1}, v)e^{-\frac{mv^2}{2kT_{e1}}} + A_2(T_{e2}, v)e^{-\frac{m(v-v_0)^2}{2kT_{e1}}} \quad 5-1$$

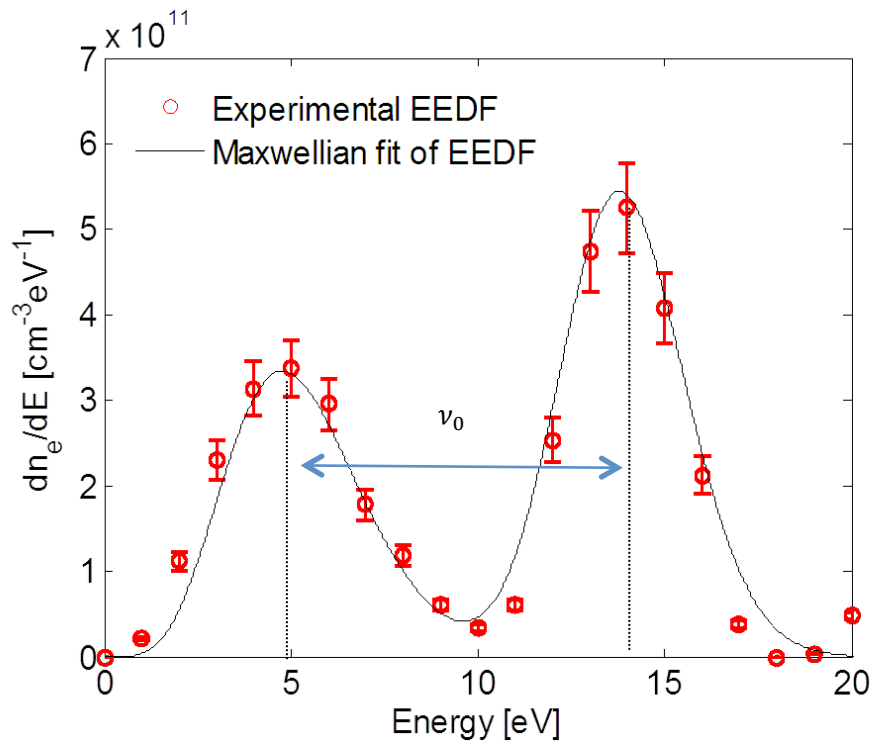


Figura 5-8: EEDF ottenuta alla potenza di 100W.

Per meglio evidenziare il profilo della EEDF alle differenti posizioni della sonda all'interno della camera, riportiamo in Figura 5-9 le EEDF normalizzate rispetto alla massima densità (per una più chiara visualizzazione).

Possiamo notare che alla posizione $z=13-15\text{cm}$ e nella regione della seconda armonica ovvero alla posizione $z=27-28\text{ cm}$, è visibile nella EEDF il doppio picco, segno che, almeno in quella regione, il fluido elettronico di cui è composto il plasma è stato messo in rotazione grazie al meccanismo di assorbimento.

Questo, come visto nel paragrafo 1.7, può essere identificato dal drift $\vec{E} \times \vec{B}$ dovuto alla presenza di campi elettrostatici delle onde di Bernstein e dal campo magnetico permanente del Plasma Reactor [38].

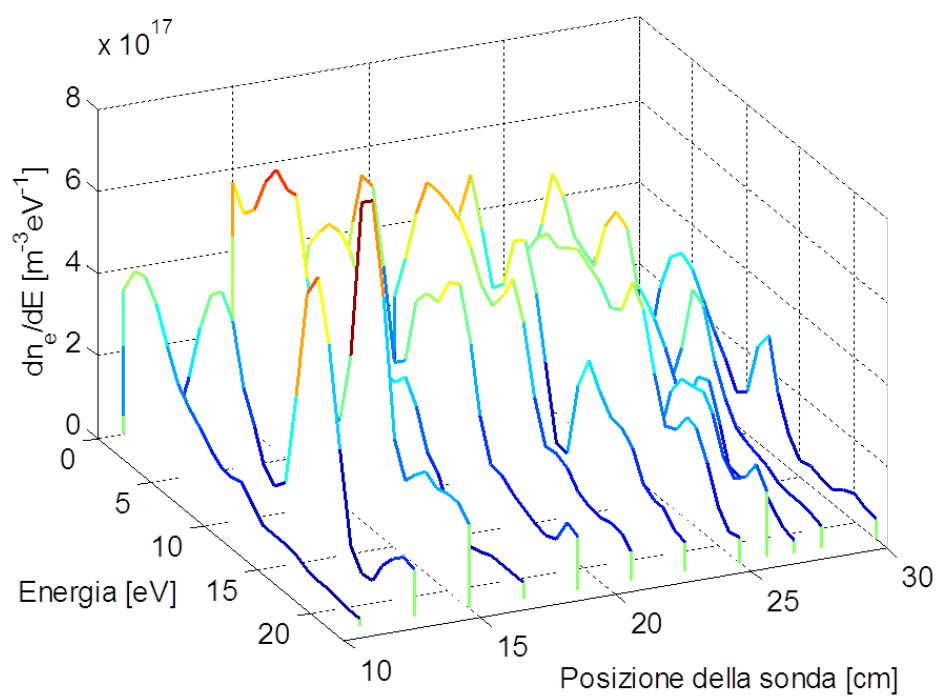


Figura 5-9: variazione della EEDF con la posizione.

5.3 Ulteriori evidenze del flusso azimuthale elettro-nico

Per provare a correlare i meccanismi fisici finora osservati e per visualizzare la struttura del plasma all'interno della sorgente, abbiamo acquisito delle immagini per mezzo di una camera CCD attraverso una flangia del Plasma Reactor (Figura 5-10).

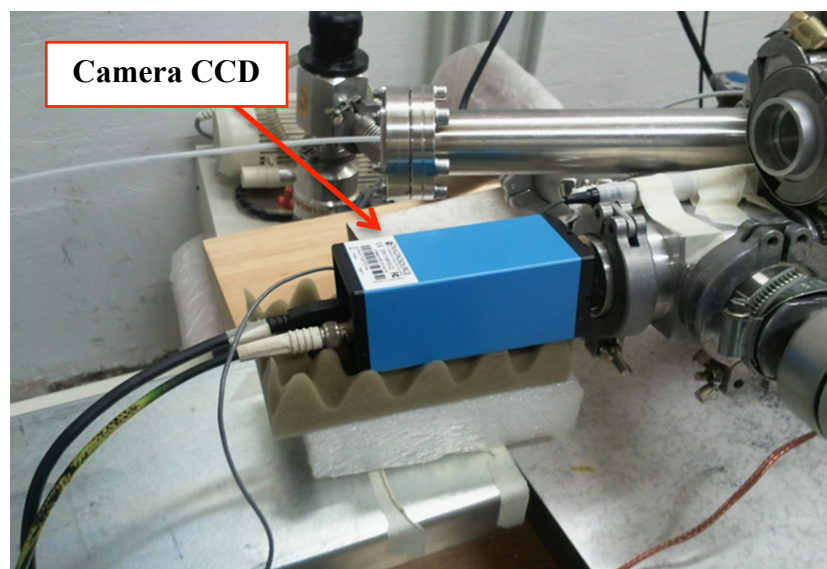


Figura 5-10: posizionamento di una camera CCD in una flangia del Plasma Reactor

Le immagini acquisite mostrano che la struttura del plasma dipende dalla frequenza utilizzata: a 2.45 GHz (Figura 5-11) il plasma si presenta con un “core” luminoso circondato da un alone più scuro. Questo tipo di struttura è piuttosto comune nei plasmi in cui l’assorbimento di energia elettromagnetica si verifica principalmente alla risonanza ECR. Inoltre è visibile (Figura 5-11 A) un arco luminoso a diversi centimetri di distanza dalla sfera caratterizzata dalla massima emissione di luce, la cui natura è presumibilmente legata alla conversione modale ed alla generazione di onde elettrostatiche. A 3.75 GHz il plasma assume una struttura profondamente diversa, che cambia comunque con la potenza. Per potenze RF sotto la potenza di soglia di 80 W, l’elemento saliente consiste proprio nella enfattizzazione dell’anello luminoso, che adesso diviene il tratto caratteristico della struttura del plasma (così come si evince dalla Figura 5-12 A), al di sopra della potenza di 80 W la configurazione cambia e assume quella un di “plasma hole”, ossia una struttura cilindrica fortemente luminosa con una regione centrale più scura, mostrata in Figura 5-12 C.

