

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dipartimento di Ingegneria Informatica e delle Telecomunicazioni  
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

---

LEANDRO AMOS CRISTIANO PIAZZA

Eccitazione di cavità risonanti a  
radiofrequenza per la generazione di fasci  
pulsati di particelle cariche

TESI DI LAUREA

Relatori:

Chiar.mo Prof. Sebastiano Barbarino

Chiar.mo Dott. Luciano Calabretta

Correlatori:

Ing. Gino Sorbello

Dott. Mario Maggiore

---

Anno Accademico 2003 - 2004

# Introduzione

Il presente lavoro di tesi è stato svolto interamente presso i Laboratori Nazionali del Sud di Catania con l'obiettivo di studiare e progettare l'accoppiamento delle cavità acceleranti del ciclotrone superconduttore in fase di studio nell'ambito del progetto S.C.E.N.T. (Superconductivity Cyclotron for Exotic Nuclei and Therapy), approvato dalla commissione V dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, e di studiare l'ottimizzazione dell'accoppiamento della cavità a radiofrequenza denominata Chopper 500, già realizzata ed in fase di commissioning presso i LNS.

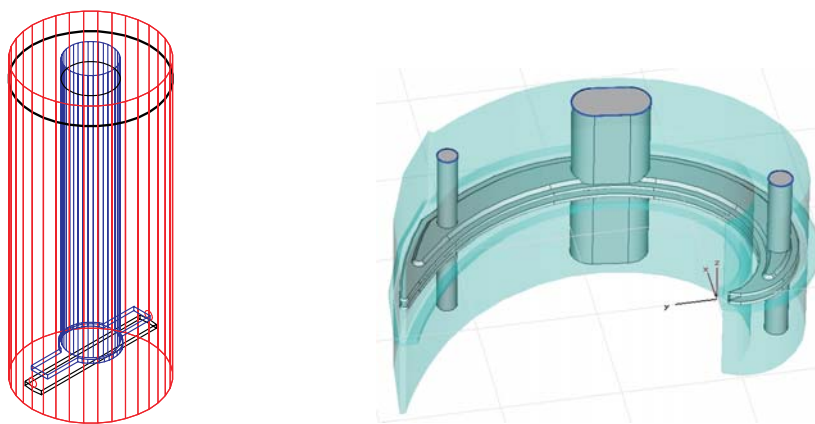


Figura 1: Assonometria del Chopper 500 e della cavità accelerante del ciclotrone superconduttore

Nel primo capitolo si espongono brevemente i principi di funzionamento delle macchine acceleratrici, presentando e confrontando in particolar modo alcuni tipi

---

quali il ciclotrone classico e il ciclotrone AVF, e descrivendo, in maniera qualitativa, alcune caratteristiche peculiari degli acceleratori quali la stabilità dell'orbita, la focalizzazione, i sistemi di iniezione e di estrazione del fascio e l'accelerazione delle particelle. Infine si descrive sommariamente il progetto S.C.E.N.T. ed in particolare il ciclotrone.

Nel secondo capitolo si richiama parte della teoria dell'elettromagnetismo, utile per lo studio delle cavità a radiofrequenza, e delle grandezze fondamentali ad essa associate. Sono esposte due trattazioni teoriche: lo studio di una cavità di forma generica in quanto le cavità del ciclotrone superconduttore presentano forma complessa e non sono riconducibili a cavità 'classiche', ed uno studio dettagliato di una cavità coassiale a  $\lambda/2$  in quanto il Chopper 500 è riconducibile, come forma e funzionamento, a questa classe di cavità risonanti. Successivamente sono presentate dettagliatamente le due cavità oggetto di questo lavoro di tesi ed è inoltre presente una sezione dedicata allo studio teorico dell'accoppiamento di cavità a radiofrequenza ed alle diverse soluzioni applicate al Chopper 500 (accoppiamento di tipo capacitivo), ed alle cavità del ciclotrone (accoppiamento di tipo induttivo) con le relative motivazioni. Infine sono esposti alcuni strumenti di analisi delle prestazioni di una generica cavità, quali la matrice di Scattering  $[S]$ , la carta di Smith ed un utile metodo di calcolo dei fattori di qualità di una cavità dal coefficiente di riflessione.

Il terzo capitolo è interamente dedicato al progetto degli accoppiatori delle cavità mediante simulazioni ed all'analisi dei risultati: a causa della forma complessa delle cavità studiate, non è possibile trovare una soluzione analitica esatta delle equazioni di Maxwell. Quindi lo studio dettagliato dell'accoppiamento sia delle cavità sia del Chopper 500, è stato svolto utilizzando i simulatori elettromagnetici tridimensionali H.F.S.S. (High Frequency Structure Simulator), sviluppato e distribuito dall'Ansoft e MWS (Micro Wave Studio), della CST; questi simulatori costituiscono un valido supporto per lo studio di dispositivi operanti nel range della radiofrequenza e delle

---

microonde (cavità risonanti, guide d'onda ed antenne). Inoltre è presente una breve descrizione delle tecniche di calcolo numerico dei due differenti simulatori: il *Metodo agli elementi finiti* FEM su cui si basa l'analisi H.F.S.S. e la *Tecnica di Integrazione Finita* FIT su cui si basa l'analisi MWS.

Nel quarto capitolo viene descritta la fase di analisi sperimentale del Chopper 500. Sono presentati cioè i principi dell'analisi vettoriale e gli analizzatori di rete (abbiamo utilizzato il modello Aglient 8753A), e successivamente sono espone le tecniche di misura adottate ed i risultati ottenuti, con relativi grafici. Inoltre è presentato un approfondito ed utile confronto tra i valori ottenuti dalle simulazioni e quelli ottenuti dalle misure, confronto validante il lavoro di simulazione svolto.

In Appendice sono riportate alcune Macro di *post processing* di H.F.S.S. utilizzate per l'analisi dei risultati ottenuti dalle simulazioni.

# Indice

|          |                                                                   |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Le macchine acceleratrici</b>                                  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone . . . . .   | 1         |
| 1.1.1    | La stabilità dell'orbita e la focalizzazione del fascio . . . . . | 5         |
| 1.1.2    | Sistemi di iniezione ed estrazione . . . . .                      | 12        |
| 1.1.3    | Accelerazione nei ciclotroni: le cavità acceleranti . . . . .     | 15        |
| 1.2      | Altri tipi di ciclotroni . . . . .                                | 17        |
| 1.3      | Il progetto S.C.E.N.T. . . . .                                    | 20        |
| <br>     |                                                                   |           |
| <b>2</b> | <b>Le cavità risonanti</b>                                        | <b>23</b> |
| 2.1      | Studio teorico di cavità risonanti . . . . .                      | 27        |
| 2.1.1    | Cavità ideale di forma generica . . . . .                         | 27        |
| 2.1.2    | Cavità coassiale a $\lambda/2$ . . . . .                          | 34        |
| 2.2      | Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità . . . . .    | 40        |
| 2.2.1    | Soluzione capacitiva . . . . .                                    | 45        |
| 2.2.2    | Soluzione induttiva . . . . .                                     | 50        |
| 2.3      | Applicazioni di cavità risonanti . . . . .                        | 53        |
| 2.3.1    | Le cavità del progetto S.C.E.N.T. . . . .                         | 53        |
| 2.3.2    | Il Chopper 500 . . . . .                                          | 58        |
| 2.4      | Analisi delle prestazioni di una cavità . . . . .                 | 62        |
| 2.4.1    | La matrice $[S]$ ed i parametri di Scattering . . . . .           | 62        |

## INDICE

---

|          |                                                                                       |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.4.2    | Rappresentazioni di impedenza: la carta di Smith . . . . .                            | 65         |
| 2.4.3    | Metodo di calcolo dei fattori di qualità dal coefficiente di<br>riflessione . . . . . | 67         |
| <b>3</b> | <b>Simulazioni ed analisi dati</b>                                                    | <b>75</b>  |
| 3.1      | Simulatori elettromagnetici . . . . .                                                 | 75         |
| 3.1.1    | Ansoft H.F.S.S. . . . .                                                               | 75         |
| 3.1.2    | CST MicroWave Studio . . . . .                                                        | 77         |
| 3.2      | Simulazioni del Chopper 500 . . . . .                                                 | 80         |
| 3.2.1    | Simulazioni H.F.S.S. . . . .                                                          | 84         |
| 3.2.2    | Simulazioni MWS . . . . .                                                             | 93         |
| 3.2.3    | Analisi dei risultati . . . . .                                                       | 98         |
| 3.3      | Simulazioni della cavità per il progetto SCENT . . . . .                              | 102        |
| 3.3.1    | Simulazioni H.F.S.S. . . . .                                                          | 105        |
| 3.3.2    | Simulazioni MWS . . . . .                                                             | 115        |
| 3.3.3    | Analisi dei risultati . . . . .                                                       | 118        |
| 3.4      | Conclusioni e sviluppi futuri . . . . .                                               | 119        |
| <b>4</b> | <b>Analisi sperimentale</b>                                                           | <b>122</b> |
| 4.1      | L'analizzatore di rete . . . . .                                                      | 122        |
| 4.2      | Misure sul Chopper 500 . . . . .                                                      | 126        |
| 4.2.1    | Chopper 500 . . . . .                                                                 | 126        |
| 4.2.2    | Chopper 500 modificato . . . . .                                                      | 134        |
| 4.3      | Confronto valori misurati e simulati . . . . .                                        | 139        |
| <b>A</b> | <b>Macro utilizzate</b>                                                               | <b>146</b> |
| A.1      | Calcoli di energia . . . . .                                                          | 146        |
| A.1.1    | Energia immagazzinata dal campo elettrico . . . . .                                   | 146        |

## INDICE

---

|       |                                                     |     |
|-------|-----------------------------------------------------|-----|
| A.1.2 | Energia immagazzinata dal campo magnetico . . . . . | 147 |
| A.2   | Calcoli di potenza e fattore di qualità . . . . .   | 148 |
| A.2.1 | Calcolo della potenza dissipata . . . . .           | 148 |
| A.2.2 | Calcolo del fattore di qualità . . . . .            | 149 |

# Capitolo 1

## Le macchine acceleratrici

### 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

Il ciclotrone è un acceleratore circolare in cui un campo elettrico generato da una differenza di potenziale (applicata agli elettrodi) è usato per accelerare le particelle cariche mentre un campo magnetico è usato per guidarle e confinarle all'interno della macchina. Il funzionamento di un ciclotrone si basa sugli effetti della forza di Lorentz:

*Un campo magnetico  $\vec{B}$  che agisce su una particella di carica  $q$ , massa  $m$  e velocità  $\vec{v}$ , applica una forza data da:*

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

Nel campo  $\vec{B}$  la particella carica compie una traiettoria circolare, il cui raggio  $r$  è determinato dalla (1.1) che agisce come forza centripeta (immaginiamo  $\vec{B} \perp \vec{v}$ ):

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad (1.2)$$

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

La frequenza di rivoluzione, detta **frequenza di ciclotrone**,  $\omega_c$  è definita come:

$$\frac{v}{r} = \omega_c = \frac{qB}{m} \quad (1.3)$$

e, nell'ambito della fisica classica, rimane costante durante tutta la fase di accelerazione.

La frequenza di accelerazione è un multiplo intero della frequenza di ciclotrone ed è data dalla seguente relazione:

$$\omega_{RF} = h\omega_c \quad h = 1, 2, 3 \dots \quad (1.4)$$

dove  $h$  è definito come **numero armonico**.

Le particelle in realtà non seguono traiettorie perfettamente circolari, ma compiono delle oscillazioni sia sul piano verticale che su quello orizzontale attorno alla così detta orbita di equilibrio. Queste oscillazioni, note come **oscillazioni di betatrone**, sono alla base della stabilità del fascio, ovvero della sua focalizzazione[1].

### Ciclotrone classico

Un ciclotrone classico è costituito da un elettromagnete che genera un campo magnetico uniforme, e da due elettrodi cavi detti *dees* (a forma di dischi tagliati longitudinalmente) posti all'interno del magnete che generano il campo elettrico usato per accelerare le particelle cariche (si veda la figura (1.1)).

Le particelle cariche emesse da una sorgente posta al centro dell'acceleratore vengono attratte inizialmente dal *dee* a tensione opposta alla loro ed accelerate dal campo elettrico nel gap tra i *dees*. Entrate nelle cavità, il campo elettrico svanisce e subiscono solo l'effetto del campo magnetico percorrendo una traiettoria circolare. Mentre la particella attraversa il *dee*, la polarità dell'elettrodo cambia in modo che, quando la particella emerge sull'altro gap, l'accelerazione sia diretta verso l'altro *dee*.

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

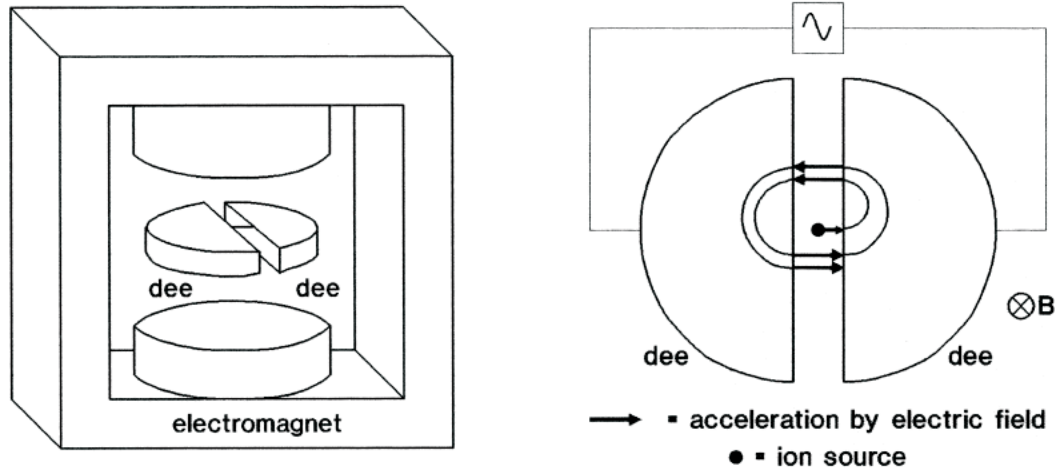


Figura 1.1: Visione a 3D e 2D di un ciclotrone classico

Questo processo si ripete ad ogni giro ma con un aumento del raggio dell'orbita dovuto all'incremento della velocità della particella. Così facendo la particella, seguendo una traiettoria a spirale, giunge al raggio limite della macchina con un'energia pari alla somma delle energie acquisite ad ogni accelerazione. L'energia cinetica della particella

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad (1.5)$$

può essere calcolata con l'ausilio dell'equazione (1.3); si ha infatti:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m} = \frac{m\omega_c^2 r^2}{2} \quad (1.6)$$

ed è massima per  $r$  pari al raggio degli elettrodi  $R$ , detto **raggio di estrazione**.

Si noti come il valore di energia cinetica dipenda dalla natura della particella attraverso le quantità  $q$  e  $m$  e dalle dimensioni del magnete attraverso  $R$  e  $B$  ma non dalla differenza di potenziale (valore di campo elettrico) applicato agli elettrodi acceleranti.