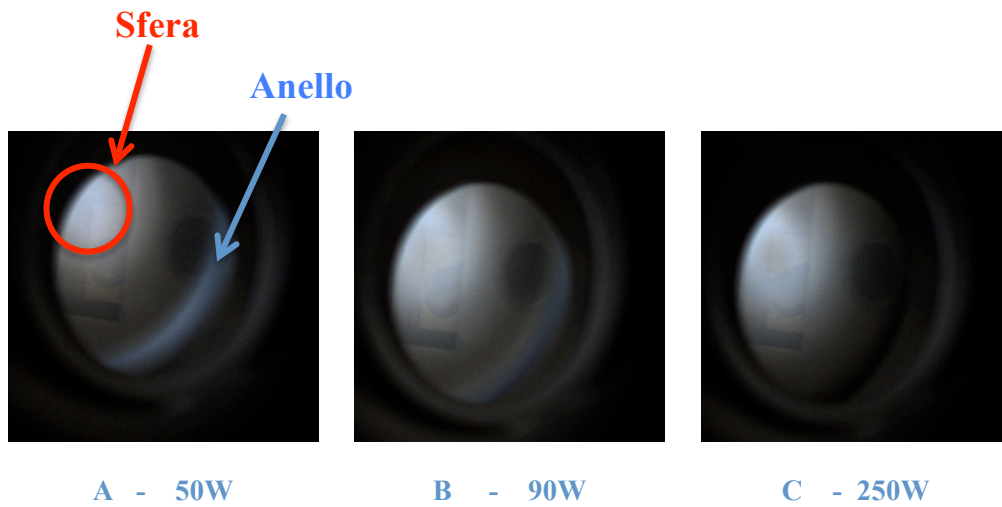


Figura 5-11:immagini acquisite con la camera CCD alla frequenza operativa di 2.45 GHz

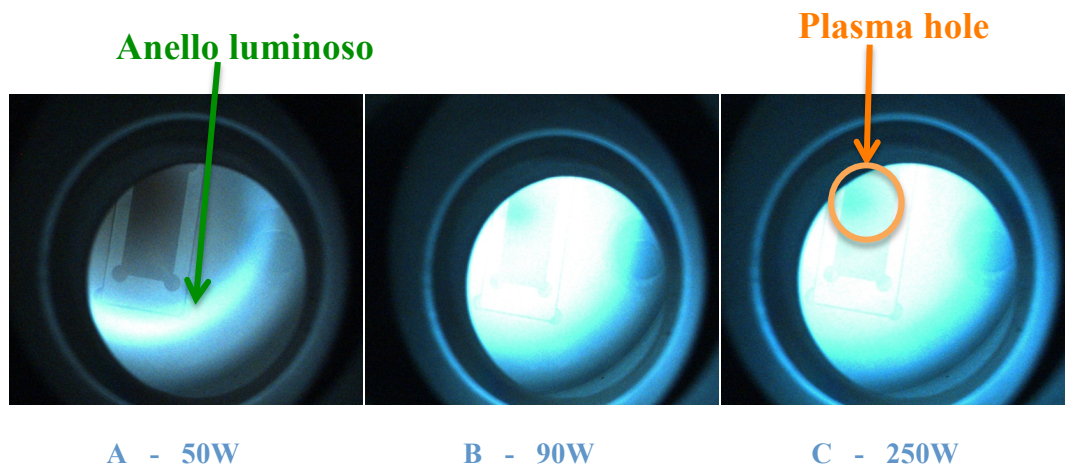


Figura 5-12: immagini acquisite con la camera CCD alla frequenza operativa di 3.75 GHz

Contemporanee misure del campo magnetico effettuate all'esterno della camera del plasma mostrano ancora la presenza di una soglia caratteristica (Figura 5-13) superata la quale la variazione di campo magnetico assiale ed azimutale (le cui cause verranno analizzate tra poco) subiscono una variazione fortemente non lineare.

Come si evince dalla Figura 5-13 la variazione di campo magnetico azimutale aumenta con la potenza fino ad arrivare a valori $\Delta B_{Az} \sim 3G$ alla potenza di 80W, superata tale soglia crolla a $\Delta B_{Az} \sim 1G$ per poi aumentare nuovamente con la potenza, mentre la variazione di campo magnetico assiale, nulla per basse potenze, superata la potenza critica subisce un improvviso incremento.

Risultati Sperimentali

La variazione di campo magnetico, correlata al cambiamento di forma del plasma, rappresenta un chiaro segnale riguardo al moto ordinato di particelle cariche (per lo meno elettroni) all'interno del plasma.

Un fenomeno simile è stato in passato (2004) osservato da K. Nagaoka ed al. [39], i quali hanno correlato l'insorgenza del "plasma hole" alla veloce rotazione del plasma. Nel nostro caso, gli elettroni quindi possiedono una velocità di drift proporzionale a $\vec{E} \times \vec{B}$ ($v_{drift} = 1.9 \cdot 10^6 m/s$) e vengono accelerati lungo cerchi concentrici creando un flusso azimutale attorno all'asse della camera del plasma e formando così una struttura simile ad un tifone chiamata *Burgers vortex* [40] la cui velocità azimutale supera la velocità del suono degli ioni $c_s = \sqrt{\gamma RT}$.

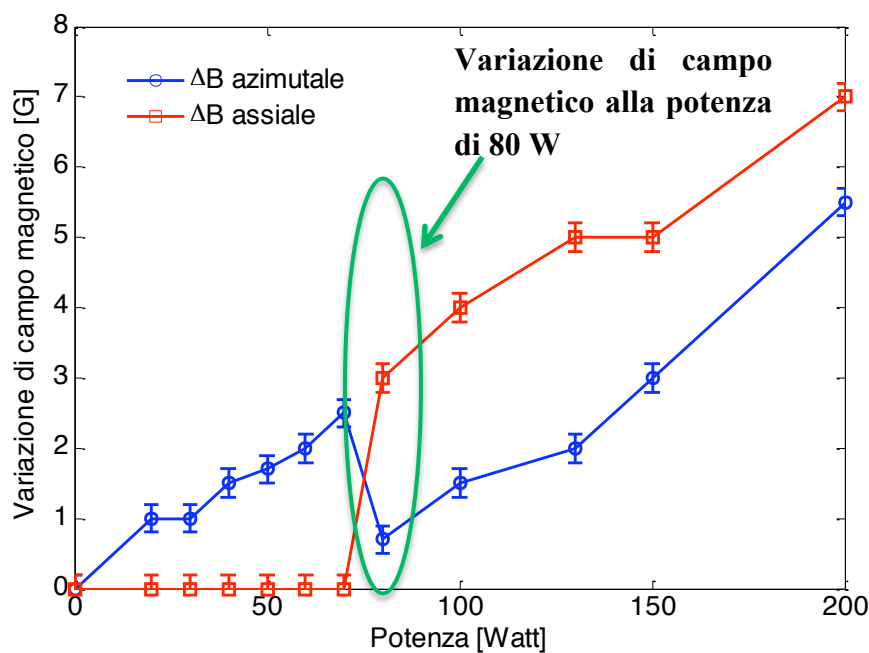


Figura 5-13: andamento della variazione del campo magnetico con la potenza

Un ulteriore segnale dell'attivazione di flussi ordinati del plasma a seguito della possibile formazione del "plasma vortex", è dato dal danneggiamento della finestra di Kapton posizionato tra la guida d'onda e la camera, che si manifesta costantemente a potenze superiori di 80W (Figura 5-14), nonché dal crollo della pressione dei neutri "upstream", ovvero in direzione opposta rispetto alla direzione di "scarico" del vortice che punta verso la finestra delle microonde. Dalla Figura 5-15 possiamo osservare che a tale potenza critica, infatti, la pressione subisce un improvviso decremento dell'ordine del 50% che continua gradualmente a diminuire per potenze superiori, simile al "plasma pumping" osservato di solito in sorgenti ECR operanti a pressioni $\sim 10^{-7} mbar$. Questo è completamente in contraddizione con quanto avviene nelle sorgenti a scariche di microonde in cui si osserva invece un aumento della pressione di background con la po-

Risultati Sperimentali

tenza.

Tale diminuzione di pressione è probabilmente connessa alla rotazione del plasma, in quanto è stata osservata anche in tipologie di sorgenti (sorgenti RF) dove il drift $\vec{E} \times \vec{B}$ è provocato invece dall'introduzione di un campo elettrico esterno [41].



Figura 5-14: finestra delle microonde (foglio di Kapton di spessore 0,5 μ m)

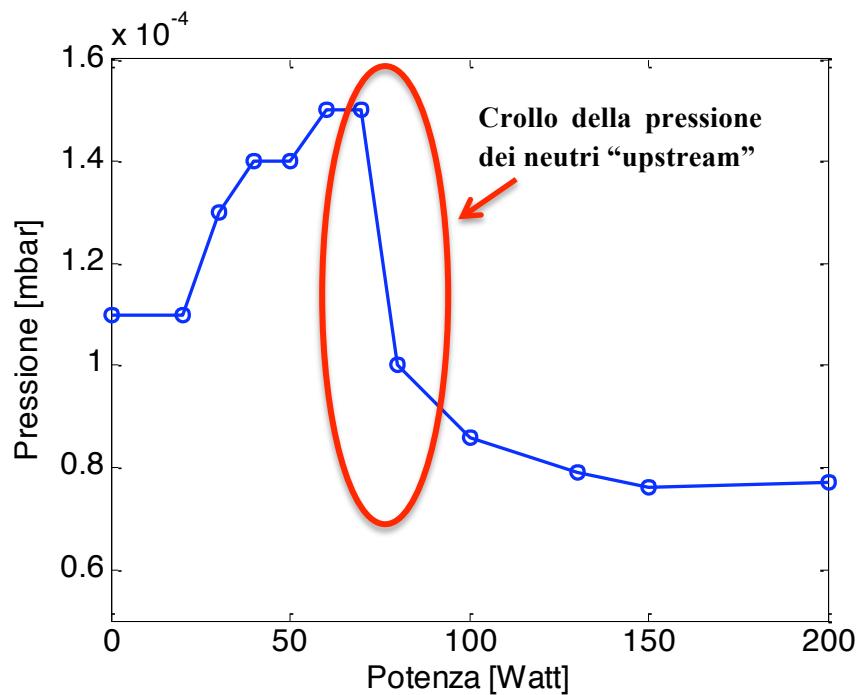


Figura 5-15: andamento della pressione con il variare della potenza

5.4 Analisi dell'emissione X

I plasmi ad alto contenuto energetico rappresentano un formidabile mezzo emettitore di radiazione elettromagnetica, dal visibile agli UV fino ad arrivare ai raggi X.