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

Il massimo valore di energia ottenibile da un ciclotrone classico è limitato dall'incremento relativistico della massa delle particelle cariche accelerati. La velocità angolare  $\omega_c$  considerata nell'equazione (1.3) non dipende dal raggio dell'orbita  $r$ , poiché classicamente  $m$  è costante. In meccanica relativistica invece la massa  $m$  incrementa con l'energia e necessariamente la velocità angolare  $\omega_c$  tenderà a decrescere con il raggio  $r$ . Quindi se la frequenza del campo elettrico resta costante, cioè se la commutazione del potenziale nei *dees* non varia, le particelle cariche tenderanno a perdere il sincronismo con il campo elettrico ed a giungere sul gap quando il *dee* opposto sarà della stessa carica loro: questa situazione comporterà una decelerazione.

Una possibile soluzione, adottata nei ciclotroni moderni, consiste nel rendere il campo magnetico funzione del raggio dell'orbita, così da compensare gli effetti relativistici di incremento di massa delle particelle (vedi paragrafo successivo) [2].

Tenendo presente gli effetti relativistici, la frequenza di ciclotrone si esprime come:

$$\omega = q \frac{\langle B \rangle}{m_o \gamma} \quad (1.7)$$

dove  $E$  è l'energia,  $E_0$  è l'energia a riposo della particella,  $\langle B \rangle$  è il campo medio lungo la traiettoria e  $\gamma$  è il fattore relativistico. Affinché sia mantenuto l'isocronismo la frequenza di ciclotrone deve rimanere costante durante tutta la fase di accelerazione, per cui le uniche due variabili della (1.7), cioè  $\langle B \rangle$  e  $\gamma$ , devono avere un rapporto costante. Dato che  $\gamma$  aumenta per effetto relativistico, anche  $\langle B \rangle$  dovrà aumentare allo stesso modo. Tenendo presente le definizioni:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}}$$

e considerando  $B_0$ , il campo al centro della macchina, quando l'energia è nulla,  $T = 0$ , si ha:

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

$$\begin{aligned}\langle B(r) \rangle &= B_0 \gamma(r) = B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \beta(r)^2}} = B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{2\pi R}{\lambda}\right)^2}} = \\ &= B_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{2\pi R f_r}{c}\right)^2}}\end{aligned}\tag{1.8}$$

con  $f_r$  **frequenza di rivoluzione**. Questa è conosciuta come la **condizione di isocronismo**.

### 1.1.1 La stabilità dell'orbita e la focalizzazione del fascio

Uno dei principali problemi di un ciclotrone consiste nel mantenere le particelle cariche nell'orbita di equilibrio ed è comunemente detto **problema della focalizzazione**. L'orbita di equilibrio è l'orbita chiusa percorsa da una particella con determinati valori di  $\vec{r}$  e  $\vec{P}$  iniziali, non accelerata ed è identificata dal 'cerchio' nel piano mediano del ciclotrone perpendicolare al campo magnetico. Da considerazioni di dinamica si evince che le altre particelle cariche e con piccole differenze nello spazio delle fasi  $(\vec{x}, \vec{P}_x, \vec{y}, \vec{P}_y, \vec{E}, t)$ , sottoposte ad un campo magnetico, compiono delle oscillazioni *radiali* ed *assiali* nell'intorno dell'orbita di equilibrio (si veda la figura (1.2)). In genere maggiore è il numero di oscillazioni per giro, maggiore è l'effetto focalizzante sul fascio.

Nel caso del ciclotrone esiste una relazione che intercorre tra l'andamento del campo magnetico e la stabilità dell'orbita. Consideriamo la seguente relazione che lega  $B(\vec{r})$  al raggio  $r$  dell'orbita:

$$\vec{B}(r) = B_0 \left(1 + \frac{1}{r^n}\right)\tag{1.9}$$

e ricaviamo  $n$  che prende il nome di **indice di campo**:

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

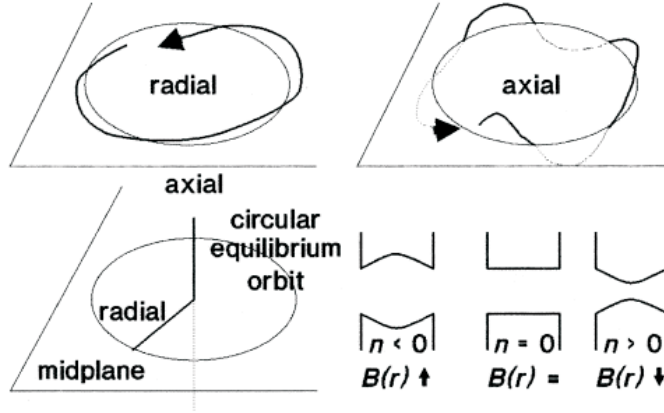


Figura 1.2: Orbita di equilibrio ed oscillazioni radiali ed assiali

$$n = -\frac{r}{B(r)} \frac{dB(r)}{dr} \quad (1.10)$$

Se consideriamo i magneti piatti, il campo magnetico  $\vec{B}(r)$  sarà indipendente dal raggio  $r$ , per cui l'indice di campo sarà nullo. Se i magneti presentano invece superficie concava o convessa, il campo magnetico  $\vec{B}(r)$  dipenderà dal raggio  $r$ , e l'indice di campo sarà negativo o positivo (si veda la figura (1.2)).

Mostriamo come si ottiene la stabilità di orbita radiale se il valore di indice di campo  $n$  è minore di uno. Consideriamo le forze agenti su una particella: possiamo distinguere in forza centripeta  $\vec{F}_p$ , cioè la forza di Lorentz, che dipende dal raggio e dall'indice di campo secondo la relazione  $F_p \approx B(r) \approx 1/r^n$  e la forza centrifuga  $\vec{F}_f$  espressa dalla relazione  $F_f = 1/r$ .

Nel caso di  $n = 1$ , le forze si bilanciano l'un l'altra; se le particelle cariche si trovano al di fuori dell'orbita di equilibrio, prevarrà una delle due forze.

Analizzando il caso di  $n < 1$ , si evince dalla figura (1.3) come se una particella si trova in un punto interno all'orbita di equilibrio (cioè se il raggio dell'orbita della particella è minore del valore  $R$ ), la forza centrifuga, essendo maggiore di

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

quella centripeta, la riporterà nell'orbita di equilibrio; se invece la particella si trova all'esterno dell'orbita di equilibrio, sarà la forza centripeta, maggiore della centrifuga, a riportarla in prossimità dell'orbita di equilibrio ristabilendo la stabilità.

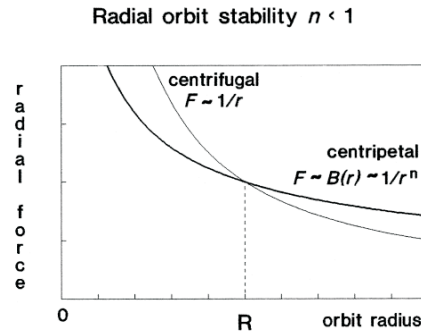


Figura 1.3: Stabilità di orbita: caso  $n < 1$

Nel caso di indice di campo  $n > 1$ , avviene esattamente il contrario: le forze centripeta e centrifuga sono tali da forzare la particella verso una orbita di non equilibrio.

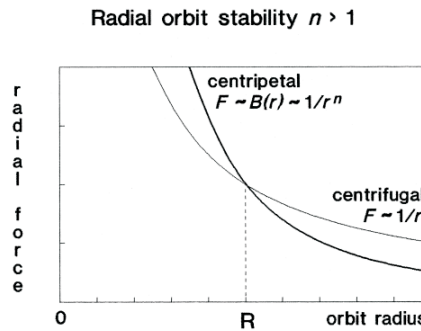


Figura 1.4: Instabilità di orbita: caso  $n > 1$

Per cui un indice di campo minore dell'unità ci assicura una condizione di stabilità radiale dell'orbita.

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

Mostriamo adesso come si ottiene la stabilità di orbita assiale se l'indice di campo  $n$  è maggiore di zero considerando una sezione perpendicolare al piano mediano.

Nel caso di indice di campo nullo (figura (1.5)), la componente assiale  $\vec{B}_z$  del campo magnetico è l'unica componente della forza di Lorentz che fornisce una velocità azimutale  $\vec{v}_\theta$  alla particella: questa particella si manterrà su un'orbita circolare.

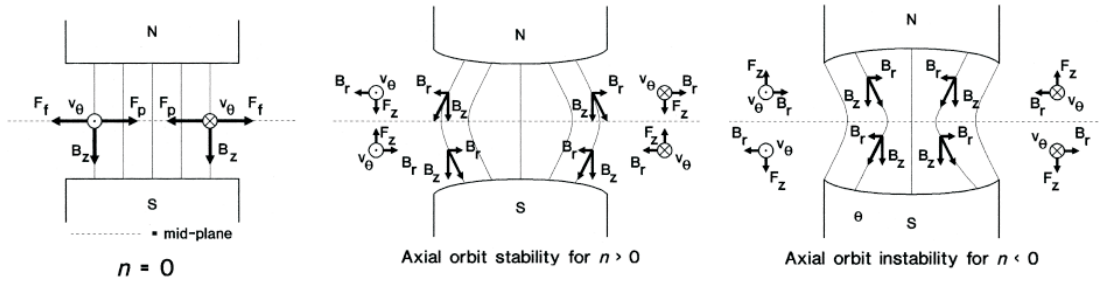


Figura 1.5: Forze radiali nel caso  $n = 0$ ,  $n > 0$ ,  $n < 0$

Nel caso in cui  $n \neq 0$ , il campo magnetico presenta oltre alla componente assiale  $\vec{B}_z$  anche una componente radiale  $\vec{B}_r$  che interagisce con la particella fornendogli una forza assiale  $\vec{F}_z$ . La direzione di questa forza dipende dal valore dell'indice di campo: se  $n$  è maggiore di zero, la forza  $\vec{F}_z$  è sempre diretta verso il piano mediano e la stabilità è garantita; se  $n$  è invece minore di zero, ciò non accade e il sistema diviene instabile.

E' possibile affermare che la condizione sull'indice di campo  $n$  che garantisce la stabilità dell'orbita è che  $n$  sia compreso tra zero ed uno. Questa condizione prende il nome di **focalizzazione debole**[2].

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

### Ciclotrone moderno AVF (Azimuthally Varying Field)

I ciclotroni moderni presentano un valore dell'indice di campo  $n$  negativo. Infatti, con l'incremento dell'energia del fascio, gli effetti relativistici non possono più essere trascurati cioè l'aumento della massa delle particelle cariche durante l'accelerazione deve essere opportunamente controbilanciato da un aumento del campo magnetico lungo la direzione radiale per mantenere l'isocronismo. Questa condizione sul campo magnetico implica un indice di campo  $n < 0$  con conseguente defocalizzazione assiale del fascio. I ciclotroni AVF provvedono alla focalizzazione del fascio mediante forze di focalizzazione assiali originate dalla particolare forma dei magneti. Nel 1938 Thomas scoprì infatti che, costruendo i magneti a settori con elevato campo magnetico, detti creste, alternati a settori con basso campo magnetico, detti valli (si veda la figura (1.6)), le particelle subivano una forza assiale che compensava la defocalizzazione causata dal campo magnetico crescente lungo  $r$ .

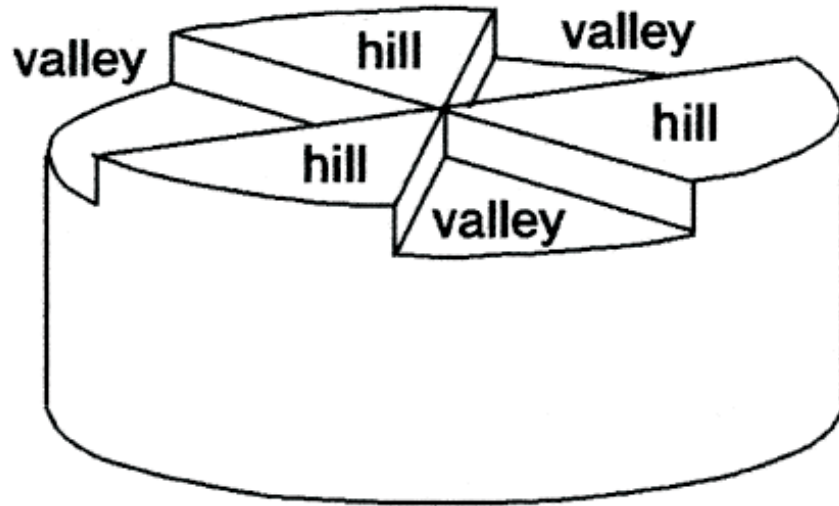


Figura 1.6: Polo inferiore di un ciclotrone AVF

In pratica il fascio nel passaggio da una valle ad una cresta subisce un effetto

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

focalizzante (assialmente) dovuto all'effetto di **fringing** del campo magnetico lungo i bordi dei settori in cui è suddiviso il ciclotrone.

Infatti l'orbita di equilibrio delle particelle cariche non sarà più circolare ma sarà caratterizzata da un raggio equivalente di curvatura  $\rho$  più piccolo nelle creste e più grande nelle valli. L'orbita delle particelle cariche sarà quindi interna ad un cerchio nelle valli ed esterna nelle creste. La velocità  $\vec{v}$  delle particelle cariche sarà caratterizzata da una componente azimutale  $\vec{v}_\theta$  e da una componente radiale  $\vec{v}_r$  diretta verso l'interno del ciclotrone passando da una valle ad una cresta e verso l'esterno passando da una cresta ad una valle.

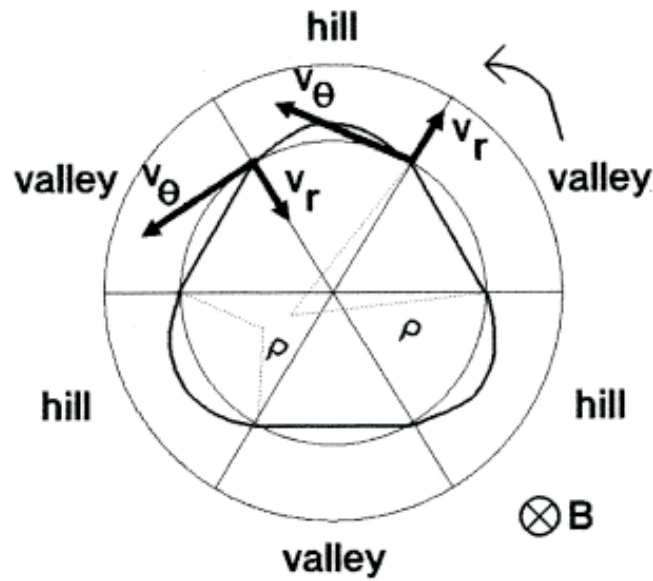


Figura 1.7: Schema di un ciclotrone con settori non sagomati: si noti come l'orbita di equilibrio (quella marcata) è diversa da quella del ciclotrone classico

In figura (1.8) si vede che l'interazione della componente azimutale  $\vec{B}_\theta$  del campo magnetico con la componente radiale  $\vec{v}_r$  della velocità della particella comporta una forza  $\vec{F}_z$  diretta sempre verso il piano mediano: questa forza ha dunque un

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

effetto focalizzante sulle particelle cariche che compensa la defocalizzazione dovuta all'indice di campo negativo.

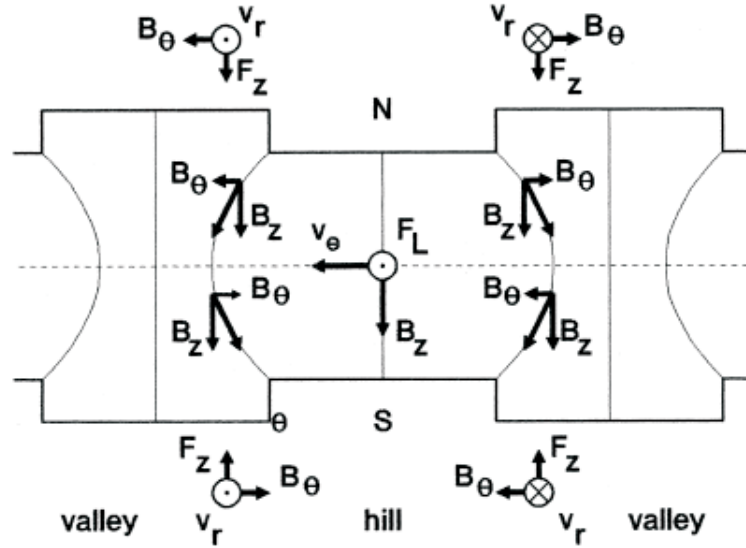


Figura 1.8: Forze focalizzanti in un ciclotrone AVF

Inoltre dai calcoli di dinamica si dimostra che maggiore è l'angolo di incidenza del fascio all'ingresso in cresta, maggiore è l'effetto focalizzante lungo la direzione assiale. Quindi per incrementare la focalizzazione di fasci sempre più energetici, il bordo della cresta viene sagomato come una spirale (si veda la figura (1.9)).

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

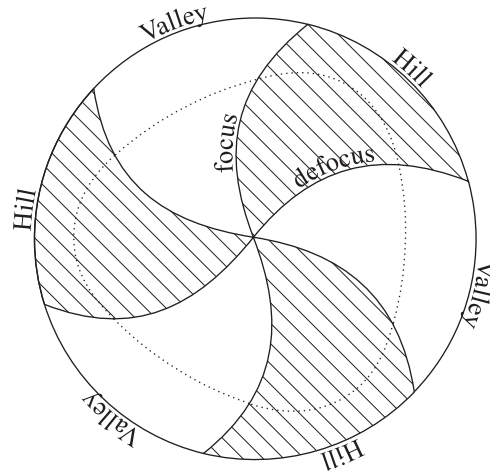


Figura 1.9: Schema di un ciclotrone con settori a spirale

### 1.1.2 Sistemi di iniezione ed estrazione

I sistemi di iniezione e di estrazione per i ciclotroni dipendono dal tipo di macchina a cui sono associati e dalle caratteristiche che si desiderano per il fascio estratto.

#### Sistemi di iniezione

I sistemi di iniezione sono di diversi tipi e dipendono principalmente dalle sorgenti associate ai ciclotroni:

- *Iniezione di fasci neutri*: si tratta essenzialmente di sorgenti interne al ciclotrone, poste in zona centrale e costituite da atomi neutri che vengono ionizzati per bombardamento di elettroni (thermal velocity beam). Un'alternativa è quella di usare fasci di atomi neutri, iniettati nella zona centrale della macchina e ionizzati da processi di stripping (fast neutral beam).
- *Iniezione radiale*: la sorgente in questo caso è esterna e il fascio arriva già ionizzato e solitamente preaccelerato da acceleratori posti a monte (tandem,

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

linac). L'iniezione è dovuta a deflettori elettrostatici che hanno il compito di guidare il fascio nella zona centrale del ciclotrone. Questo tipo di iniezione è caratteristica dei ciclotroni a settori separati, ma si trova anche in quelli compatti.

- *Iniezione assiale*: è caratteristica di ciclotroni associati a sorgenti ECR, e prevede l'iniezione del fascio direttamente nella zona centrale del ciclotrone per opera di magneti o deflettori elettrostatici di varie forme (a spirale, iperboloidi, paraboloidi).

### Sistemi di estrazione

Per i sistemi di estrazione, oltre al tipo di macchina a cui sono associati, sono importanti anche le caratteristiche del fascio estratto, che dipende dall'efficienza del sistema di estrazione. I principali tipi di estrazione sono:

- *Estrazione mediante sistemi elettrostatici*: il fascio viene guidato fuori dal ciclotrone mediante dei deflettori elettrostatici. Affinché si abbia una buona efficienza di estrazione le orbite devono essere ben separate. La relazione che esprime la separazione fra le orbite è la seguente:

$$\frac{dR}{dN} = R \frac{E_g}{E} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Q_r^2} \quad (1.11)$$

dove  $R$  è il raggio medio dell'orbita,  $E_g$  è il guadagno di energia al giro,  $E$  l'energia cinetica,  $\gamma$  il fattore relativistico e  $Q_r$  è il numero di oscillazioni radiali. Per ottenere una buona efficienza bisogna quindi:

- costruire un ciclotrone con un grande raggio di estrazione,
- fare in modo che il guadagno di energia per giro sia il più alto possibile,
- accelerare il fascio in prossimità del bordo dove le  $Q_r$  hanno valore minore.

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

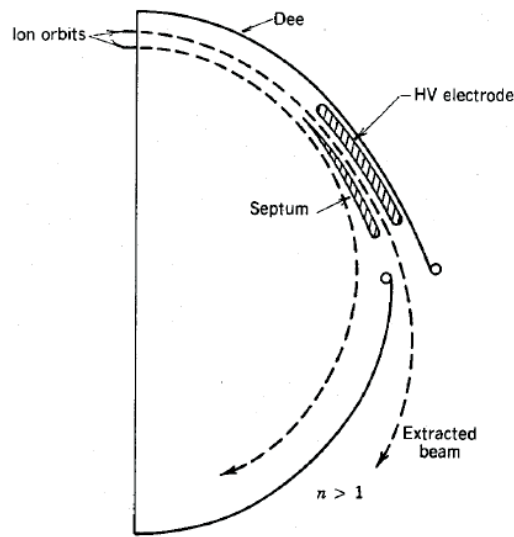


Figura 1.10: Estrazione per deflessione elettrostatica

- *Estrazione per risonanza*: in alcuni ciclotroni la separazione delle orbite non è sufficientemente grande da permettere una buona estrazione, per questo motivo vengono utilizzate le perturbazioni magnetiche sulla dinamica del fascio, le risonanze, per aumentare il gap radiale fra le orbite. Ci sono due tipi di risonanza che vengono utilizzate a questo scopo: le risonanze intere in cui  $Q_r = N$  e quelle seminteri.
- *Estrazione per stripping*: il fascio accelerato colpisce un foglio di carbonio posto in prossimità del raggio di estrazione, con il compito di strappare (‘striappare’) gli elettroni dagli ioni accelerati per ottenere in uscita un fascio con un rapporto  $q/m$  diverso che cambia il raggio di curvatura della traiettoria in modo da guidare le particelle fuori dalla macchina. Questo tipo di estrazione è molto efficiente, tanto da raggiungere in alcuni casi il 100%, e si può estrarre il fascio a diverse energie cambiando solo la posizione del foglio all’interno del ciclotrone. Nella figura (1.11) è riportata l’estrazione per stripping di un fascio di  $H^-$  a

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

varie energie. In questo caso lo stripping rimuove i due elettroni ed il fascio cambiando il segno della carica cambia il raggio di curvatura e viene estratto dalla macchina.

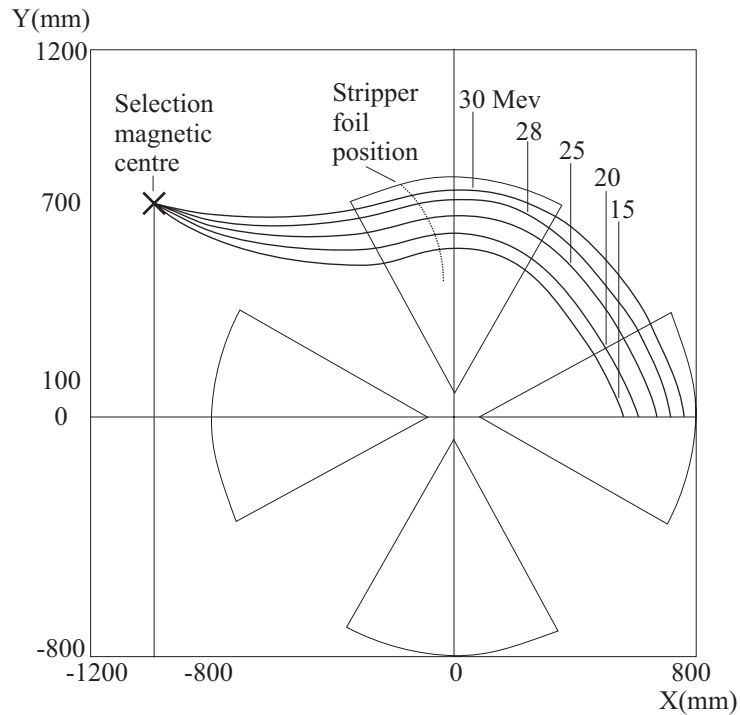


Figura 1.11: Estrazione per stripping

### 1.1.3 Accelerazione nei ciclotroni: le cavità acceleranti

L'accelerazione delle particelle è realizzata tramite cavità risonanti mediante l'interazione del fascio di particelle con il campo elettrico generato dalla cavità: attraversando la cavità, le particelle sono soggette ad una forza e quindi ad un'accelerazione.

Queste cavità permettono quindi di incrementare la velocità e l'energia delle particelle all'interno di un ciclotrone: perciò prendono il nome di cavità acceleranti.

In quanto a forma ed a funzionamento, le cavità acceleranti di un ciclotrone sono riconducibili alle cavità coassiali con piatti capacitivi. Il conduttore interno, detto

## 1.1 Struttura generale e caratteristiche di un ciclotrone

---

**stem**, termina su un piatto di forma complessa detto **dee**, che costituisce l'elettrodo di accelerazione mentre il conduttore esterno prende il nome di **liner**.

Una descrizione dettagliata delle cavità e del sistema a radiofrequenza scelti per il ciclotrone superconduttore sarà fornita nei capitoli successivi.

## 1.2 Altri tipi di ciclotroni

Concludiamo questa sezione con una panoramica delle tecnologie dei ciclotroni. Oltre al ciclotrone classico ed al ciclotrone AVF, presentati in precedenza, esistono altri tipi di ciclotrone che permettono di superare i limiti dei precedenti mediante tecnologie differenti [3].

### Ciclotrone superconduttore

Nella maggior parte dei ciclotroni si utilizzano magneti e bobine convenzionali a temperatura ambiente che possono produrre campi di massimo 2 Tesla, che quindi limitano le energie massime a cui si può accelerare una particella. Con l'avvento della tecnologia superconduttiva, nei ciclotroni di elevata energia, sono utilizzate bobine superconduttrici, che riescono a generare campi fino a  $4 \div 5$  Tesla ed a ridurre di un fattore  $2 \div 2.5$  le dimensioni del magnete e, conseguentemente, dei costi.

### Ciclotrone a settori separati

L'accelerazione delle particelle cariche mediante ciclotroni AVF è principalmente limitata dai limiti di focalizzazione del magnete, in quanto l'angolo della spirale non può essere aumentato oltre un determinato valore. Un modo per incrementare la focalizzazione assiale consiste nell'aumentare il **Flutter**, cioè la differenza dei valori del campo tra creste e valli. A tal fine, si diminuisce il valore del campo nelle valli fino ad annullarlo: ciò è consentito in un ciclotrone a settori separati, solitamente da 4 a 6, nel quale il campo magnetico nelle valli è quasi nullo (si veda la Figura (1.12)).

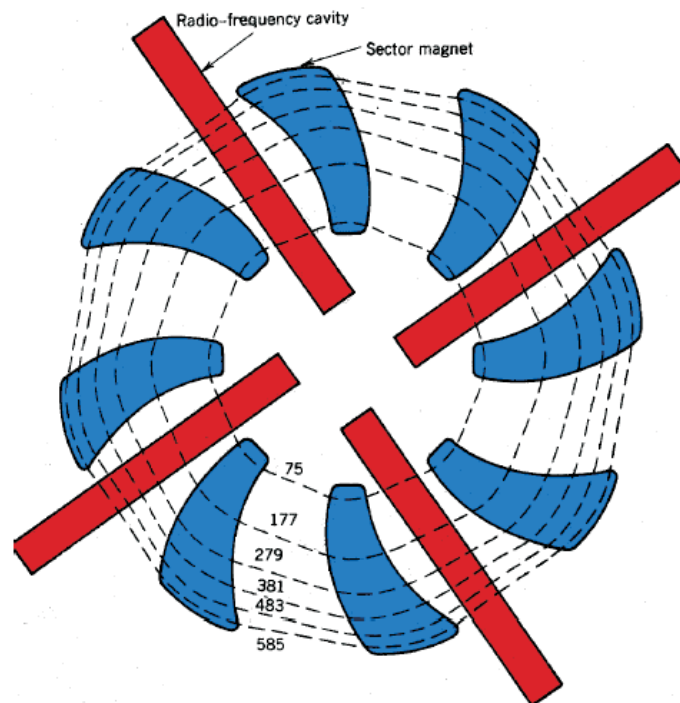


Figura 1.12: Ciclotrone a settori separati

## 1.2 Altri tipi di ciclotroni

---

### Sincrociclotrone

Un limite del ciclotrone classico è la massima energia alla quale possiamo accelerare il fascio di particelle in quanto ad elevate energie non possiamo trascurare l'incremento relativistico di massa delle particelle cariche. Un modo per superare questo limite consiste nel variare la frequenza di accelerazione, modulandola in funzione dell'aumento dell'energia delle particelle

## 1.3 Il progetto S.C.E.N.T.

Il progetto SCENT (Superconductivity Cyclotron for Exotic Nuclei and Therapy), finanziato dalla V commissione scientifica dell'I.N.F.N., ha come fine, lo studio di un ciclotrone compatto con bobine superconduttrici, per usi medicali. Tale macchina potrebbe essere installata in un centro ospedaliero specializzato e consentirebbe il trattamento di numerosi tipi di tumore.

Sulla base dell'esperienza acquisita ai Laboratori Nazionali del Sud (LNS), con il progetto CATANA, e dei successi registrati negli altri importanti centri di adroterapia nel mondo, si sta pensando di realizzare un nuovo centro oncologico a Catania.

Per questo centro sono previsti: un ciclotrone superconduttore come macchina acceleratrice, capace di produrre fasci di protoni, ioni litio e carbonio, e cinque sale per i trattamenti, due delle quali saranno fornite di una testata rotante (gantry), che permette di irradiare i pazienti da tutte le direzioni.

Questo lavoro di tesi è parte di questo progetto, nei capitoli successivi verrà illustrata la fisica dell'acceleratore studiato e si scenderà più in dettaglio sulle scelte fatte riguardo alla sezione accelerante e in particolare delle cavità risonanti. Per il momento saranno illustrate solo le motivazioni che hanno spinto alla scelta di questo tipo di acceleratore e verrà fatta una panoramica generale sul progetto del centro.

La prima esigenza cui un acceleratore usato in adroterapia deve rispondere è di essere quanto più possibile adattabile all'ambiente ospedaliero, il che implica un sistema di controllo di facile utilizzo e altamente affidabile, le dimensioni minori possibili e i costi di produzione e di mantenimento possibilmente ottimizzati. Si è arrivati alla conclusione che un ciclotrone è la macchina che meglio risponde a queste esigenze, perché ha dimensioni inferiori a quelle di un sincrotrone, a parità di energia del fascio. Inoltre il fascio ha una intensità molto più alta che in un

### **1.3 Il progetto S.C.E.N.T.**

---

sincrotrone, è continuo e, oltre ad una richiesta di spazio ridotta, un acceleratore di questo tipo è sicuramente il più resistente ad eventuali eventi sismici, non rari in Sicilia. Il ciclotrone che si sta studiando ai LNS utilizzerà bobine superconduttive, che saranno capaci di indurre nel piano mediano un campo magnetico medio di 3.8 T. Una scelta di questo genere riduce consumi di energia e dimensioni, il diametro del ciclotrone sarà di circa 4.8 m.