In quest'ultimo caso, l'intensità dell'emissione è legata alle sezione d'urto di bremsstrahlung, che si verifica per via degli urti elettronici intra-plasma.

La sezione d'urto differenziale di bremsstrahlung per un elettrone che urta un nucleo di carica Z ed emette un fotone di energia $h\nu$, per energie non relativistiche (ossia $kT \ll 500$ keV), è data dalla seguente formula [42]:

$$\frac{d\sigma(h\nu)}{dh\nu} = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \alpha^3 \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^2 \left(\frac{c}{v_e} \right)^2 \frac{Z^2}{h\nu} \quad 5-2$$

in cui si è utilizzata l'approssimazione di Kramer.

In un plasma ECR, la densità emissiva $J(h\nu)$ è data dalla:

$$J(h\nu) = n^2 h\nu \int_{h\nu}^{\infty} \frac{d\sigma(h\nu)}{dh\nu} v_e(E) f(E) dE \quad 5-3$$

in cui compare la velocità elettronica $v_e(E)$ e la distribuzione dell'energia elettronica $f(E)$. Se consideriamo una distribuzione energetica di Maxwell-Boltzmann (f_{Mw}) del tipo:

$$f_{Mw}(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E^{1/2}}{(kT_{Mw})^{3/2}} e^{\left(-\frac{E}{kT_{Mw}}\right)} \quad 5-4$$

l'Eq. 5-3 diventa:

$$J_{M-K}(h\nu) = n^2 (Z\hbar)^2 \left(\frac{4\alpha}{\sqrt{6m_e}} \right)^3 \left(\frac{\pi}{kT_{Mw}} \right)^{1/2} e^{\left(-\frac{h\nu}{kT_{Mw}}\right)} \quad 5-5$$

In cui $J(h\nu)$ può essere calcolato a partire dal numero di conteggi per canale $N^{ch}(h\nu)$:

$$J(h\nu) = h\nu \frac{N^{ch}(h\nu)}{\eta(h\nu)t} \frac{4\pi}{\Delta E V \Omega} \quad 5-6$$

dove $\eta(h\nu)$ è l'efficienza dell'apparato sperimentale, ΔE è l'intervallo di energia corrispondente al canale, V è il volume di plasma visto dal detector e Ω l'angolo solido del rivelatore.

In Figura 5-16 mostriamo un esempio di spettro acquisito con il rivelatore HPGe, in cui compaiono le righe caratteristiche delle sostanze presenti all'interno della camera (Ferro e Cromo dovute alla camera in acciaio e Argon da noi utilizzato come gas per la produzione del plasma).

ELEMENTO	ENERGIA (keV)	
	K_{α}	K_{β}
<i>Fe</i>	6,389	7,057
<i>Cr</i>	5,411	5,924
<i>Ar</i>	2,957	3,190

Tabella 5-1: Energie note relative alle due transizioni per ogni elemento.

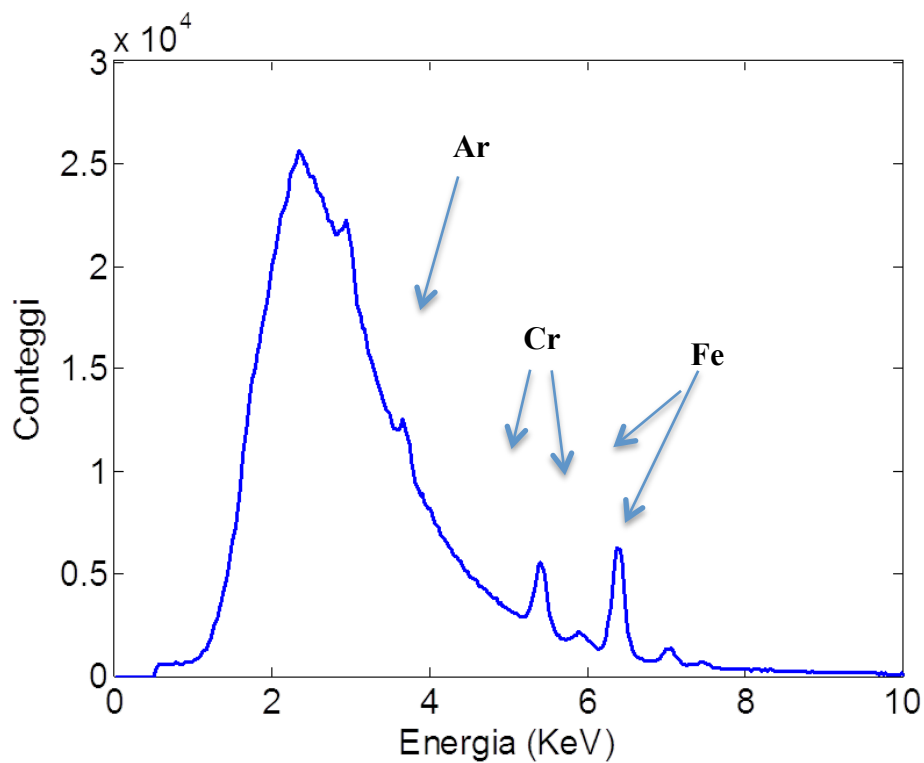


Figura 5-16: spettro X

Ricavando sperimentalmente l'Eq. 5-6 e fittandola poi con l'Eq. 5-5 e possibile ottenere, dalla derivata di quest'ultima (una volta preso il logaritmo), il valore della temperatura elettronica. Mentre dall'intersezione dello spettro X con l'asse $\vec{x}$ possiamo ottenere l'energia di *End Point* che ci permette di determinare il massimo di energia degli elettroni all'interno del nostro sistema (Figura 5-17)

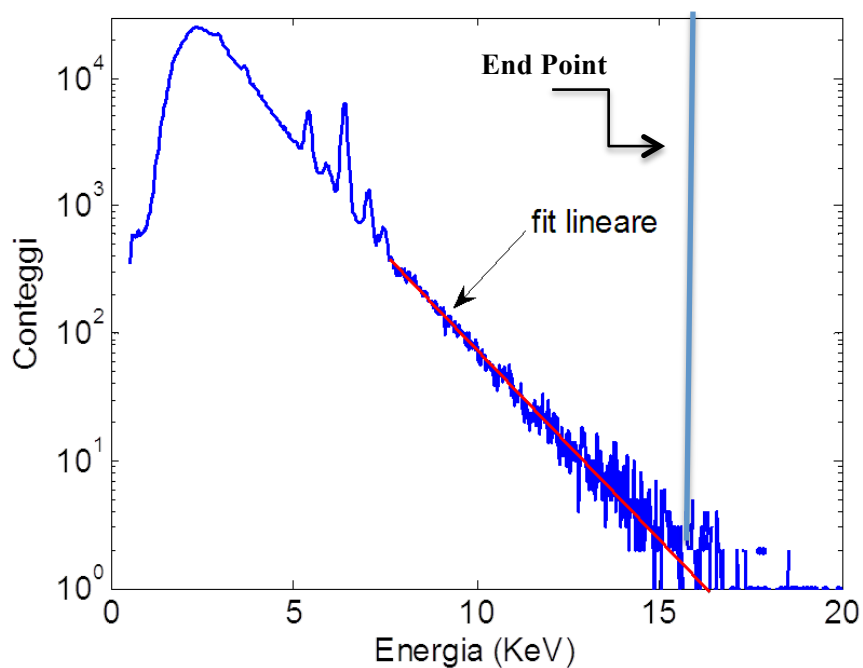


Figura 5-17: spettro X in formato logaritmico con End Point

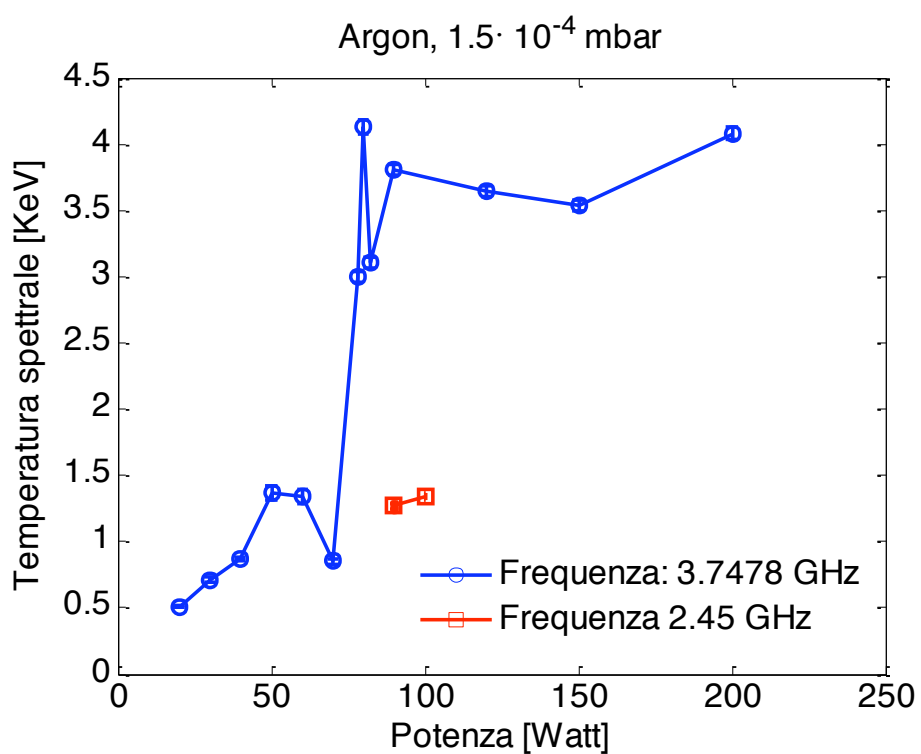


Figura 5-18: temperatura spettrale alle frequenze di 2.45 GHz e 3.7478 GHz.