Saranno prodotti protoni e ioni leggeri di alta energia, in particolare 250 MeV per i protoni, 1500 MeV per ioni litio e 3000 MeV per ioni carbonio, che corrispondono rispettivamente a profondità di penetrazione massima in acqua di 37, 24 e 12.8 cm.

### 1.3 Il progetto S.C.E.N.T.

---

#### PARAMETRI DEL CICLOTRONE DEL PROGETTO SCENT

| Caratteristiche del magnete                     |                                                                       |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Numero di settori                               | 4                                                                     |
| Diametro massimo                                | 4.8 m                                                                 |
| Raggio all'estrazione                           | 1.28 m                                                                |
| Campo medio all'estrazione                      | 3.85 T                                                                |
| Peso totale                                     | <350 Ton                                                              |
| Corrente nelle bobine superconduttive           | 4500 A/cm <sup>2</sup>                                                |
| Sistema RF                                      |                                                                       |
| Armonica                                        | h=4                                                                   |
| Frequenza di lavoro                             | 93 MHz                                                                |
| Tensione massima sul <i>dee</i>                 | 80÷120 kV                                                             |
| Caratteristiche del fascio                      |                                                                       |
| Ioni accelerabili                               | Q/A=0.5                                                               |
| Energia massima per tutte le particelle cariche | 250 A MeV                                                             |
| Intensità del fascio                            | 500 nA per protoni, 20 nA per ioni carbonio                           |
| Varie                                           |                                                                       |
| Vuoto operativo                                 | $1 \div 5 \cdot 10^{-7}$ Torr                                         |
| Estrazione                                      | Stripping per i protoni, deflettore elettrostatico per gli altri ioni |

Tabella 1.1

## Capitolo 2

### Le cavità risonanti

Una cavità risonante è costituita da un volume vuoto (o contenete un dielettrico a basse perdite), racchiuso da uno schermo metallico [4]. A differenza di quanto avviene nei sistemi oscillanti costituiti da insiemi finiti di elementi, che possono oscillare secondo un numero finito di modi e di frequenze proprie (circuiti LC), le cavità risonanti presentano una infinità discreta di modi e frequenze. Le oscillazioni avvengono a frequenze e con configurazioni di campo dipendenti dalla forma e dalle dimensioni della cavità. Come in tutti i sistemi oscillanti, quando una cavità è sollecitata da una sorgente sinusoidale si hanno oscillazioni che diventano tanto più intense quanto più la frequenza della sorgente si avvicina ad una delle frequenze proprie di oscillazione; inoltre, qualunque sia la sorgente, il campo tende ad assumere la stessa configurazione del modo corrispondente (risonanza). Per questa ragione i modi e le frequenze proprie vengono detti **modi** e **frequenze di risonanza** [4]. Quando la radiazione elettromagnetica che si instaura all'interno della cavità è usata per accelerare il fascio di particelle che la attraversa, la cavità funge da cavità accelerante. Per capire il funzionamento di una cavità accelerante, prendiamo come esempio la classe di cavità coassiali, in quanto molto simile alle cavità da noi studiate. Una cavità coassiale è costituita da una linea coassiale chiusa alle due estremità che tipicamente oscilla nel

---

modo principale TEM : ricordiamo che **un campo elettromagnetico i cui vettori dipendono solo da una coordinata spaziale e dal tempo, è detto TEM (trasverso elettromagnetico) quando i vettori elettrico e magnetico sono ortogonali sia alla direzione di propagazione, sia tra di loro** [5]. In funzione del modo di risonanza, la cavità prenderà nomi diversi: essendo quelle a  $\lambda/2$  (ed a  $\lambda/4$ ) le configurazioni più usate per l'accelerazione delle particelle, le studieremo determinandone due grandezze fondamentali quali la frequenza di risonanza  $f_0$  ed il fattore di qualità  $Q$ .

### **La frequenza di risonanza**

La **frequenza di risonanza** è un parametro caratterizzante una cavità risonante in quanto è la frequenza alla quale sono soddisfatte sia le equazioni di Maxwell, sia le condizioni al contorno. Dimosteremo che per un qualunque risuonatore (studieremo un coassiale qualunque, ma il discorso è generale per ogni risuonatore) le frequenze che permettono l'esistenza di radiazione elettromagnetica costituiscono una infinita serie discreta di valori.

### **Il fattore di qualità $Q$**

Se consideriamo una cavità priva di perdite, cessata l'eccitazione della cavità, all'interno di essa può essere sostenuto indefinitamente nel tempo un campo elettromagnetico. In realtà sono sempre presenti delle lievi perdite ohmiche sulle pareti, dielettriche nel mezzo che la riempie e di accoppiamento con l'esterno, che causano quindi una attenuazione del campo elettromagnetico nel tempo. A condizione che le perdite siano deboli, possiamo supporre che le frequenze di risonanza e le configurazioni dei campi siano tali e quali quelle della cavità ideale. Si definisce **fattore di qualità  $Q$**  di una cavità risonante (si veda il paragrafo 2.1.1):

---


$$Q = 2\pi \frac{\langle W \rangle}{\langle W_p \rangle} \quad (2.1)$$

dove  $\langle W \rangle$  è l'energia totale, mediata in un periodo, contenuta all'interno della cavità, mentre  $\langle W_p \rangle$  è l'energia media dissipata per periodo. Moltiplicando e dividendo per il periodo alla risonanza  $T$ , si ottiene l'equazione più comune del  $Q$ :

$$Q = \omega \frac{\langle W \rangle}{\langle P_p \rangle} \quad (2.2)$$

in cui  $\langle P_p \rangle = \langle W_p \rangle / T$  è la potenza, mediata in un periodo, dissipata nella cavità. Il fattore di qualità è un numero puro tanto più grande quanto più basse sono le perdite nel risuonatore. L'energia persa è solitamente distinta in energia dissipata per effetto Joule sulle pareti ( $W_0$ ), energia dissipata nel dielettrico contenuto nella cavità ( $W_d$ ) ed energia irradiata verso l'esterno ( $W_{ext}$ ). Se le perdite sono indipendenti, possiamo porre:

$$\langle W \rangle = \langle W_0 \rangle + \langle W_d \rangle + \langle W_{ext} \rangle$$

e possiamo riscrivere la (2.2) come:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (2.3)$$

Potendo solitamente trascurare il termine  $1/Q_d$  (le perdite nel dielettrico sono quasi sempre trascurabili), definiamo **fattore di qualità interno o proprio**  $Q_{pr}$  pari a  $Q_0$  la quantità

$$Q_0 = \omega_0 \frac{\langle W \rangle}{\langle P_0 \rangle} \quad (2.4)$$

dove  $\langle P_0 \rangle$  è la potenza dissipata per effetto Joule sulle pareti, per periodo mentre definiamo il **fattore di qualità esterno**  $Q_{ext}$  la quantità

---


$$Q_{ext} = \omega_0 \frac{\langle W \rangle}{\langle P_{ext} \rangle} \quad (2.5)$$

dove  $\langle P_{ext} \rangle$  è la potenza irradiata verso l'esterno, per periodo.

Se consideriamo la cavità come un risuonatore passivo, cioè in assenza di carico, il parametro  $Q_0$  definito dalla (2.4) prende il nome di **Q unloaded**. Quando invece la cavità è connessa ad una sorgente a radiofrequenza, ha senso parlare di **Q loaded**, definito dalla seguente:

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (2.6)$$

Il valore di  $Q_l$  dipende strettamente dall'accoppiamento della cavità con la sorgente: se l'accoppiamento è perfetto, cioè se la cavità è eccitata da una sorgente avente impedenza interna pari a quella caratteristica della cavità, l'energia  $\langle W \rangle$  fornita dal generatore si distribuisce equamente tra impedenza interna e cavità, cioè  $\langle W_{ext} \rangle = \langle W_0 \rangle$ ; ciò comporta, per la (2.4) e la (2.5),  $Q_0 = Q_{ext}$  e quindi dalla (2.6) Si ha:

$$Q_l = \frac{Q_0}{2} \quad (2.7)$$

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

La determinazione dei modi e delle frequenze di risonanza di un sistema lineare qualsiasi richiede la soluzione delle equazioni di Maxwell con le relative condizioni al contorno: risolviamole calcolando la frequenza di risonanza  $f_0$  ed il fattore di qualità  $Q_0$  per due tipi di cavità: una cavità di forma qualunque e una cavità coassiale a  $\lambda/2$ .

Come primo studio, essendo le cavità del ciclotrone di forma complessa e quindi non riconducibili a cavità "classiche", analizziamo una cavità di forma generica.

Consideriamo una cavità ideale, cioè con pareti di materiale perfettamente conduttore di volume  $V$  riempita da un mezzo isotropo, omogeneo e senza perdite, caratterizzato dalle permeabilità elettrica  $\epsilon = \epsilon_0\epsilon'$  e da quella magnetica  $\mu = \mu_0\mu'$ .

### 2.1.1 Cavità ideale di forma generica

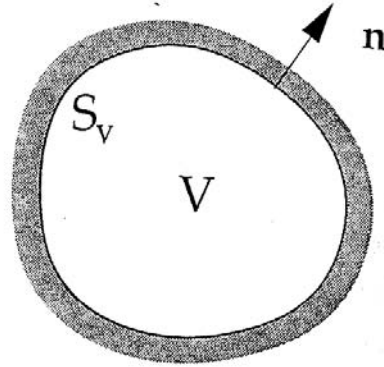


Figura 2.1: Cavità di forma generica

Essendo le pareti perfettamente conduttrici, esse non dissipano energia e fungono da schermo per il volume  $V$  della cavità. Quindi possono esistere, all'interno della

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

cavità, campi oscillanti con legge sinusoidale se, per qualche valore di  $\omega$ , esistono soluzioni non nulle del problema:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad \text{nel volume } V \quad (2.8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad \text{nel volume } V \quad (2.9)$$

e

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \quad \text{sul contorno } S_v \quad (2.10)$$

Le soluzioni cercate saranno solenoidali ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$ ).

Per comodità, effettuiamo la seguente sostituzione, introducendo al posto di  $\vec{H}$  il vettore

$$\vec{H}' = -j\eta\vec{H} \quad (2.11)$$

così da poter riscrivere la (2.8) e la (2.9):

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}' = k\vec{E} \quad \text{nel volume } V \quad (2.12)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = k\vec{H}' \quad \text{nel volume } V \quad (2.13)$$

dove  $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \frac{\omega}{v}$  è un parametro reale, positivo ed incognito che prende il nome di **autovalore** in quanto l'esistenza di campi elettromagnetici oscillanti è legata all'esistenza di valori di  $k$  per i quali il sistema ammette soluzioni non nulle che chiameremo **autofunzioni**.

Operando il rotore alla (2.12), sostituendogli la (2.13) ed utilizzando l'identità vettoriale

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{a} = \nabla^2 \vec{a} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a})$$

otteniamo

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$\nabla^2 \vec{H}' + k^2 \vec{H}' = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H}' = 0 \quad (2.14)$$

nel volume  $V$  e

$$\vec{n} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}' = 0 \quad (2.15)$$

sul contorno  $S_v$ .

Operando in maniera analoga sulla (2.13) otteniamo:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.16)$$

nel volume  $V$  e

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \quad (2.17)$$

sul contorno  $S_v$ .

La determinazione analitica degli autovalori e delle autofunzioni è possibile solo nel caso di cavità di forma semplice, come le cavità cilindriche o coassiali. Nel caso di cavità più complesse, è possibile ricorrere all'ausilio di un calcolatore per determinare autovalori ed autofunzioni del problema.

Ad ogni modo, qualunque sia il volume  $V$ , esiste una successione illimitata di autovalori reali positivi  $\{k_1, k_2, \dots\}$  alla quale corrispondono due successioni di autofunzioni reali normalizzate  $\{\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots\}$ ,  $\{\vec{H}_1, \vec{H}_2, \dots\}$ , che soddisfano le condizioni di ortonormalità:

$$\int_V \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j dV = \delta_{ij} \quad \int_V \vec{H}_i \cdot \vec{H}_j dV = \delta_{ij} \quad (2.18)$$

Per via della normalizzazione, le autofunzioni  $\vec{E}_i$  e  $\vec{H}_i$  sono perfettamente determinate; quindi se  $k$  corrisponde ad uno degli autovalori  $k_i$ , il sistema di equazioni (2.12) e (2.13) ammette soluzioni del tipo:

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$\vec{E} = A_i \vec{E}_i \quad \vec{H}' = A_i \vec{H}_i$$

con  $A_i$  costante complessa arbitraria. Soluzioni del sistema (2.8) e (2.9) saranno le seguenti:

$$\vec{E} = A_i \vec{E}_i \quad \vec{H} = j \frac{A_i}{\eta} \vec{H}_i \quad (2.19)$$

Il campo elettromagnetico dato dalle (2.19) rappresenta un modo proprio della cavità, la cui frequenza di risonanza è data da

$$\omega_i = \nu k_i \quad (2.20)$$

Poiché le autofunzioni sono reali, il campo istantaneo è dato da:

$$\vec{E}(t) = \mathcal{A}_i \vec{E}_i(r) \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad \vec{H}(t) = -\frac{\mathcal{A}_i}{\eta} \vec{H}_i(r) \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (2.21)$$

dove  $\mathcal{A}_i$  e  $\varphi_i$  sono rispettivamente il modulo e l'argomento di  $A_i$ .

Per cui possono esistere infiniti modi, uno in corrispondenza di ogni autovalore  $k_i$ , il cui spettro di frequenze dipende dallo spettro degli autovalori.

Dalle (2.21) notiamo come per ogni modo, l'andamento spaziale del campo elettrico e del campo magnetico è determinato dalle autofunzioni e rimane immutato nel tempo. Per lo più il campo elettrico ed il campo magnetico sono in quadratura di fase, così come per le onde stazionarie pure.

Poiché le equazioni di Maxwell e quelle costitutive per i campi sono lineari, possono essere soddisfatte anche da combinazioni lineari di campi oscillanti del tipo (2.21). Per cui nella cavità possono coesistere più modi oscillanti, dando luogo al campo:

$$\vec{E}(t) = \sum_1^{\infty} \mathcal{A}_i \vec{E}_i(r) \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (2.22)$$

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$\vec{H}(t) = \sum_1^{\infty} -\frac{\mathcal{A}_i}{\eta} \vec{H}_i(r) \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (2.23)$$

che non sarà più sinusoidale bensì avrà configurazione continuamente variabile.