Si può osservare che per entrambe le frequenze le temperature spettrali aumentano superata la soglia di 80W; in particolare a 3.7478 GHz si osserva una $T \approx 1,5 \text{ keV}$ per potenze al di sotto degli 80W; al superamento di tale soglia la temperatura supera i 4 keV.

Sottolineiamo inoltre che estrapolando le temperature spettrali per differenti gas, eccitati a pressione costante ($1,5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$) ed ad una frequenza di 2.45 GHz, come mostrato in Figura 5-19 è ben evidente la presenza, anche in questo caso, di una soglia a 90 W: al di sotto di tale valore infatti, per i tre differenti gas non si osserva emissione di X, pertanto non viene riportata nel grafico alcuna temperatura spettrale, invece, al di sopra di tale soglia, aumenta fino a raggiungere valori di $T \approx 1,5 \text{ keV}$.

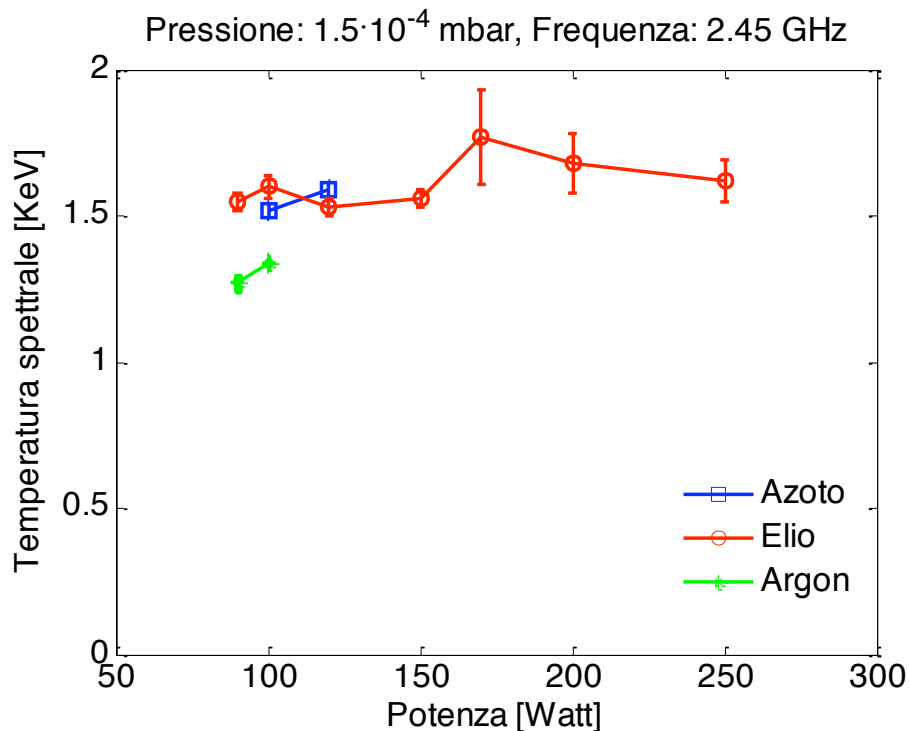


Figura 5-19: confronto fra temperature spettrali osservate per differenti gas

Per quanto riguarda invece l'energia massima raggiunta dagli elettroni (End Point energy) alla frequenza di 3.75 GHz e alla pressione di $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$ abbiamo ottenuto un valore di circa 40 keV per valori di potenza al di sopra degli 80 W, valore incompatibile con il classico riscaldamento ECR in un plasma non confinato, per il quale le temperature tipiche previste sono dell'ordine di 10 o 100 eV.

Ricordando, come descritto nel capitolo 2, che il valore massimo di energia che l'elettrone può guadagnare secondo il damping Sagdeev-Shapiro, (Eq. 2-94), dipende

dal campo elettrico (E) dell'onda di Bernstein e dal campo magnetico (B) nel punto in cui l'assorbimento ha luogo [43], inserendo valori di campo magnetico tipici della camera del plasma ($B = 0.1T$) e di energia massima dell'elettrone $W_{MAX} = 40keV$ possiamo ottenere valori di campo elettrico associato all'onda elettrostatica di $1,2 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$.

5.5 Sidebands

Come scritto nel paragrafo 2.6, sotto l'influenza di un campo elettromagnetico ad alta frequenza i vari modi di oscillazione nel plasma si possono accoppiare e, vicino alla risonanza, le onde di plasma possono decadere in onde con lunghezze d'onda minore [44].

Abbiamo già visto che all'UHR la lunghezza d'onda del modo X diventa piccola e l'ampiezza dell'onda del campo elettrico aumenta, pertanto in questa regione si hanno fenomeni non lineari di eccitazione parametrica in cui l'onda EM entrante genera onde di Bernstein e onde ioniche a bassa frequenza.

Utilizzando la Langmuir probe come antenna elettromagnetica locale, ovvero collegandola allo Spectrum Analyzer (SA), è possibile ottenere l'analisi spettrale di emissione al plasma (Figura 5-20).

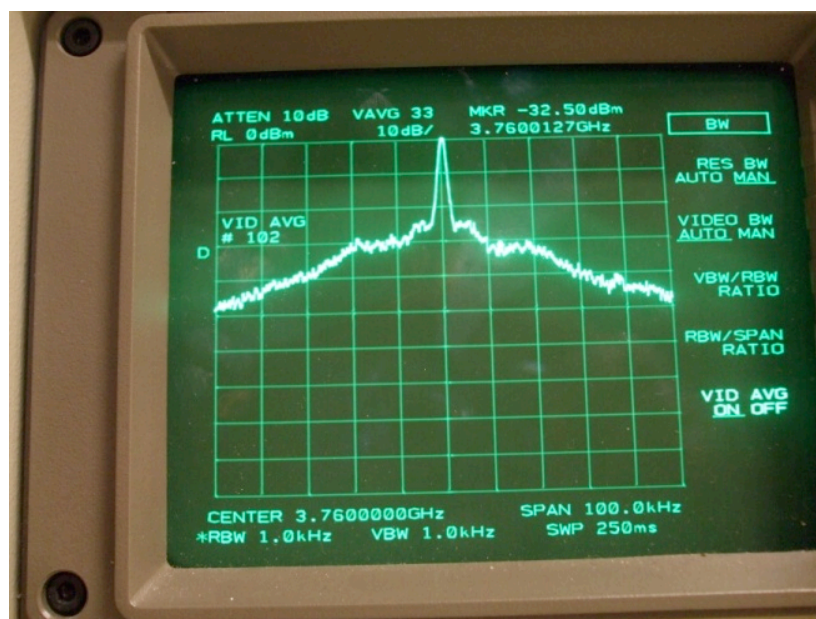


Figura 5-20: spettro elettromagnetico ottenuto con lo Spectrum Analyzer

In Figura 5-21 viene mostrato lo spettro elettromagnetico al variare della potenza: si può osservare che, all'aumentare della potenza, lo spettro si allarga (Figura 5-22) in maniera sostanziale, segno questo di un forte accoppiamento non lineare onda-plasma.

Risultati Sperimentali

Ancora una volta, alla particolare pressione considerata di $1,5 \cdot 10^{-4}$ mbar, il valore critico di potenza è risultato essere 70 W. A questa potenza è stata osservato l'insorgere di alcune "sidebands", ovvero di righe ben definite nello spettro elettromagnetico. Al di sopra di questo valore di potenza, l'interazione non lineare ha prodotto l'ulteriore broadening delle righe provocando così un notevole allargamento del segnale spettrale [45].

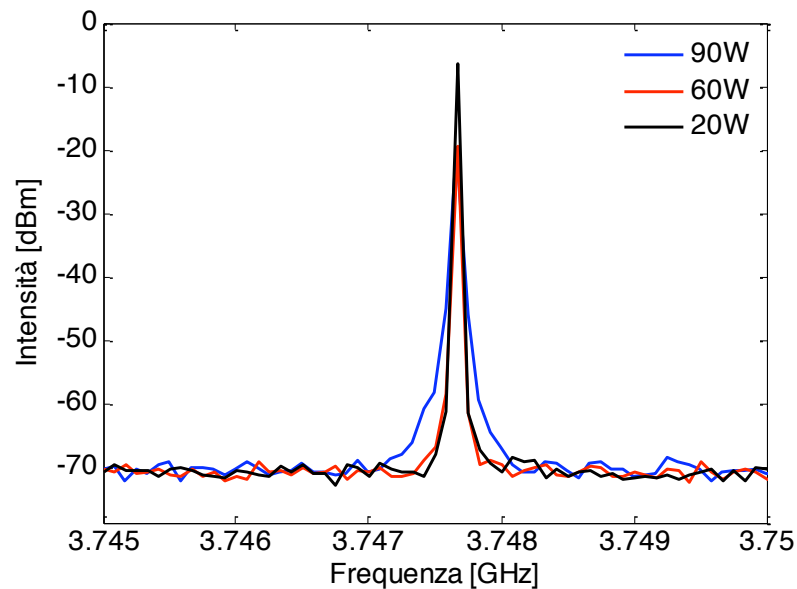


Figura 5-21: spettro elettromagnetico (parametri dello Spectrum Analyzer SPAN 50 MHz, RBW 10 KHZ)