E' interessante analizzare il caso di mezzo che riempie la cavità non dispersivo, cioè caratterizzato da  $\epsilon = \epsilon_r$  e  $\mu = \mu_r$ . L'energia immagazzinata nella cavità all'istante  $t$  è:

$$W(t) = \frac{1}{2} \int_V (\epsilon_0 \epsilon_r E^2 + \mu_0 \mu_r H^2) dV \quad (2.24)$$

Sostituendo nella precedente i valori della (2.22) e della (2.23), si vede che, come conseguenza dell'ortonormalità delle autofunzioni (2.18), si ha

$$W(t) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} \sum_{i=1}^{\infty} i \mathcal{A}_i \quad (2.25)$$

Notiamo come

- l'energia si mantiene costante nel tempo, per via dell'idealità della cavità
- l'energia è la somma delle singole energie competenti ai singoli modi se esistessero da soli, per via dell'ortonormalità delle autofunzioni

Consideriamo una cavità reale: a causa delle perdite nelle pareti (solitamente costituite da metalli ad elevata conducibilità) e nel mezzo (solitamente un dielettrico a basse perdite), l'energia dei modi decresce nel tempo. Possiamo quindi assumere che il campo elettromagnetico istantaneo del modo  $i$ -esimo sia dato dalla (2.22) e dalla (2.23), in cui le quantità  $\mathcal{A}_i$  e  $\varphi_i$  sono funzioni *lentamente variabili* nel tempo, cioè le loro variazioni temporali sono apprezzabili per tempi molto più lunghi del periodo  $T_i = 2\pi/\omega_i$  [4]. Stiamo supponendo cioè che lo smorzamento dei campi nel tempo sia esponenziale ma lento rispetto al periodo delle oscillazioni, cioè che

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

l'energia si attenua nel tempo secondo il fattore  $e^{-2\alpha_i t}$ , cioè si attenua di un fattore  $1/e$  del suo valore iniziale  $\langle W_i(0) \rangle$  dopo un tempo  $\tau = 1/2\alpha_i$ , cioè:

$$\langle W_i(t) \rangle = \langle W_i(0) \rangle e^{-2\alpha_i t} \quad (2.26)$$

Dopo un tempo pari al periodo  $T_i$ , si ha:

$$\langle W_i(t + T_i) \rangle = \langle W_i(0) \rangle e^{-2\alpha_i(t+T_i)} = \langle W_i(t) \rangle e^{-2\alpha_i T_i} \quad (2.27)$$

Supponendo  $2\alpha_i T_i \ll 1$ , possiamo porre  $e^{-2\alpha_i T_i} \cong 1 - 2\alpha_i T_i$ , così da ottenere:

$$\langle W_i(t + T_i) \rangle \cong \langle W_i(t) \rangle (1 - 2\alpha_i T_i) \quad (2.28)$$

da cui ricavare il parametro  $\alpha_i$

$$\alpha_i = \frac{\langle W_i(t) \rangle - \langle W_i(t + T_i) \rangle}{2T_i \langle W_i(t) \rangle} \quad (2.29)$$

La quantità  $\langle W_i^p(t) \rangle = \langle W_i(t) \rangle - \langle W_i(t + T_i) \rangle$  è l'energia media, relativa al modo  $i$ -esimo, dissipata in un periodo mentre la quantità  $\langle P_i^p(t) \rangle = \frac{\langle W_i^p(t) \rangle}{T_i} = \frac{\langle W_i(t) \rangle - \langle W_i(t + T_i) \rangle}{T_i}$  è la potenza, relativa al modo  $i$ -esimo, mediata in un periodo, dissipata all'interno della cavità.

Da queste quantità è possibile definire il **fattore di qualità**  $Q_i$  di una cavità risonante relativo al modo  $i$ -esimo:

$$Q_i = 2\pi \frac{\langle W_i \rangle}{\langle W_i^p \rangle} = \omega_i \frac{\langle W_i \rangle}{\langle P_i^p \rangle} \quad (2.30)$$

Segue che:

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{2T_i Q_i} = \frac{\omega_i}{2Q_i} \quad (2.31)$$

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

Essendo solitamente i valori del fattore di merito dell'ordine delle migliaia, la costante di tempo  $\alpha_i$  è dell'ordine dei millesimi di  $\omega_i$ : ciò a conferma dell'ipotesi di lenta variabilità dei campi nel tempo.

### 2.1.2 Cavità coassiale a $\lambda/2$

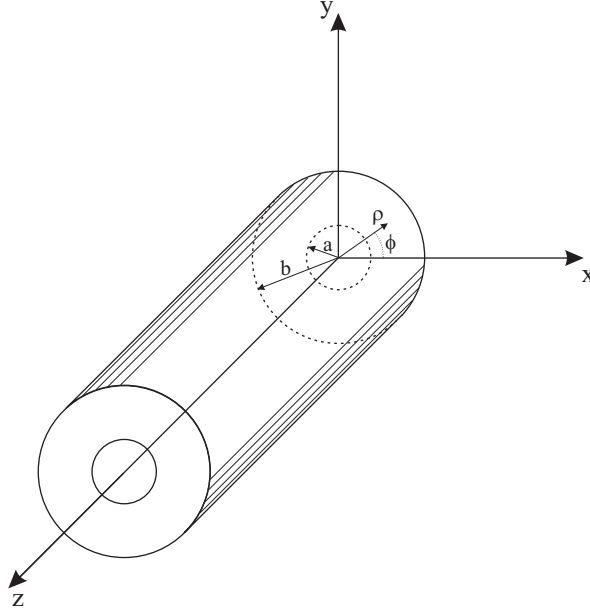


Figura 2.2: Cavità coassiale

Consideriamo un cavo coassiale limitato di lunghezza  $l$ , con raggio interno pari ad  $a$  e raggio esterno pari a  $b$ , di materiale perfettamente conduttore ed all'interno del quale vi sia il vuoto. Consideriamo inoltre un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con l'asse  $z$  coincidente con l'asse dei cilindri coassiali. Per procedere al calcolo dei vettori  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , consideriamo due modi TEM che si propagano nella direzione dell'asse  $z$ , uno nel verso positivo e l'altro nel verso negativo:

$$\vec{E} = - \left( C_1 e^{-i\frac{\omega}{c}z} + C_2 e^{i\frac{\omega}{c}z} \right) \vec{\nabla} V \quad (2.32)$$

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left( C_1 e^{-i\frac{\omega}{c}z} - C_2 e^{i\frac{\omega}{c}z} \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V \quad (2.33)$$

dove la funzione potenziale  $V$  si ottiene dallo studio, mediante le equazioni di Maxwell, della linea coassiale infinitamente lunga [5]:

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$V(\rho, \phi) = V_0 \frac{\ln b/\rho}{\ln b/a} \quad (2.34)$$

Imponendo che la componente tangenziale del campo elettrico  $\vec{E}_t$  si annulli sulle basi ed essendo il campo elettrico espresso dalla (2.32) puramente trasversale ( $\vec{E}$  coincide con  $\vec{E}_t$ ), cioè imponendo  $\vec{E} = 0$  per  $z = 0$  e per  $z = l$ , si ha:

$$C_1 = -C_2 = \frac{C}{2} \quad (2.35)$$

$$\sin \frac{\omega}{c} l = 0 \Rightarrow \frac{\omega}{c} l = r\pi \Rightarrow \omega = c \frac{r\pi}{l} \quad (2.36)$$

dove  $c$  è la velocità della luce nel vuoto e  $r$  è un'intero positivo. La frequenza che soddisfa la (2.36), è la **frequenza di risonanza**. Fissata la lunghezza  $l$  dei coassiali, otteniamo una serie discreta, teoricamente infinita, di frequenze di risonanza: frequenze indipendenti dalle dimensioni dei conduttori ma non dalla loro lunghezza. Quando la lunghezza dei coassiali  $l$  è uguale ad un  $n$ -multiplo della lunghezza d'onda  $\lambda$ , il risuonatore prende il nome di cavità a  $\lambda/n$ .

Sostituendo nella (2.32) e nella (2.33) il valore della costante  $C$  e di  $\omega$ , si ha:

$$\vec{E} = -\frac{C}{2} \left( e^{-i\frac{r\pi}{l}z} - e^{i\frac{r\pi}{l}z} \right) \vec{\nabla} V = iC \sin \left( \frac{r\pi}{l}z \right) \vec{\nabla} V \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \vec{H} &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{C}{2} \left( e^{-i\frac{r\pi}{l}z} + e^{i\frac{r\pi}{l}z} \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V = \\ &= -C \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cos \left( \frac{r\pi}{l}z \right) \hat{z} \times \vec{\nabla} V \end{aligned} \quad (2.38)$$

Sostituendo infine la funzione potenziale espressa dalla (2.34), si ricavano le equazioni complete dei campi:

$$\vec{E} = -iC \frac{V_0}{\rho \ln b/a} \sin \left( \frac{r\pi}{l}z \right) \hat{e}_\rho \quad (2.39)$$

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$\vec{H} = C \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{V_0}{\rho \ln b/a} \cos\left(\frac{r\pi}{l} z\right) \hat{e}_\phi \quad (2.40)$$

Per valutare il fattore di qualità  $Q_0$  dobbiamo calcolare l'energia, mediata in un periodo, immagazzinata nella cavità e la potenza dissipata in perdite ohmiche.

Si dimostra che **in una cavità ideale, le energie elettrica e magnetica, mediate in un periodo ed immagazzinate in ciascun modo risonante, sono uguali** ed inoltre che **in una cavità ideale, l'energia elettromagnetica totale istantanea è costante ed eguale al valore dell'energia immagazzinata totale, mediata in un periodo** [6].

Per cui l'energia elettromagnetica totale immagazzinata nella cavità sarà:

$$\langle W \rangle = 2\langle W_e \rangle = 2\langle W_m \rangle$$

cioè:

$$\langle W \rangle = \frac{1}{2} \int_V \epsilon |E|^2 d^3r = \frac{1}{2} \int_V \mu |H|^2 d^3r \quad (2.41)$$

dove  $\epsilon$  e  $\mu$  si riferiscono al dielettrico che riempie la cavità.

Considerando solamente le perdite per effetto Joule sulle pareti del conduttore, si ha:

$$\langle P_p \rangle = \frac{1}{2} \int_{\Sigma_p} R_s (\hat{n} \times \vec{H}) \cdot (\hat{n} \times \vec{H}^*) d\Sigma_p = \frac{1}{2} \int_{\Sigma_p} R_s \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p \quad (2.42)$$

dove  $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$  è la resistenza superficiale delle pareti, di area  $\Sigma_p$  e di permeabilità  $\mu_p$ , che racchiudono la cavità,  $\hat{n}$  è il versore normale ed  $\vec{H}$  è il vettore campo magnetico associato al modo considerato, in assenza di perdite.

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

Conseguentemente:

$$Q_0 = \omega \frac{\frac{1}{2} \int_V \mu |H|^2 d^3r}{\frac{1}{2} \int_{\Sigma_p} R_s \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p} \quad (2.43)$$

Se la cavità è riempita da un solo dielettrico e le sue pareti sono costituite da un solo metallo, la (3.7) si può scrivere:

$$Q_0 = 2K \frac{\mu}{\mu_p} \frac{V}{\Sigma_p \delta_p} \quad (2.44)$$

dove  $\delta_p$  è lo skin depth delle pareti e  $K$  è:

$$K = \frac{\frac{1}{V} \int_V |H|^2 d^3r}{\frac{1}{\Sigma_p} \int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p} \quad (2.45)$$

La quantità  $K$  è un numero adimensionato che dipende dalla forma geometrica della cavità (è massimo per cavità sferiche) e che ha, per i modi di indice basso, un valore prossimo all'unità. Approssimando inoltre  $\mu_p \cong \mu \cong \mu_0$ , il fattore  $Q_0$  è dell'ordine di

$$Q_0 \cong 2 \frac{V}{\Sigma_p \delta_p} \quad (2.46)$$

**cioè dell'ordine del rapporto tra il volume della cavità ed il volume delle pareti metalliche che contiene praticamente tutta la corrente [6].**

Tornando al caso della cavità coassiale, esprimiamo la quantità  $\vec{H} \cdot \vec{H}^*$  come:

$$\vec{H} \cdot \vec{H}^* = \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \frac{1}{\rho^2} \cos^2 \left( \frac{r\pi}{l} z \right) \quad (2.47)$$

Per cui:

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

$$\begin{aligned}
\int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^3r &= \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* \rho d\rho d\phi dz = \\
&= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \int_V \frac{1}{\rho} \cos^2\left(\frac{r\pi}{l}z\right) d\rho d\phi dz = \\
&= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \frac{1}{\rho} d\rho \int_0^l \cos^2\left(\frac{r\pi}{l}z\right) dz = \\
&= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \pi l
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Valutare l'integrale di superficie:

$$\begin{aligned}
\int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^*\right)_{z=0} \rho d\rho d\phi + \\
&+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^*\right)_{z=l} \rho d\rho d\phi + \\
&+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^*\right)_{\rho=a} a d\phi dz + \\
&+ \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \left(\vec{H} \cdot \vec{H}^*\right)_{\rho=b} b d\phi dz
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Sostituendovi la (2.47), si ha:

$$\begin{aligned}
\int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r &= \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \left[ 2 \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi + \right. \\
&+ \left. \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{1}{a} \cos^2\left(\frac{r\pi}{l}z\right) a d\phi dz + \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{1}{b} \cos^2\left(\frac{r\pi}{l}z\right) b d\phi dz \right]
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Da cui:

$$\int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d^2r = \frac{\epsilon}{\mu} C^2 \frac{V_0^2}{\left(\ln \frac{b}{a}\right)^2} \left[ 4\pi \ln \frac{b}{a} + \pi \frac{l}{a} + \pi \frac{l}{b} \right] \tag{2.51}$$

## 2.1 Studio teorico di cavità risonanti

---

Il fattore di qualità  $Q_0$  sarà, dopo qualche passaggio intermedio:

$$Q_0 = 2\mu \sqrt{\frac{\pi\sigma}{\mu_p}} \sqrt{\nu} \frac{b \ln \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a} + 4\frac{b}{l} \ln \frac{b}{a}} \quad (2.52)$$

Esso ha un massimo quando  $\frac{b}{a} = 3.6$ .

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

Qualunque cavità reale, per risuonare e mantenere costante nel tempo l'ampiezza dei campi elettromagnetici, richiede, ad ogni periodo, una quantità di energia pari a quella che dissipa all'interno. Questa energia, fornitagli da un generatore a radiofrequenza, è solitamente trasferita alla cavità attraverso gli accoppiatori, detti **couplers**.

Il coupler è dunque una regione di transizione progettata per trasferire efficientemente la giusta quantità di energia dal generatore radiofrequenza al carico (cavità e fascio). Esso è caratterizzato dal parametro  $Q_{ext}$  definito dalla (2.5).

Il coupler deve stabilire all'interno del risuonatore il campo elettromagnetico, sopportare alti gradienti termici e assicurare la tenuta del vuoto all'interno della cavità [7].

Le più comuni soluzioni di accoppiamento a radiofrequenza sono:

- connessioni con **guide d'onda** attraverso aperture nelle pareti della cavità
- connessioni con **linee di trasmissione, coassiali** attraverso antenne rettilinee o spire (loop) percorse da corrente
- connessioni con altri elementi (linee di trasmissione o altre cavità) attraverso fasci di elettroni che attraversano la cavità

Confrontiamo le prime due. I coupler a guida d'onda sono semplici da realizzare, semplici da raffreddare per via della bassa densità di potenza che li attraversa e delle grandi dimensioni ma non possono essere variabili.

La necessità di un accoppiatore variabile nasce quando si fornisce potenza a cavità di geometria variabile, a cavità cioè che lavorano a differenti configurazioni di campo

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

elettromagnetico (si veda, come esempio, il paragrafo (2.3.2)), per minimizzare, caso per caso, l'energia dissipata. Tuttavia, gli accoppiatori variabili hanno una struttura meccanica molto complicata ed i materiali utilizzati possono aggiungere altre cause di guasto possibili, facendo così diminuire l'affidabilità delle strutture [8].

Di contro i coupler coassiali sono più compatti quindi più complessi da realizzare, possono essere resi parametrici cioè variabili e necessitano di un sistema di raffreddamento per via dell'elevata densità di potenza che sostengono [9].