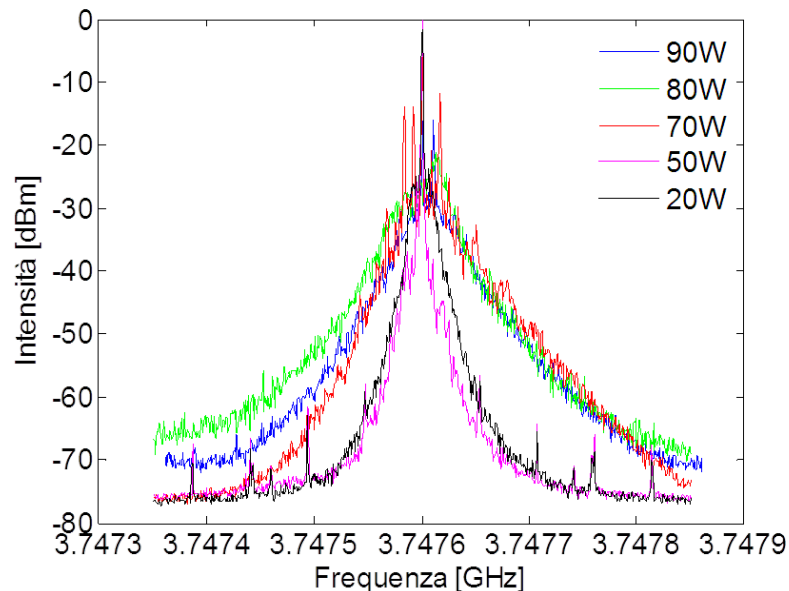


Figura 5-22: spettro elettromagnetico ottenuto a differenti potenze (parametri dello Spectrum Analyzer - SPAN 500 MHz, RBW 1KHz).

Risultati Sperimentali

Per confermare che si tratti effettivamente di onde ioniche abbiamo acquisito lo spettro sopra soglia, ovvero a 90 W, a 2 differenti pressioni operative (Figura 5-23). Il tentativo ad alta pressione è stato effettuato per escludere che il segnale ionico fosse in realtà il risultato di un rumore elettromagnetico del generatore di microonde.

Al contrario, le onde ioniche sono state rivelate soltanto per quella pressione per cui si misuravano al contempo il plasma overdense, il broadening dello spettro ad alta frequenza, nonché l'emissione di radiazione X (Figura 5-24).

La simultanea osservazione dei tre fenomeni rappresenta una chiara dimostrazione di quanto previsto nel lavoro di K. S. Golovanivsky [43] e la riproducibilità di tali fenomeni è incoraggiante in vista delle applicazioni dei principi di generazione del plasma overdense a sorgenti di ioni ad altissima intensità.

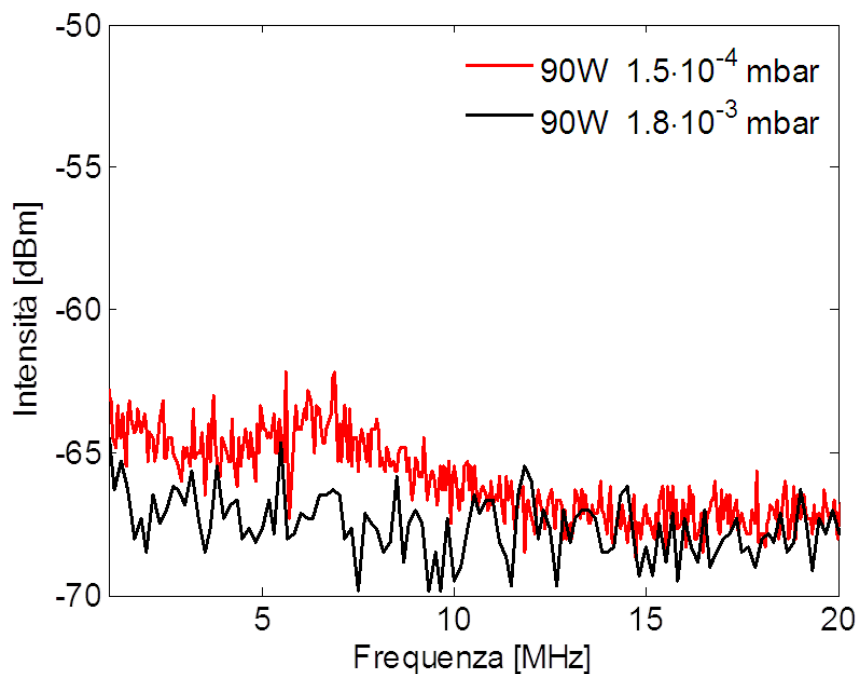


Figura 5-23: spettro del decadimento a differenti pressioni (parametri dello Spectrum Analyzer SPAN: 32,10 MHz, RBW: 100 KHz, CENTER: 16,05 MHz).

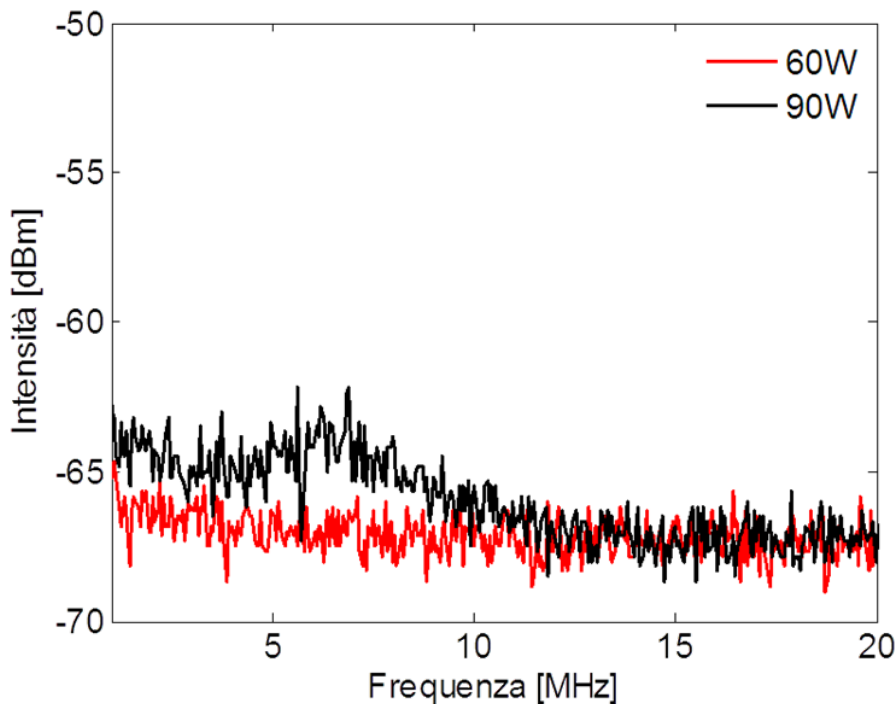


Figura 5-24: spettro del decadimento nel range dei MHz (parametri dello Spectrum Analyzer SPAN: 32,10 MHz, RBW: 100 KHz, CENTER: 16,05 MHz).

5.6 Confronto 2.45 GHz – 3.75 GHz

In questo paragrafo effettueremo un confronto fra i dati ottenuti alle due frequenze operative di 2.45 GHz e 3.75 GHz. Riproponiamo, pertanto, la figura 5-9 in termini del rapporto assoluto tra il quadrato della frequenza di plasma ω_p (che come è noto dall'Eq. 2-12 dipende linearmente dalla densità di plasma) e la densità dell'onda elettromagnetica incidente ω . Il nuovo grafico si può osservare in Figura 5-25. Tale rapporto, in virtù della relazione di dispersione 2-74 deve essere inferiore a 1 per consentire la propagazione dell'onda elettromagnetica. Si noti invece come al di sopra della soglia di innesco della conversione modale il rapporto in questione cresca notevolmente, essendo pari a circa 5 nel caso di eccitazione a 3.76 GHz e per 100 W di potenza RF incidente. E' importante sottolineare che la Figura 5-25 evidenzia un plasma ovunque al di sopra del cut-off, per lo meno lungo la direzione di misura della sonda elettrostatica.

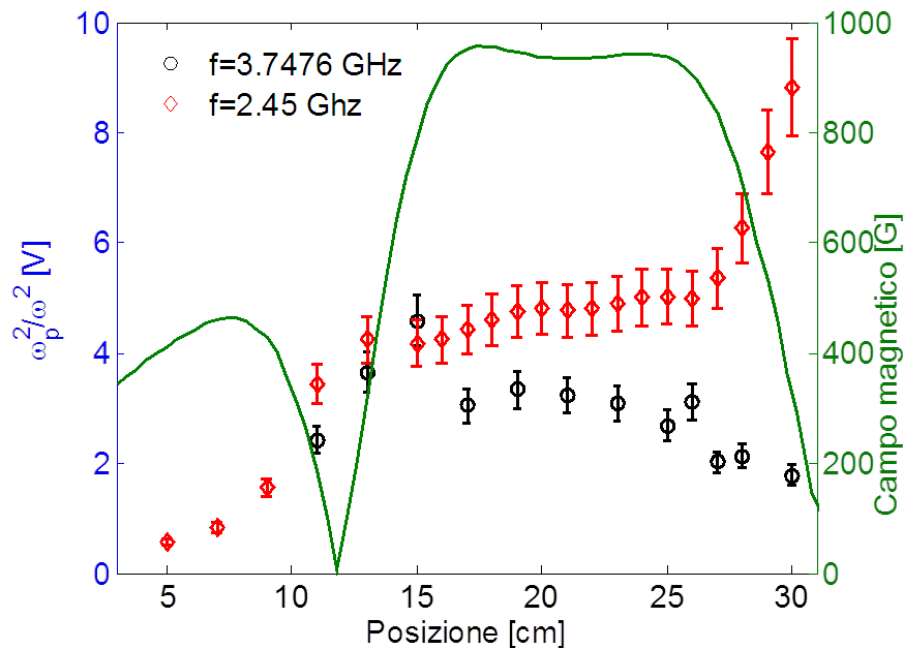


Figura 5-25: confronto tra i dati ottenuti alle due frequenze operative – 2.45 GHz e 3.75GHz - in funzione della posizione della probe ed una volta fissata la potenza RF incidente (100 W).