Segue una tabella con alcuni dei coupler a RF già realizzati.

| Facility                       | Frequency | Coupler type                                                                    | RF window   | Max. power                                                                | Comments                                           |
|--------------------------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| LHC [4]                        | 400 MHz   | Coax variable<br>(60 mm stroke)                                                 | Cylindrical | Test: 500 kWCW<br>300 kWCW                                                | Traveling wave<br>Standing wave                    |
| PEP-II [5]                     | 476 MHz   | WG fixed                                                                        | Disk WG     | Test: 500 kWCW<br>Oper: 225 kWCW                                          | RF window test<br>Forward power,<br>HER [6]        |
| CESR [7]<br>(B-cell)           | 500 MHz   | WG fixed                                                                        | Disk WG     | Test: 450 kWCW<br>Oper: 300 kWCW<br>360 kWCW                              | RF window test<br>Beam power<br>Forward power      |
| KEK-B [8]<br>(SC cavity)       | 509 MHz   | Coax fixed                                                                      | Disk coax   | Test: 800 kWCW<br>Oper: 380 kWCW                                          |                                                    |
| LEDA [9]                       | 700 MHz   | -                                                                               | Disk WG     | Test: 800 kWCW                                                            | Similar to PEP-II<br>window                        |
| APT [10]<br>(SC cavity)        | 700 MHz   | Coax variable<br>( $\pm 5$ mm stroke,<br>$2 \times 10^5$ to $6 \times 10^5$ )   | Disk coax   | Test: 1 MWCW<br>850 kWCW                                                  | Traveling wave<br>Standing wave<br>(fixed coupler) |
| SNS [11, 3]<br>(SC cavity)     | 805 MHz   | Coax fixed                                                                      | Disk coax   | Test: 2 MW peak<br>22 kW average                                          | similar to KEK-B<br>720 kW @ 1 ms,<br>30 pps,      |
| JLab FEL<br>[12]               | 1500 MHz  | WG fixed                                                                        | Planar WG   | Test: 50 kWCW<br>Oper: 30 kWCW                                            | RF window test,<br>very low $\Delta T$             |
| TESLA [13]<br>(TTF2 &<br>TTF3) | 1300 MHz  | Coax variable<br>(17 mm stroke,<br>factor of 20:<br>$10^6$ to $2 \times 10^7$ ) | Cylindrical | Test: 1.8 MW peak<br>(4.68 kW average)<br>250 kW peak<br>(3.3 kW average) | TW, 1.3 ms pulse<br>@2 Hz<br>@10 Hz                |

Figura 2.3: Esempi di coupler a radiofrequenza con caratteristiche principali

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

### L'accoppiamento critico

L'esigenza di un trasferimento efficiente di potenza è uno dei motivi principali per l'uso delle linee di trasmissione alle frequenze più alte. Alle basse frequenze infatti, un semplice cavo è sufficiente a condurre la potenza in quanto, essendo la resistenza del cavo relativamente bassa, ha scarso effetto sui segnali a bassa frequenza, cioè la tensione e la corrente sono le stesse lungo il cavo.

Per spiegare il concetto di accoppiamento critico, utilizziamo l'esempio delle linee di trasmissione, considerando una linea di trasmissione senza perdite chiusa su un carico arbitrario  $Z_L$ .

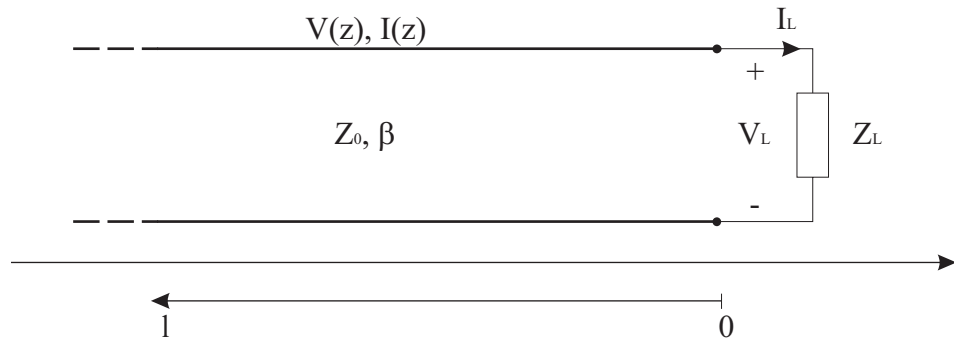


Figura 2.4: Linea chiusa su un'impedenza  $Z_L$

Assumiamo che l'onda incidente, che ha la forma  $V_0^+ e^{-i\beta z}$ , sia generata da una sorgente che si trovi nella parte positiva dell'asse  $z$ .

Ricordiamo che il rapporto tra la tensione e la corrente dell'onda viaggiante è pari all'impedenza caratteristica  $Z_0$  [10]. Se la linea è chiusa su un carico di impedenza di valore diverso dall'impedenza caratteristica,  $Z_L \neq Z_0$ , poiché il rapporto tra tensione e corrente sul carico deve necessariamente essere  $Z_L$ , si deve postulare la nascita di un'onda riflessa che renda soddisfatta tale condizione. La tensione totale, nel caso di linea senza perdite, è:

$$V(z) = V_0^+ e^{-i\beta z} + V_0^- e^{i\beta z} \quad (2.53)$$

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

e analogamente la corrente totale è:

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-i\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{i\beta z} \quad (2.54)$$

Poiché abbiamo preso il sistema di riferimento in modo che il carico si trovi a  $z = 0$ , si ha che:

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$$

Ricavando  $V_0^-$ :

$$V_0^- = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} V_0^+$$

Normalizzando l'ampiezza dell'onda riflessa rispetto a quella dell'onda incidente si definisce il **coefficiente di riflessione**  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.55)$$

il cui modulo è denominato  $\rho$ .

Introducendo questo coefficiente nella (2.53) e nella (2.54), la tensione e la corrente totale sulla linea possono essere scritte come:

$$V(z) = V_0^+ [e^{-i\beta z} + \Gamma e^{i\beta z}] \quad (2.56)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} [e^{-i\beta z} - \Gamma e^{i\beta z}] \quad (2.57)$$

Notiamo da queste equazioni che la tensione e la corrente lungo una linea sono la somma di due onde, una incidente e l'altra riflessa: l'onda risultante prende il nome di **onda stazionaria** e presenta dei massimi e dei minimi.

La condizione di adattamento del carico alla linea, detta anche di **accoppiamento critico**, si ha quando  $\rho = 0$  e cioè quando non si ha onda riflessa; ciò avviene se l'impedenza di carico  $Z_L$  è uguale a quella caratteristica della linea  $Z_0$ . Quando l'impedenza del carico è uguale ad un cortocircuito o a un circuito aperto, tutta l'energia è riflessa e  $\rho = 1$ . Di conseguenza, la gamma di valori possibili per il coefficiente di riflessione  $\rho$  è tra 0 e 1.

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

Introduciamo alcuni coefficienti frequentemente usati per caratterizzare il trasferimento di potenza dall'alimentazione ad un carico, cioè l'accoppiamento.

Un coefficiente che misura l'aliquota di potenza riflessa è il **return loss** RL, di solito definito in decibel:

$$RL = -20 \log |\Gamma| \quad dB \quad (2.58)$$

Il RL è sempre espresso come un numero positivo e varia fra 0 dB in caso di totale riflessione e  $\infty$  in caso di carico adattato all'impedenza caratteristica.

Un altro coefficiente molto usato è il **rapporto d'onda stazionaria ROS** più frequentemente detto **Voltage Standing Wave Ratio** (VSWR):

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (2.59)$$

Il VSWR varia da 1 (caso di riflessione nulla) all' $\infty$  (caso di riflessione completa) [11]. Segue in Figura (2.5) un chiaro schema dei principali parametri di riflessione.

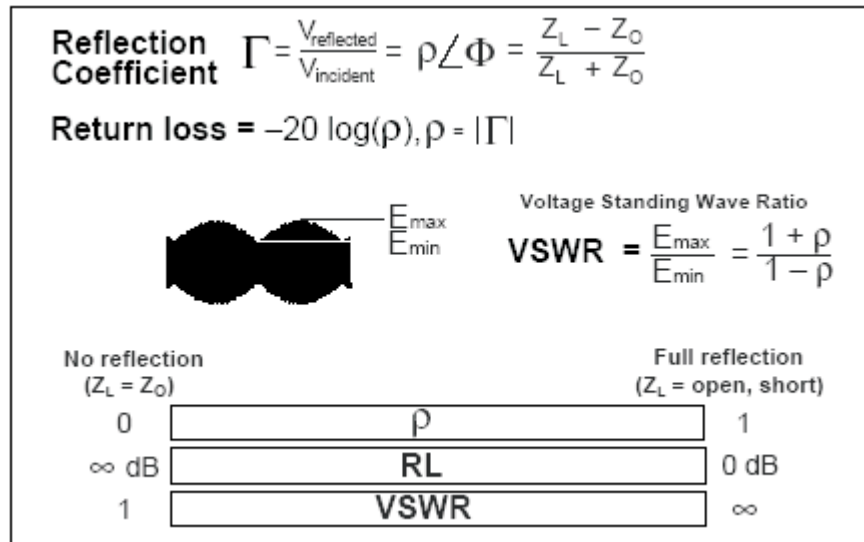


Figura 2.5: Parametri di riflessione

Studiamo due possibili soluzioni di accoppiamento di cavità, realizzato con cavi coassiali.

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

### 2.2.1 Soluzione capacitiva

Per esporre l'eccitazione di tipo elettrica delle cavità, studieremo il caso di eccitazione di una guida d'onda per via delle similitudini con le cavità (una cavità risonante può essere vista come un tratto di guida chiuso alle estremità).

Sfrutteremo il teorema di reciprocità di Lorentz, che riporto:

*Consideriamo un volume  $V$  limitato da una superficie chiusa  $S$*

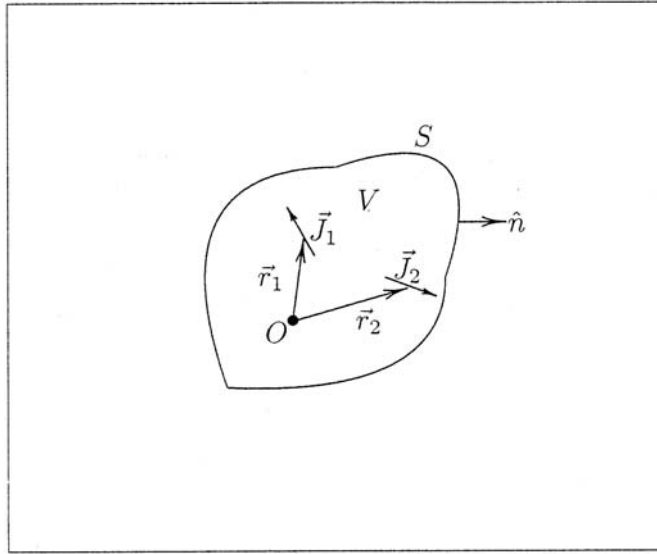


Figura 2.6: Volume  $V$  limitato da una superficie chiusa  $S$

*Sia  $\vec{J}_1$  una sorgente di corrente in  $V$  che produce un campo caratterizzato dai vettori  $\vec{E}_1$  e  $\vec{H}_1$ , e sia  $\vec{J}_2$  un'altra sorgente di corrente in  $V$  che produce un campo  $\vec{E}_2$  e  $\vec{H}_2$ , campi soddisfacenti le equazioni di Maxwell. Il teorema di reciprocità di Lorentz può essere espresso nella seguente forma [6]:*

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) dv = \oint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot \hat{n} da = \int_V (\vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2) dv \quad (2.60)$$

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

Consideriamo il sistema di accoppiamento coassiale-guida d'onda in Figura (2.7), dove  $l$  è la posizione del cortocircuito e  $d$  la lunghezza della sonda, grandezze sulle

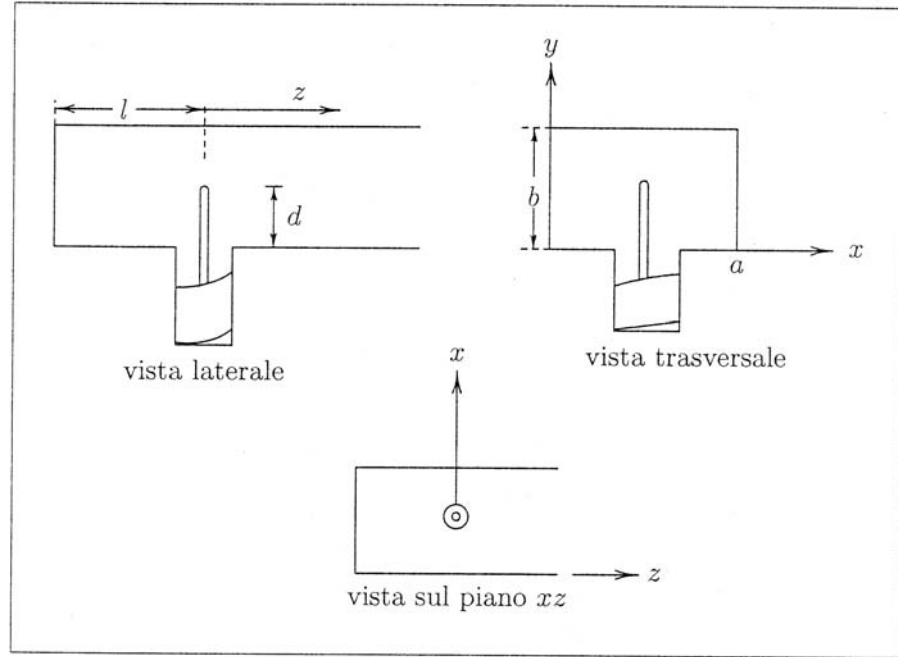


Figura 2.7: Accoppiamento coassiale-guida d'onda

quali opereremo per ottenere il massimo trasferimento di potenza dal coassiale alla guida d'onda.

Notiamo come il conduttore centrale del cavo coassiale si estenda all'interno della guida, come se fosse una piccola antenna: quando è percorsa dalla corrente di un modo TEM che si propaga nel coassiale, l'antenna ecciterà lo stesso modo nella guida e viceversa l'eccitazione della guida comporterà l'eccitazione del coassiale.