I valori delle densità normalizzate sono comparabili fino alla posizione $z=25$ cm, mentre da 25 a 30 cm la densità raggiunta a 2.45 GHz supera notevolmente il cut-off (di un fattore 9), più di quanto non si osservi a 3.75 GHz (di un fattore 5). Il diverso profilo di densità osservato nei due casi richiederà ulteriori studi per essere pienamente compreso.

Contemporaneamente al repentino aumento di densità, si è detto nelle precedenti pagine della intensa produzione di raggi X al di sopra della soglia di potenza di 80 W. Ciò è legato alla proprietà delle EBWs di essere prevalentemente assorbite dalla componente più energetica del plasma [46]. Questo alla lunga conduce ad una sorta di "sovrariscaldamento" della popolazione elettronica calda.

Stando ai dati sperimentali, l'effetto della sovrapproduzione di elettroni energetici aumenta all'aumentare della frequenza RF dell'onda incidente. In figura 5-26 viene riportato un confronto tra le temperature elettroniche misurate con la sonda di Langmuir alle due frequenze prescelte: a 3.75 GHz la temperatura è ovunque superiore rispetto che a 2.45 GHz, nonché si osserva la comparsa di una doppia popolazione nelle regioni di risonanza alla prima armonica.

Come evidenziato dalla figura 5-27, la forbice tra la temperatura rivelata a 2.45 GHz e quella misurata a 3.76 GHz si allarga ulteriormente per la popolazione più calda, misurata per mezzo della spettroscopia X,

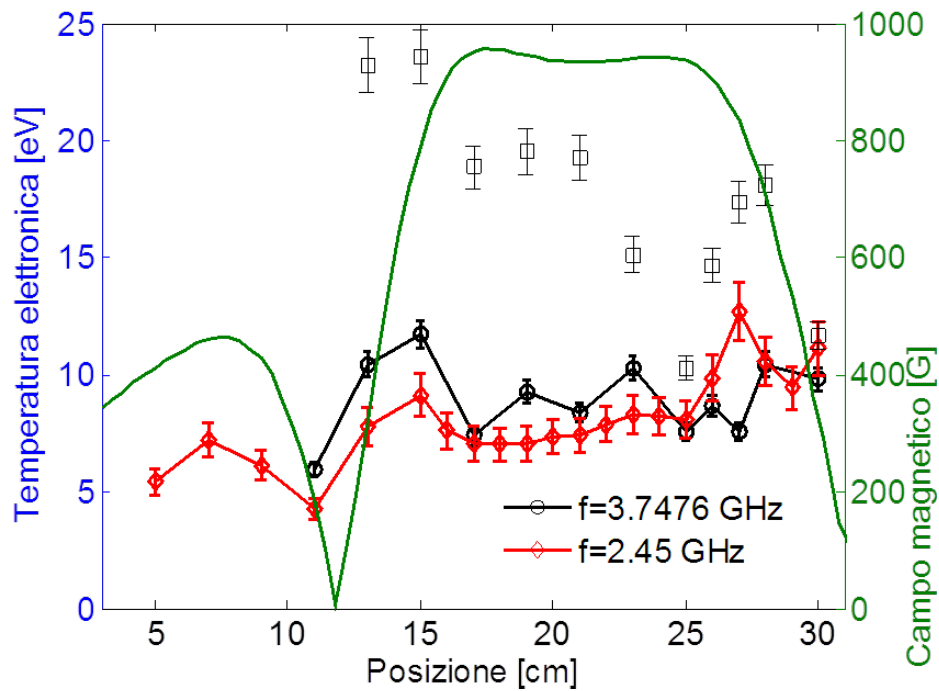


Figura 5-26: temperature spettrali ottenute alle due frequenze operative – 2.45 GHz e 3.75GHz - in funzione della posizione della probe e fissata la potenza RF incidente a 100 W.

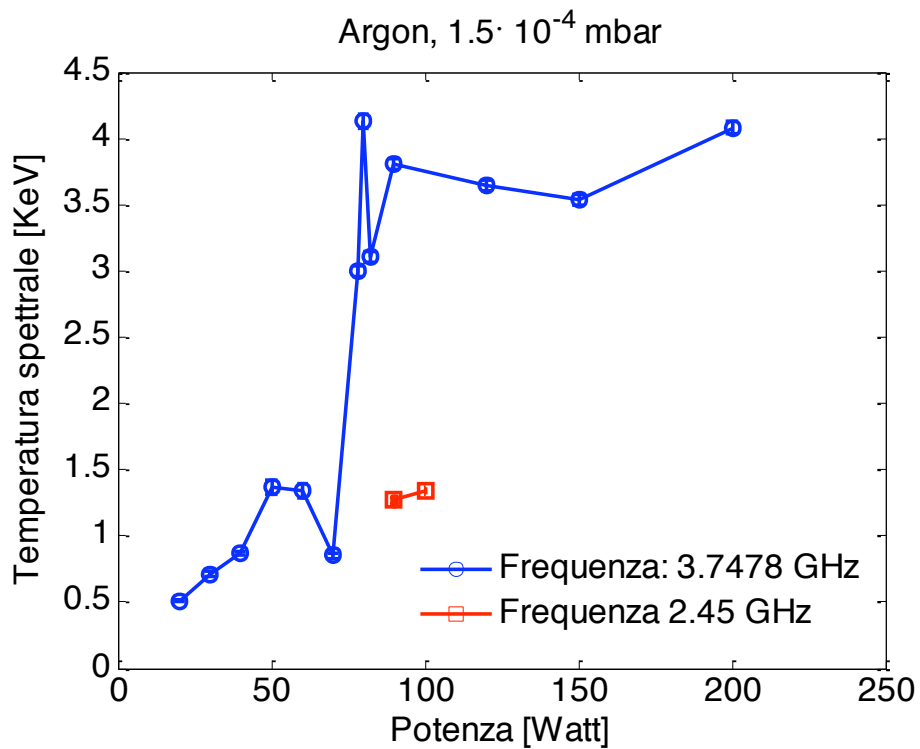


Figura 5-27: temperatura spettrale alle frequenze di 2.45 GHz e 3.7478 GHz.

Capitolo 6.

Conclusioni e prospettive

L'attività sperimentale condotta presso i Laboratori Nazionali del Sud è stata impostata sulla ricerca delle tre prove dell'avvenuta conversione modale, ovvero il superamento della densità di cut-off, l'osservazione dell'heating non lineare - evidenziato dall'improvvisa comparsa di emissione X al di sopra di certe soglie di potenza RF - , ed infine il broadening non-lineare dello spettro elettromagnetico incidente, segno dell'avvenuta interazione tra l'onda elettromagnetica e le onde di plasma. Le tre evidenze sono state contemporaneamente rivelate per la prima volta in un dispositivo compatto ed a simmetria magnetica assiale, come il Plasma Reactor.

E' utile a questo punto sottolineare alcuni dati relativi alla densità raggiunta che possono essere di interesse per futuri studi indirizzati all'impiego del nuovo meccanismo di heating in sorgenti di ioni per acceleratori o altre applicazioni.

In termini di densità assolute, il valore massimo riscontrato a 2.45 GHz ed a 100 W di potenza RF è stato di $6 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, mentre a 3.75 GHz è stato di $5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$.

Il valore medio della densità nei due casi è stato di $3.8 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, a 2.45 GHz, e di $5.1 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ a 3.75 GHz (ancora una volta valutato lungo l'asse di penetrazione della sonda elettrostatica, mentre nulla possiamo dire al momento sul profilo radiale della densità).

Questi ultimi due valori sono direttamente ricollegabili alla corrente che potrebbe essere potenzialmente estratta dal dispositivo qualora venisse impiegato come sorgente di ioni: i dati sperimentali suggeriscono dunque l'impiego di frequenze operative leggermente più elevate rispetto allo standard (2.45 GHz).

Bisogna altresì sottolineare come tali valori di densità siano stati ottenuti nonostante le grandi dimensioni della camera del plasma del nostro reattore, per cui il volume è ben cinque volte più grande, per esempio, di quello della sorgente VIS: 4350 cm^3 contro 864 cm^3 . VIS richiede, a più bassa pressione, una potenza minima di 400 W per poter sostenere il plasma, mentre al Plasma Reactor bastano 20 W per ottenere un plasma denso ma sotto al cut-off, e soli 70-80 W per superare abbondantemente la densità critica.

In termini di densità di potenza, ossia della vera grandezza per cui è possibile effettuare un confronto diretto tra le due macchine a valori nominali di potenza RF per cui esse potrebbero tipicamente lavorare, abbiamo 0.023 W/cm^3 per il Plasma Reactor (a 100 W di potenza di esercizio), e 0.463 W/cm^3 per VIS (a 400 W di potenza di esercizio), ossia oltre un fattore 20 di differenza.

Questi dati risultano essere di notevolissima importanza in termini di future prospettive di utilizzo della tecnica studiata come meccanismo di eccitazione del plasma in sorgenti di ioni ad alta intensità di corrente: densità molto elevate a fronte di potenze nominali molto basse, vengono ottenute senza richiedere una complicazione dell'equipaggiamento tecnologico del dispositivo.

I dati raccolti per mezzo della spettroscopia X aiutano a comprendere l'entità della non-linearità innescata dalla potenza RF ed in grado di convertire l'onda incidente in un'onda di plasma. L'analisi dell'integrale dei conteggi rivelati in funzione della potenza, per esempio, consente di determinare il rapporto di fotoni X emessi sopra-soglia, e di studiare la larghezza in potenza della soglia stessa (ossia la regione di transizione per cui è possibile passare da un plasma eccitato elettromagneticamente ad uno sostenuto dalle onde di Bernstein).

E' stato osservato un incremento del rate sul rivelatore, in alcuni casi, pari ad un fattore 10^5 . Sostanzialmente, il tuning a piccoli passi della potenza ha evidenziato una criticità di un solo W per il superamento della soglia critica. Un esempio è stato fornito dallo studio di un plasma di Argon a $5 \cdot 10^{-4}$ mbar di pressione: il tuning fino a 74 W forniva un count-rate di 40-50 conteggi/sec, mentre a 75 W il count-rate saliva a $2 \cdot 10^5$ conteggi/sec. La disponibilità di un generatore di microonde come il TWT ha permesso di fare misure più raffinate di quelle che in passato erano possibili con il magnetron.

Da un punto di vista interpretativo, lo studio effettuato non è certamente esaustivo ed ulteriori e più approfonditi sforzi teorici saranno richiesti in futuro per comprendere a fondo i dettagli del meccanismo di conversione. Alcune riflessioni possono tuttavia essere già fatte su una semplice base qualitativa.

Stando ai dati esistenti in letteratura, l'eccitazione di onde elettrostatiche dovrebbe essere ottimizzata nel caso in cui l'onda elettromagnetica incidente venga introdotta all'interno del plasma in direzione perpendicolare alle linee di forza del campo magnetico applicato.

Ciò dovrebbe favorire la generazione di un'onda X in grado poi di essere convertita alla risonanza UHR. Il nostro approccio si è basato invece su un sistema di lancio parallelo dell'onda elettromagnetica, come si evince dalla figura 3-8, e schematicamente dalla figura 6-1.

La generazione dell'onda X è nel nostro caso assicurata dalle proprietà della camera del plasma, che funge da risuonatore per le onde elettromagnetiche. Lo stabilirsi di onde elettromagnetiche stazionarie, dunque, provvede alla generazione di componenti non parallele del vettore d'onda, e quindi consente il verificarsi dell'UHR all'interno della camera.

L'altro vantaggio è assicurato dal campo magnetico che, in prossimità delle due flange della camera cilindrica, presenta un profilo molto ripido ed in grado di scendere abbondantemente al di sotto del valore corrispondente all'ECR, come si può osservare in figura 3-11.

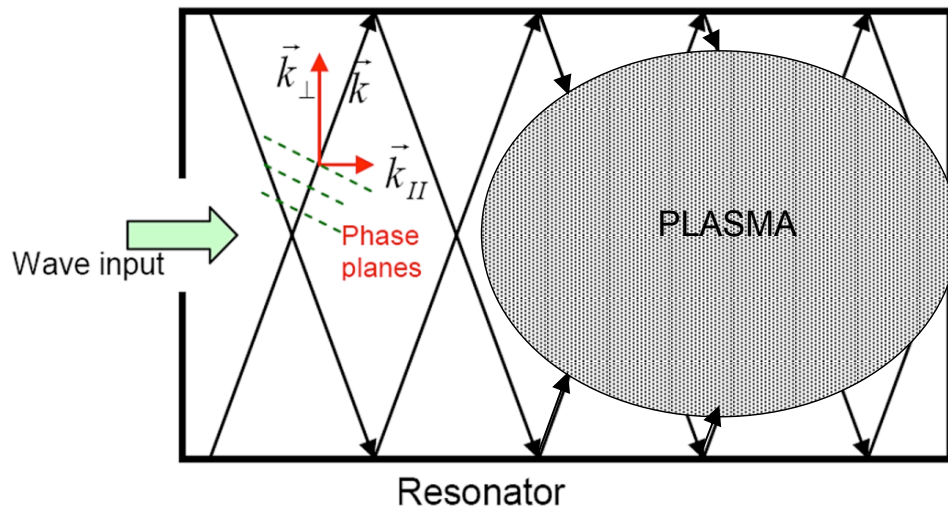


Figura 6-1: sistema di lancio dell'onda elettromagnetica

I risultati ottenuti sono pertanto piuttosto incoraggianti: un plasma overdense è stato sostenuto a moderati valori di potenza RF, misurandone il profilo longitudinale di densità in funzione della potenza, della frequenza operativa e per il valore ottimale di pressione. Tre diversi gas sono stati caratterizzati: azoto, argon ed elio. Una volta generato, il plasma overdense è stato mantenuto in condizioni stazionarie di densità e temperatura per molti minuti, e nulla lascia temere che operazioni in regimi stazionari dell'ordine delle ore o dei giorni non siano possibili a condizione che si adotti un opportuno sistema di raffreddamento della camera del plasma.

Il contenuto energetico del plasma (che può essere approssimativamente valutato come il prodotto densità per temperatura, $n_e T_e$) aumenta considerevolmente al di sopra della soglia di innesco della conversione, e cresce progressivamente con la potenza RF e specialmente con la frequenza operativa.

Le elevate temperature elettroniche riscontrate (svariati keV) lasciano supporre che plasmi del genere possano consentire la generazione di ioni multi-carichi nonostante la struttura magnetica sia molto semplice.

In termini di prospettive future, questo lavoro di tesi ha consentito di individuare i principali parametri operativi sui quali verranno fondati i successivi studi sul nuovo reattore (FPT - Flexible Plasma Trap) attualmente in fase di assemblaggio presso i Laboratori Nazionali del Sud.

Si tratta di una trappola magnetica molto flessibile (il layout magnetico ed il sistema di guide d'onda si possono osservare in Figura 6-2) in grado di lavorare fino a 8-10 GHz di frequenza di input, con un campo magnetico massimo da 0.5 T.

Il nuovo reattore verrà inoltre equipaggiato con una guida d'onda radiale per effettuare il lancio diretto di un'onda X nella regione centrale del plasma.

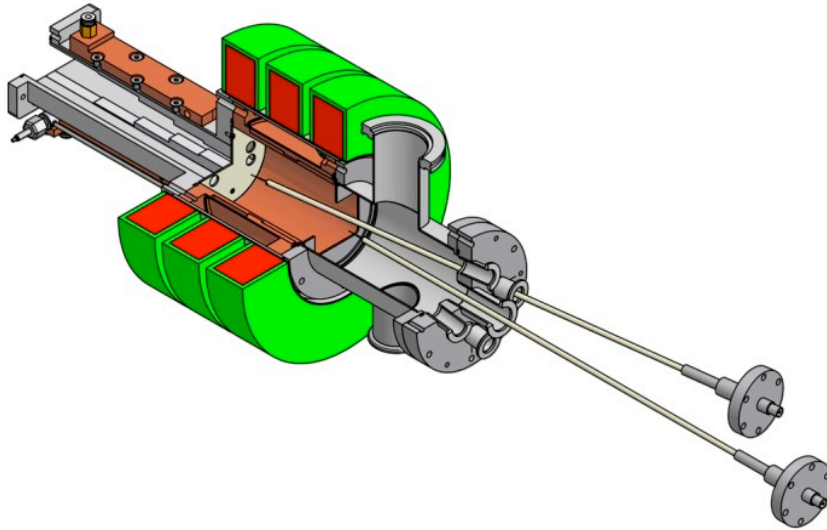


Figura 6-2: Plasma Trap

Ci aspettiamo che la densità di plasma possa ulteriormente crescere individuando profili di campo magnetico ancor più efficaci nel consentire la conversione modale. Il sistema magnetico consiste, infatti, di tre solenoidi di rame raffreddati ad acqua che consentono il tuning immediato del profilo di campo.

Il lavoro effettuato sul Plasma Reactor può essere ancora visto come una fase di studio fondamentale di un fenomeno nuovo ma molto promettente, in vista soprattutto delle prossime sfide che attendono i Laboratori Nazionali del Sud nell'ambito dei diversi progetti di ricerca internazionali in cui vengono richieste sorgenti di ioni altamente performanti.

Ad esempio nell'ambito dell'European Spallation Source, per cui i LNS guidano il Work Package 6 (costruzione sorgente e LINAC "room temperature"), è in corso di elaborazione una proposta in seno al "Technical Design Report" che prevede la realizzazione di una sorgente di protoni da 80-100 mA basata sulla filosofia operativa di VIS, sottolineando comunque come il sistema magnetico prescelto (caratterizzato da una notevole flessibilità) possa consentire di studiare, in prospettiva, meccanismi di conversione modale e quindi di ottenere un notevole incremento di densità elettronica e corrente estratta.

Altri progetti potrebbero nel futuro prossimo usufruire di sorgenti di ioni basati sull'heating elettrostatico, che in una prospettiva di medio termine potrebbe affiancare, o addirittura sostituire, il più classico meccanismo di plasma heating basato sull'assorbimento diretto di onde elettromagnetiche alla Electron Cyclotron Resonance.