La corrente sull'antenna deve annullarsi alla fine dell'antenna. Per la teoria di Hallen e King [5], se l'antenna è sottile essa sarà caratterizzata da una distribuzione di corrente che produce un'onda stazionaria, cioè la corrente nell'antenna può essere scritta nella seguente forma:

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

$$I = I_0 \sin k_0(d - y) \quad 0 \leq y \leq d, \quad x = \frac{a}{2}, \quad z = 0 \quad (2.61)$$

dove  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

Determiniamo l'ampiezza di un modo generico eccitato da questa corrente. Per fare ciò, consideriamo una guida d'onda infinitamente lunga in cui sia presente una sorgente di corrente  $\vec{J}$  situata in una regione compresa tra  $z_1$  e  $z_2$  (si veda la figura (2.8)). Esprimiamo il campo irradiato da questa sorgente come una somma infinita

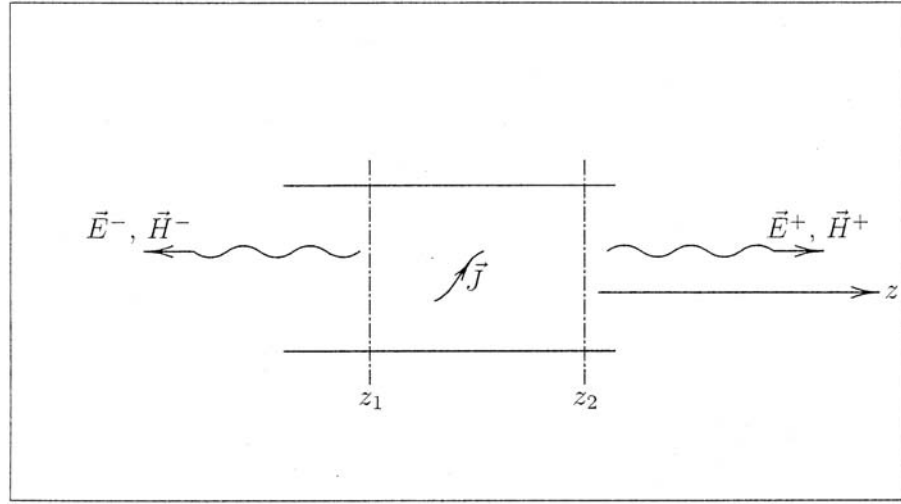


Figura 2.8: Sezione di guida d'onda limitata dai piani  $z_1$  e  $z_2$

di modi guidati:

$$\vec{E}^+ = \sum_n C_n^+ (\vec{e}_n + \vec{e}_{zn}) e^{-i\beta_n z} \quad z > z_2 \quad (2.62)$$

$$\vec{H}^+ = \sum_n C_n^+ (\vec{h}_n + \vec{h}_{zn}) e^{-i\beta_n z} \quad z > z_2 \quad (2.63)$$

$$\vec{E}^- = \sum_n C_n^- (\vec{e}_n - \vec{e}_{zn}) e^{i\beta_n z} \quad z < z_1 \quad (2.64)$$

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

$$\vec{E}^- = \sum_n C_n^- (-\vec{h}_n + \vec{h}_{zn}) e^{i\beta_n z} \quad z < z_1 \quad (2.65)$$

dove  $n$  è un grande indice di somma, cioè implica una somma su tutti i possibili modi TE e TM. Determinando le ampiezze sconosciute  $C_n$ , riusciamo a caratterizzare il campo elettromagnetico irradiato dall'antenna: a tal fine applico il teorema di reciprocità di Lorentz (formula (2.60)).

Sostituiamo i vettori  $\vec{E}_1$  e  $\vec{H}_1$  della formula con quelli irradiati dalla sorgente  $\vec{J}$  nel cavo coassiale, ed i vettori  $\vec{E}_2$  e  $\vec{H}_2$  della formula con quelli dell'ennesimo modo guidato, per esempio  $\vec{E}_n^-$  e  $\vec{H}_n^-$ , cioè:

$$\vec{E}_2 \longrightarrow \vec{E}_n^- = (\vec{e}_n - e_{zn}) e^{i\beta_n z} \quad \text{oppure} \quad \vec{E}_n^+ \quad (2.66)$$

$$\vec{H}_2 \longrightarrow \vec{H}_n^- = (-\vec{h}_n + \vec{h}_{zn}) e^{i\beta_n z} \quad \text{oppure} \quad \vec{H}_n^+ \quad (2.67)$$

Sostituendoli nella equazione (2.60), si ha:

$$\oint_S (\vec{E}_1 \times \vec{H}_n^- - \vec{E}_n^- \times \vec{H}_1) \cdot \hat{n} da = \int_V \vec{E}_n^- \cdot \vec{J} dv \quad (2.68)$$

in quanto i campi  $\vec{E}_2$  e  $\vec{H}_2$  rappresentano una soluzione senza sorgenti ( $\vec{J}_2 = 0$ ) entro  $V$ .

L'integrale di superficie è nullo sulle pareti della guida poiché  $\vec{E}^- \times \vec{H}_n^- \cdot \hat{n} = (\hat{n} \times \vec{E}^-) \cdot \vec{H}_n^- = 0$  perché  $\vec{E}^-$  è, sulle pareti perfettamente conduttrici della guida, ortogonale a  $S$ , cioè parallelo a  $\hat{n}$  per cui  $\hat{n} \times \vec{E}^- = 0$ ; lo stesso vale per  $\vec{E}_n^-$ .

Perciò, l'integrale di superficie resta definito soltanto sulle superfici individuate da  $z_1$  e da  $z_2$ .

Inoltre, essendo i modi ortogonali, si ha:

$$\int_{S_0} \vec{E}_m^\pm \times \vec{H}_n^\pm \cdot \hat{n} da = 0 \quad m \neq n \quad (2.69)$$

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

Quando si integra quindi sulla sezione trasversale della guida d'onda, tutti i termini dello sviluppo di  $\vec{E}^-$  e  $\vec{H}^-$  si annullano tranne l'ennesimo.

Si ha dunque:

$$\begin{aligned} & \int_{S_2} C_n^+ [(\vec{e}_n + \vec{e}_{zn}) \times (-\vec{h}_n + \vec{h}_{zn}) - (\vec{e}_n - \vec{e}_{zn}) \times (\vec{h}_n + \vec{h}_{zn})] \cdot \hat{z} da + \\ & - \int_{S_1} C_n^- [(\vec{e}_n - \vec{e}_{zn}) \times (-\vec{h}_n + \vec{h}_{zn}) - (\vec{e}_n + \vec{e}_{zn}) \times (\vec{h}_n + \vec{h}_{zn})] \cdot \hat{z} da = \\ & -2C_n^+ \int_{S_2} \vec{e}_n \times (\vec{h}_n \cdot \hat{z}) da = \int_V \vec{E}_n^- \cdot \vec{J} dv \end{aligned} \quad (2.70)$$

Quindi  $C_n^+$  è dato da:

$$C_n^+ = -\frac{1}{P_n} \int_V \vec{E}_n^- \cdot \vec{J} dv = -\frac{1}{P_n} \int_V (\vec{e}_n - \vec{e}_{zn}) \cdot \vec{J} e^{i\beta_n z} dv \quad (2.71)$$

Se per i campi  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{H}_2$ , scegliamo  $\vec{E}_n^+$ ,  $\vec{H}_n^+$ , otteniamo:

$$C_n^- = -\frac{1}{P_n} \int_V \vec{E}_n^+ \cdot \vec{J} dv = -\frac{1}{P_n} \int_V (\vec{e}_n + \vec{e}_{zn}) \cdot \vec{J} e^{-i\beta_n z} dv \quad (2.72)$$

dove  $P_n = 2 \int_{S_0} \vec{e}_n \times \vec{h}_n \cdot \hat{z} da$  e  $S_0$  è la superficie trasversale della guida d'onda.

Sostituendo a  $\vec{J}$  il valore dato dall (2.61) ed ai vettori i valori relativi al modo in esame, possiamo ricavare i coefficienti  $C^\pm$ , sostituirli nella formula della potenza e massimizzare questa quantità operando sui parametri  $l$  e  $d$ .

Nel caso di modo  $TE_{10}$  otteniamo:

$$l = \frac{\lambda_g}{4}$$

cioè l'antenna deve essere ad una distanza di  $\lambda_g/4$  dal cortocircuito, e

$$d = \frac{\lambda_g}{2}$$

cioè l'antenna deve penetrare nella guida per una lunghezza di  $\lambda_g/2$  [6].

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

L'accoppiamento capacitivo è quello che presenta meno problemi di realizzazione nel caso di risuonatori con cortocircuito mobile.

### 2.2.2 Soluzione induttiva

Consideriamo l'accoppiamento di tipo magnetico che si realizza mediante una spira percorsa da corrente in una guida d'onda. Sia  $I$  l'ampiezza della corrente che fluisce nel verso del vettore unitario  $\hat{\tau}$  sul di contorno  $C$  di una spira di sezione  $S$ , immersa in una guida d'onda (o dentro una cavità).

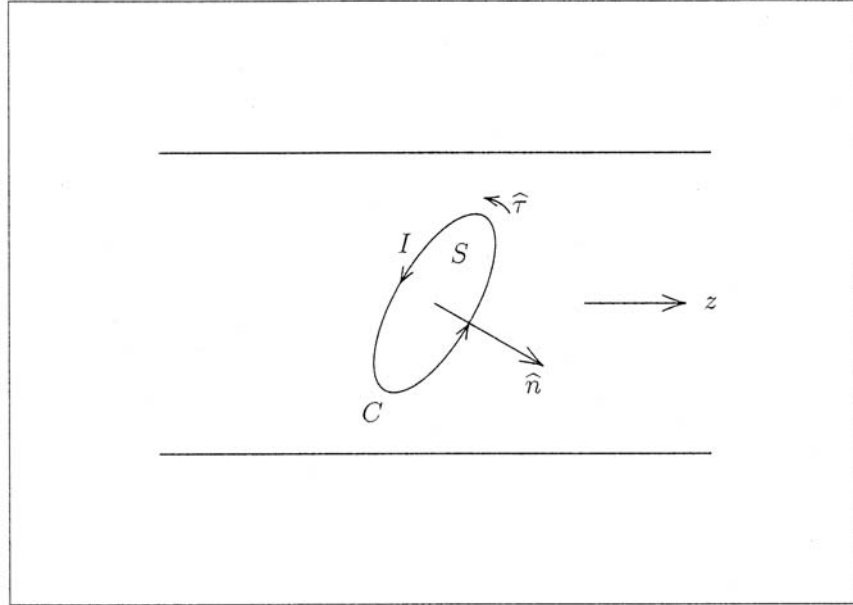


Figura 2.9: Spira di sezione  $S$  in una guida d'onda

Come visto nella formula (2.71), l'ampiezza dell' $n$ -esimo modo irradiato è data dalla:

$$C_n^+ = -\frac{1}{P_n} \oint_C \vec{E}_n^- \cdot \vec{J} dl = -\frac{1}{P_n} \oint_C \vec{E}_n^- \cdot \hat{\tau} I dl \quad (2.73)$$

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

dove  $\hat{\tau}I$  è il vettore corrente che fluisce nel controno  $C$  della spira. Applicando la legge di Stokes all'integrale curvilineo della (2.73), si ha:

$$C_n^+ = -\frac{I}{P_n} \oint_C \vec{E}_n^- \cdot d\vec{l} = -\frac{I}{P_n} \int_S \vec{\nabla} \times \vec{E}_n^- \cdot \hat{n} da \quad (2.74)$$

Essendo  $\vec{\nabla} \times \vec{E}_n^- = -i\omega \vec{B}_n^- = -i\omega\mu_0 \vec{H}_n^-$ , si ottiene:

$$C_n^+ = \frac{I}{P_n} \int_S i\omega \vec{B}_n^- \cdot \hat{n} da = \frac{i\omega I}{P_n} \int_S \vec{B}_n^- \cdot \hat{n} da \quad (2.75)$$

Analogamente per il coefficiente  $C_n^-$

$$C_n^- = \frac{i\omega I}{P_n} \int_S \vec{B}_n^+ \cdot \hat{n} da \quad (2.76)$$

Si noti come l'ampiezza di oscillazione dell'ennesimo modo è proporzionale al flusso magnetico attraverso la spira.

Se la dimensione della spira è talmente piccola da poter considerare il campo  $\vec{B}_n$  dell'ennesimo modo costante sull'area della spira, possiamo scrivere la (2.75):

$$C_n^+ = \frac{i\omega I}{P_n} \vec{B}_n^- \cdot \int_S \hat{n} ds = \frac{i\omega I}{P_n} \vec{B}_n^- \cdot \vec{S}_0 \quad (2.77)$$

Essendo la quantità  $IS_0$  il modulo del momento magnetico  $\vec{M}$  della spira, si ha:

$$C_n^+ = \frac{i\omega}{P_n} \vec{B}_n^- \cdot \vec{M} \quad (2.78)$$

ed analogamente:

$$C_n^- = \frac{i\omega}{P_n} \vec{B}_n^+ \cdot \vec{M} \quad (2.79)$$

La radiazione emessa da una piccola spira di corrente può essere considerata come la radiazione di un dipolo magnetico.

## 2.2 Considerazioni generali sull'accoppiamento di cavità

---

Considerando la (2.77), sostituendo alla corrente  $I \cong \sqrt{P_n/R_0}$  dove  $R_0$  è l'impedenza della linea di trasmissione attraverso la quale giunge corrente al loop (solitamente  $50 \Omega$ ), possiamo ricavare la relazione che ci permette, in fase di progetto, di valutare l'area del loop ottimizzando l'accoppiamento:

$$S_0 \cong \frac{\sqrt{P_n R_0}}{\omega \overline{B_n}} \quad (2.80)$$

dove  $\overline{B_n}$  è il valore medio del vettore campo magnetico relativo al modo ennesimo, nella sezione del loop.

### 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

In questa sezione esporremo in maniera dettagliata due applicazioni di cavità risonanti: le cavità acceleranti del ciclotrone superconduttore la cui funzione è di fornire alle particelle del fascio una certa quantità di energia ed il Chopper 500 la cui funzione è quella di tagliare, deflettere il fascio precedentemente accelerato così da ottenere il *duty cycle* richiesto.

#### 2.3.1 Le cavità del progetto S.C.E.N.T.

La struttura acceleratrice del ciclotrone superconduttore che è stata scelta per il progetto S.C.E.N.T. si compone di quattro cavità risonanti distinte ed identiche, posizionate in corrispondenza delle uniche regioni accessibili (per vincoli geometrici) del ciclotrone, cioè le quattro valli. Queste regioni, presentano un'accentuata forma a spirale (si veda la figura (2.10)) per via delle espansioni polari che le definiscono e impongono la geometria esterna delle cavità, che saranno, una per ogni valle, del tipo mostrato in figura (2.11).