6.1 Ringraziamenti

Desidero rivolgere il mio sentito ringraziamento al professore nonchè mio relatore, prof. Giuseppe Russo, per la sua disponibilità e per l'umanità che l'ha contraddistinto. Vorrei esprimere la mia sincera gratitudine al dott. Santo Gammino, che mi ha proposto questo lavoro di tesi, per la pazienza che ha avuto nei miei confronti nell'aver seguito costantemente il mio operato, al dott. Luigi Celona e al dott. Giovanni Ciavola, che con la loro professionalità ed esperienza sono stati un punto di riferimento durante questo mio percorso.

Un caloroso grazie a David Mascali, per la sua chiarezza nel dirimere i dubbi durante la stesura di questo lavoro, per l'entusiasmo che giorno dopo giorno ha saputo trasmettermi e per il sostegno che mi ha dato nei momenti di sconforto, e a Giuseppe Castro per l'attenzione ed il tempo che mi ha dedicato, sia durante tutte le fasi sperimentali che nella fase di redazione della tesi.

Un ringraziamento al tecnico Luciano Allegra, che ha saputo sempre trovare la soluzione ai problemi che si sono presentati durante questo mio lavoro, e a Lorenzo Neri che con la sua esperienza e competenza ha saputo alleggerirmi il lavoro di stesura della tesi. Ringrazio con affetto la mia compagna di corso Claudia Caliri per la sua amicizia e per il suo aiuto, non avrei saputo immaginare quest'ultimo periodo senza il suo sostegno ed il suo incoraggiamento costante. Grazie per tutto ciò che ciascuno di voi ha saputo insegnarmi.

Ringrazio, in generale, i Laboratori Nazionali del Sud che mi hanno messo a disposizione le risorse umane e logistiche indispensabili per questo mio lavoro di ricerca. Desidero ringraziare i miei genitori, sono certa che non avrei mai raggiunto nessun traguardo senza il loro aiuto, un particolare ringraziamento per il supporto, la fiducia e lo sprono che mi hanno sempre dato durante tutti gli anni di studi universitari, e, infine, un grazie di cuore a tutta mia famiglia con la quale ho condiviso gioie e dolori e che ha sempre creduto in me.

Grazie davvero a tutti, con il vostro aiuto ho potuto raggiungere questo importante traguardo.

Capitolo 7.

Bibliografia

- [1] F. Chen. "Introduction to the Plasma Physics and Controlled Fusion". Plasma Physics. London Press, second edition, 1986.
- [2] P. Debye, E. Huckel, Phys. Z. 24 (1923).
- [3] R. Geller. "ECR Ion Sources" Bristol Publisher, second edition, 1996.
- [4] S. Barbarino and F. Consoli. Moto di una particella carica in campo magnetico. 2004.
- [5] A. A. Vlasov, J. Phys. (USSR) 9, p.25 (1945).
- [6] G. Pucella, S. E. Segre. "Fisica dei Plasmi". Zanichelli (2011).
- [7] A. Simon "Ambipolar Diffusion in a Magnetic field" Physical Review, vol. 98, n.2
- [8] A.G. Drentje and al. "Simon short circuit effect in ECRIS" Review of Scientific instrument vol. 73, n.2, Feb. 2002
- [9] S. Gammino, G. Ciavola, and al. "Enhancement of ion current from the TRIPS source by means of different electron donors". Review of sci. instrum. 77, (2006)
- [10] L. Malferrari, F. Odorici and al. "Modification of anisotropic plasma diffusion via auxiliary electrons emitted by a carbon nanotubes-based electron gun in an electron cyclotron resonance ion source". Rev. sci. instrum., vol. 83, n.2, febr 2012.
- [11] T. Taylor and J. S.C. Wills. "A high-current low-emittance dc ECR proton source". Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A309 (1991).
- [12] O. A. Popov. "Characteristics of electron cyclotron resonance plasma sources". J. Vac. Sci. Technol. (1989).
- [13] J. L. Delcroix. Introduction to the Theory of Ionized Gases. New York, Wiley-Interscience.
- [14] E. Canobbio. "Gyroresonant Particle Acceleration in a non-uniform Magneto-static Field". Nuclear Fusion, 9, 1969.
- [15] F. Jeager, A. J. Lichtenberg, and M. A. Lieberman. Theory of electron cyclotron resonance heating I. Short time and adiabatic effects. Plasma Phys., Dec. 1972. vol. 14, no. 12.
- [16] F. Jeager, A. J. Lichtenberg, and M. A. Lieberman. Theory of electron cyclo-

Bibliografia

- tron resonance heating II. Long time and stochastic effects. Plasma Phys., Feb. 1973. vol. 15, no. 2.
- [17] Ira B. Bernstein. Bernstein modes. Phys. Rev. Lett., (1958). 109, 10.
 - [18] R.B. White and F.F. Chen. "Amplification and absorption of electromagnetic waves in overdense plasmas" Plasma Physics, vol.16.
 - [19] A. K. Ram and A. Bers. "Electron Bernstein Waves in Spherical Tori". 29th EPS Conference on Plasma Phys. and Contr. Fusion Montreux, 2002 ECA Vol. 26B.
 - [20] D. Mascali, S. Gammino, L. Celona, R. Miracoli, G. Castro, N. Gambino, G. Ciavola, *Investigation of plasma heating by means of electrostatic waves in a strongly non uniform magnetostatic field*, Nuclear Instruments and Methods A 653, (1) 11-16, 2011.
 - [21] T.H. Stix. "Waves in Plasmas". American Institute of Physics (1992).
 - [22] H. P. Laqua. "Electron Bernstein wave heating and diagnostic". Topical Review of Plasma Phys. Control. Fus., 2007. vol. 49, R1-42.
 - [23] Bernhard Wolf. Handbook of ION SOURCES. CRC Press, 1995.
 - [24] L. Celona, G. Ciavola, S. Gammino, R. Gobin, and R. Ferdinand. "TRIPS: the high intensity proton source for the TRASCO project". Rev. Sci. Instr., 2000. vol. 71.
 - [25] G. Ciavola, L. Celona, S. Gammino, F. Chines, and C. Campisano. "First beam from the TRASCO intense proton source (TRIPS) at INFN-LNS". Rev. Sci. Instr., 2002. vol. 73.
 - [26] S. Gammino, G. Ciavola, L. Celona, S. Passarello, L. Andro, F. Consoli, D. Mascali, and F. Maimone. "The new Versatile Ion Source (VIS) for high power proton accelerators". Czech Journal of Physics, 2006.
 - [27] Annemie Bogaerts et al. Gas discharge plasmas and their applications, Spectrochimica Acta Part B, 2002.
 - [28] Hiden Analytical, Manuale della Langmuir Probe, 420 Europa Boulevard, Warrington, England.
 - [29] P. K. Chakravarti and S. N. Sen Gupta. "Determination of electron energy distribution in a plasma". Rev. Sci. Instrum. 48, 1344 (1977).
 - [30] R. Schrittwieser et al., Probe methods for direct measurements of the plasma potential, Rom.journ. Phys., Vol.50, Bucharest, 2005."
 - [31] I.H. Hutchinson Principle of Plasma Diagnostic, Hardcover, Paper Back, Agosto 2002.
 - [32] J.E. Allen Probe Theory - The Orbital Motion Approach, Physica Scripta,

Vol.45, 1992.

- [33] J. Braithwaite, Electron energy distribution functions in processing plasmas, Pure & Appl.Chem., Vol.62, No. 9, 1990.
- [34] G. F. Knoll – Radiation Detection and Measurement. 1999.
- [35] HP and Agilent Technologies. Spectrum Analyzer HP/Agilent 8565 E, User Guide.
- [36] Matlab. Disponibile Online su: [www. mathworks.com](http://www.mathworks.com).
- [37] K. Y. Vipin and D Bora. Journal of physics Vol. 63, No. 3 - September 2004
- [38] G. Castro, F. Di Bartolo, N.Gambino, D. Mascali, A.Anzalone, L. Celona, S. Gammino, R. Di Giugno, D. Lanaia, R. Miracoli, F.P. Romano, T. Serafino, S.Tudisco, “Ion acceleration in non equilibrium plasmas driven by fast drifting electron”, accepted for publication on Applied Surface Science (Jan.2012).
- [39] K. Nagaoka, A. Okamoto et al. ”Spontaneous Formation of a Plasma Hole in a Rotating Magnetized Plasma: A Giant Burger Vortex in a Compressible Fluid”. Physical Review Letters, vol 89, n.7, Aug.2002
- [40] J.M.Burgers, “ Burgers vortices have been considered as an elementary vortical structure in turbulence”; Adv. Appl. Mech. 1, 171 (1948), Sect. XV.
- [41] P. McNeely, D Wunderlich and the NNBI Team. “Neutral depletion in an H-source operated at high RF power and low input gas flow” Plasma Sources Sci. Technol. 20 (2011).
- [42] Gumberidze et al. “Electronic, temperatures, densities and plasma X-ray emission of a 14,5 GHz electron-cyclotron resonance ion source” Rev. sci. instrument 81, 2010.
- [43] K.S.Golovanivsky el al. “Proposed physical model for very hot electron shell structures in electron cyclotron resonance-driven plasmas” Physical Review, vol.52, n.3 sept. 1995 .
- [44] M. Porkolab, High frequency parametric wave phenomena and plasma Heating, Physica 82C (1976) 86-110.
- [45] K. Y. Vipin and D. Bora. Plasma heating due to X-B mode conversion in a cylindrical ECR plasma system. Physics plasma 2004.
- [46] R. Miracoli, L. Celona, G. Castro, D. Mascali, S. Gammino, R. Di Giugno, D. Lanaia, T. Serafino and G. Ciavola “Characterization of the Versatile Ion Source (VIS) and possible application as injector for future projects”, accepted for publication on Review of Scientific Instruments, (feb. 2012).