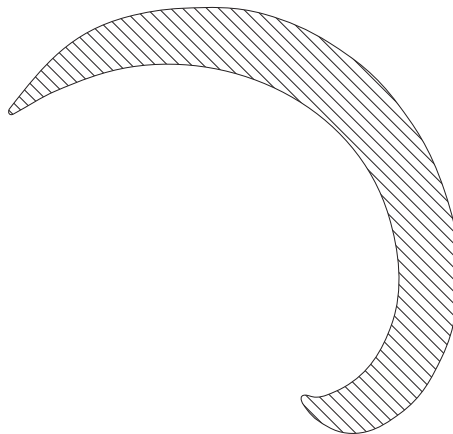


Figura 2.10: Sezione del *dee*

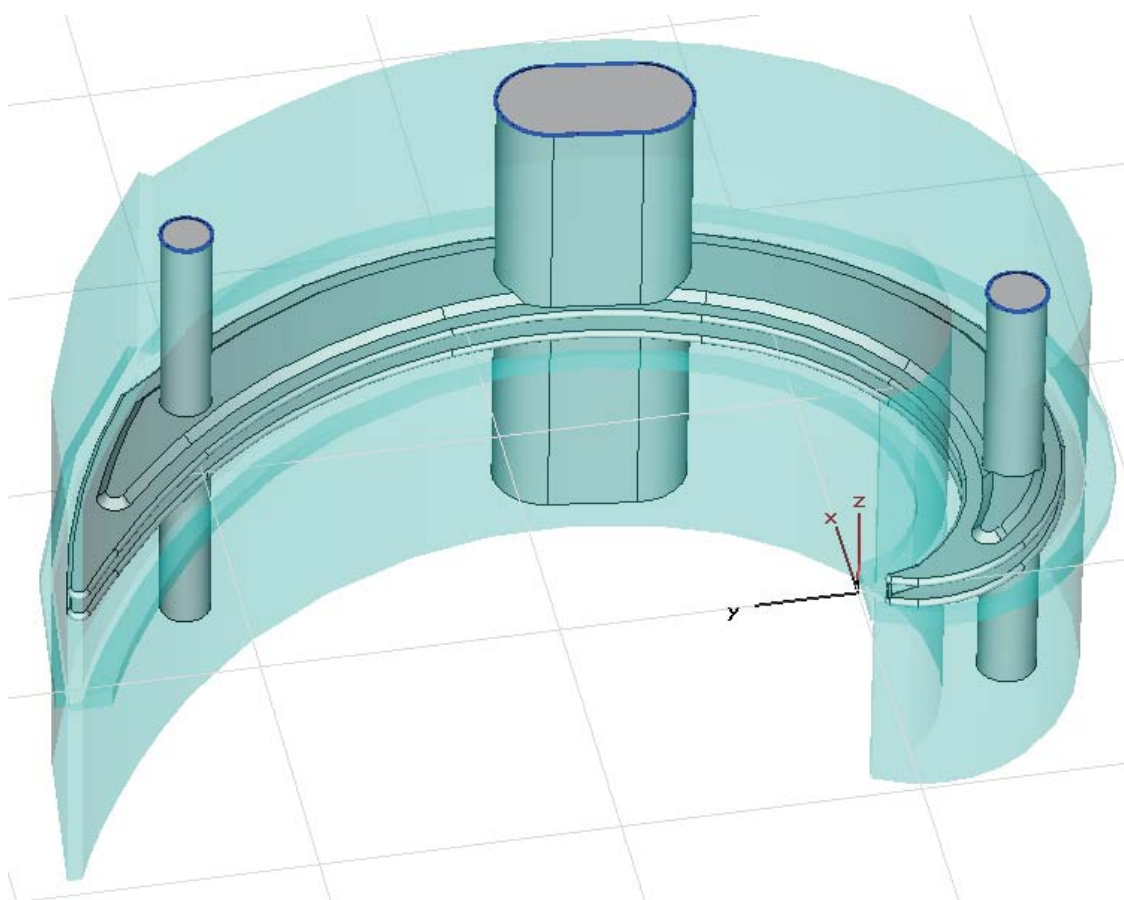


Figura 2.11: Cavità del ciclotrone

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

La funzione delle cavità acceleranti è di incrementare la velocità e quindi l'energia delle particelle: per fare ciò è necessario che il fascio di particelle interagisca con il campo elettrico all'interno della cavità. Un modo di realizzare efficientemente questa interazione è quella di utilizzare dei risuonatori a  $\lambda/2$  con piatti, facendo passare il fascio attraverso i piatti (sul piano mediano) dove il campo elettrico è massimo ed ortogonale al fascio. Le cavità a  $\lambda/2$  del ciclotrone saranno dunque cavità a sviluppo verticale in quanto le bobine ed il criostato ne limitano l'estensione orizzontale, simili alle cavità coassiali con piatti (si veda la figura (2.12))

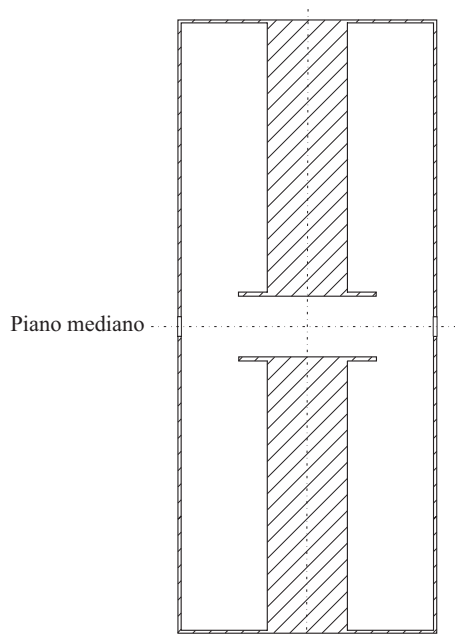


Figura 2.12: Cavità coassiale con elettrodi acceleranti

Lo spazio necessario per il passaggio del fascio prende nome di 'gap' e sarà di 30 mm. Al fine di accelerare il fascio due volte per ogni attraversamento di cavità, la fase del campo elettrico accelerante che la particella trova nel gap di ingresso è sfasata di  $180^\circ$  rispetto a quella nel gap di uscita.

Infatti c'è una corrispondenza di funzionamento tra i piatti ed il *dee* come elet-

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

trodi di accelerazione, tra il coassiale interno e lo *stem* come sostegno del *dee* e tra il coassiale esterno ed il *liner* come involucro del sistema.

Lo *stem* sarà realizzato in rame O.F.H.C. (Oxygen Free High Conductivity) e connesso rigidamente da una parte al *liner* e dall'altra al *dee*, realizzati anch'essi in rame O.F.H.C.

Il *liner*, all'interno del quale sarà realizzato l'alto vuoto dell'ordine di  $10^{-7}$  mbar, presenta due fessure in prossimità del piano mediano che consentono il passaggio del fascio.

Essendo il ciclotrone a sviluppo verticale, ogni cavità consiste di due mezze cavità a  $\lambda/4$ , simmetriche rispetto al piano mediano della macchina e congiunte lungo il bordo della regione d'estrazione dei *dee*. Questa connessione permette di ridurre la massima densità di corrente di corto circuito e di compensare una eventuale componente assiale del campo elettrico accelerante causata da una eventuale differenza di potenziale tra i *dee* delle singole cavità a  $\lambda/4$ : ciò porterebbe alla parziale perdita del fascio [12].

Esternamente alla struttura acceleratrice, sarà presente un impianto a radiofrequenza che dovrà alimentare le quattro cavità risonanti (ogni cavità sarà alimentata separatamente) ad una frequenza di circa 93 MHz, fornendo una potenza massima di 40 KW per cavità.

Il funzionamento della cavità provocherà il riscaldamento della stessa per effetto della potenza dissipata sulle superfici. Per compensare le deviazioni di frequenza di risonanza causate dalle deformazioni termiche (cioè provocate dal riscaldamento) della struttura, sarà utilizzato un sistema di *trimming capacitor*, cioè di piatti mobili, posizionati in modo simmetrico rispetto al piano mediano per evitare indesiderate componenti assiali del campo elettrico.

L'impianto di raffreddamento è stato progettato tenendo conto della potenza dissipata localmente; per il coassiale esterno (il *liner*), l'acqua scorre in tubi di rame

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

brasati esternamente mentre per il coassiale interno l'acqua scorre in una intercapedine; all'interno dell'intercapedine una guarnizione in gomma assicura che il flusso scorra lungo tutta la superficie.

La Tabella 2.1 riassume alcuni parametri caratterizzanti il funzionamento di una singola cavità.

Tabella 2.1: Parametri di progetto di una singola cavità

| $f_0$                           | 93 MHz          |
|---------------------------------|-----------------|
| Tensione massima all'estrazione | 120 Kvolt       |
| Potenza totale Rf               | minore di 40 KW |

Come detto prima la cavità sarà alimentata da generatori esterni. Essendo un sistema a frequenza di risonanza fissa, abbiamo pensato di trasferire la potenza dagli alimentatori alle cavità realizzando un accoppiamento di tipo induttivo con un loop posto alla sommità del *liner*, per le seguenti ragioni:

- Minore perturbazione del sistema. Un accoppiamento capacitivo deve essere realizzato con un coupler in una zona ad alto campo elettrico. Nel caso delle cavità acceleranti, la presenza del coupler nelle vicinanze del piano mediano potrebbe provocare alterazioni del campo elettrico accelerante compromettendone, nel caso peggiore, l'efficacia di accelerazione.
- Facile accessibilità dall'esterno. I loop saranno posizionati nella zona ad alto campo magnetico, cioè alla sommità del *liner*, zona facilmente raggiungibile dall'esterno.

Lo studio dell'accoppiamento delle cavità con gli alimentatori sarà esposto nel capitolo successivo.

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

### 2.3.2 Il Chopper 500

Il Chopper 500 è una cavità coassiale risonante che lavora nella configurazione a  $\lambda/4$  utilizzata, a valle del ciclotrone, per deflettere parte dei pacchetti di particelle che ne attraversano gli elettrodi mediante l'applicazione di un campo elettrico ortogonale (trasverso) alla direzione del fascio.

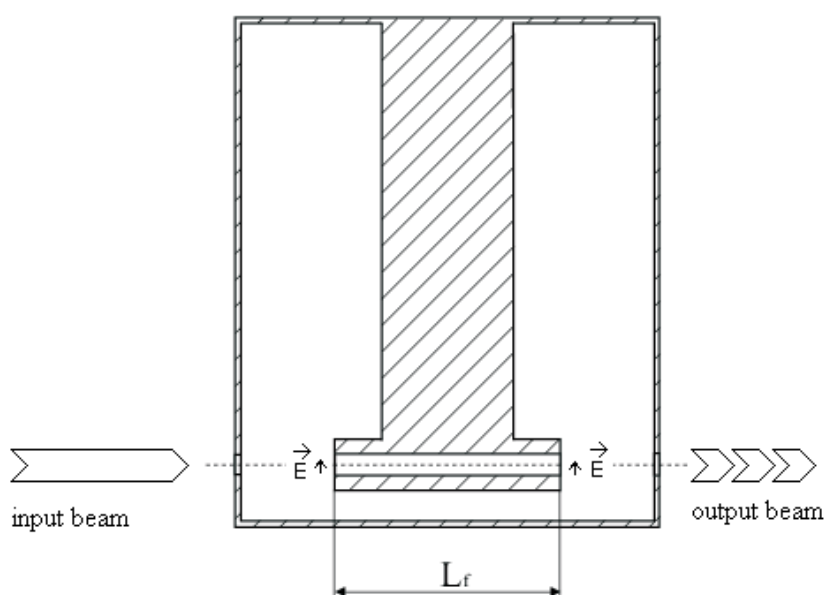


Figura 2.13: Funzionamento del Chopper 500

Così facendo il fascio in uscita avrà un'opportuna frequenza, più bassa di quella iniziale.

Il Chopper 500 è costituito da due coassiali, due elettrodi di forma non regolare e da un cortocircuito mobile (si vedano le figure (2.14) e (2.15)).

Il cortocircuito mobile ci permette di far lavorare la cavità a differenti frequenze: ricordiamo che la frequenza di risonanza di una cavità coassiale (il Chopper 500 può essere, in prima approssimazione, considerato tale) e la lunghezza  $l$  dei cilindri sono

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

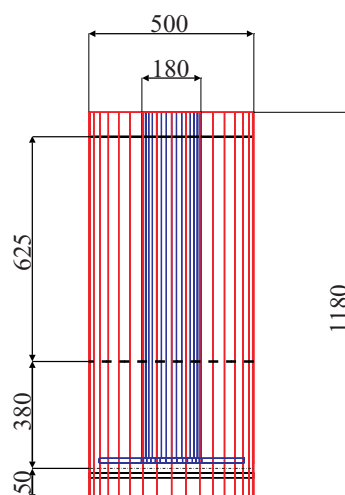


Figura 2.14: Dimensioni espresse in mm del Chopper 500

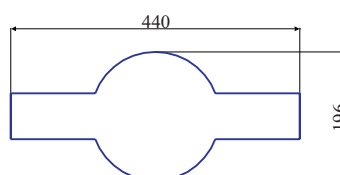


Figura 2.15: Particolare dell'elettrodo a potenziale

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---

legate dalla formula:

$$\omega = c \frac{r\pi}{l} \quad (2.81)$$

Muovendo il corto circuito, variamo la lunghezza dei coassiali  $l$  e quindi la frequenza di risonanza del sistema. Il range di valori a cui risuona il Chopper è 55-110 MHz.

Le differenti configurazioni di lavoro del Chopper (cioè alle varie frequenze) sono caratterizzate da differenti distribuzioni dei campi: ciò comporta che per realizzare un buon accoppiamento alle varie frequenze, sarà necessario un sistema di accoppiamento mobile. È stato scelto dunque di realizzare un accoppiamento di tipo capacitivo, posizionando il coupler in prossimità degli elettrodi. Il coupler è provvisto di una parte mobile (corsa di 50 mm) che permette di modificarne l'interazione con il campo elettromagnetico, cioè di modificarne il contributo capacitivo al sistema adattandolo alle varie frequenze (si veda la Figura (2.16)).

La Tabella 2.2 riassume alcuni parametri caratterizzanti il funzionamento del Chopper 500.

Tabella 2.2: Parametri stimati del Chopper 500

|                        |            |
|------------------------|------------|
| $f_0$ di funzionamento | 55-110 MHz |
| $Q_0$ stimato          | 9000       |
| $V$ richiesta          | 200 KVolt  |
| Potenza totale Rf      | 24 KW      |

## 2.3 Applicazioni di cavità risonanti

---



Figura 2.16: Particolare del coupler realizzato. Si noti la parte mobile, cerchiata in rosso

### 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

In questa sezione presentiamo sinteticamente gli strumenti ed i metodi da noi utilizzati nello studio delle cavità, sia in termini di accoppiamento che di prestazioni generali.

#### 2.4.1 La matrice $[S]$ ed i parametri di Scattering

Nella valutazione delle prestazioni di un dispositivo a radiofrequenza, sono ampiamente utilizzati i Parametri S: questi parametri si determinano direttamente dalle quantità di energia incidente, riflessa e di energia trasmessa misurate solitamente con strumenti detti *analizzatori di rete*; sono per questo motivo relativamente semplici da valutare, rispetto ai parametri di impedenza  $[Z]$  e di ammettenza  $[Y]$  che si ricavano dalle misure di tensione e corrente. Sia dato un circuito ad N porte.

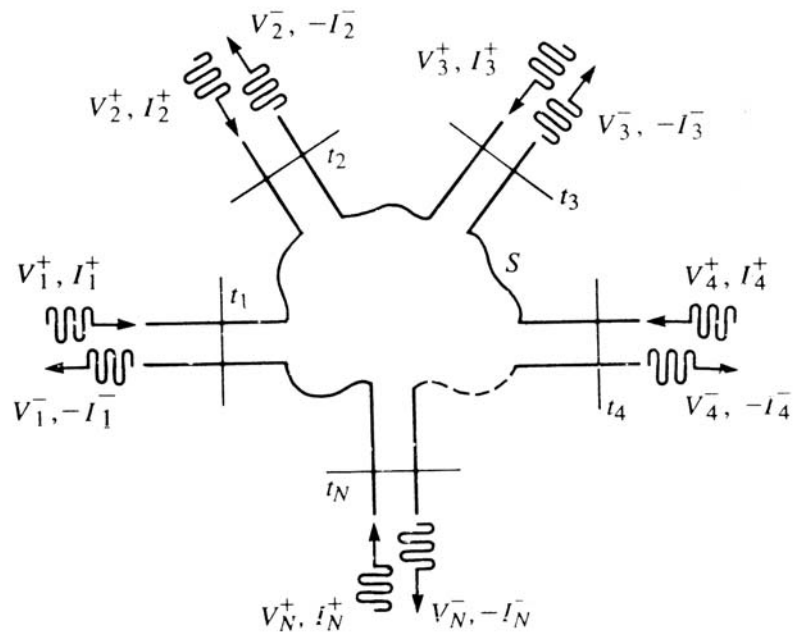


Figura 2.17: Circuito ad N porte

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

Siano:

$V_n^+$  l'ampiezza dell'onda di tensione incidente alla porta  $n$

$V_n^-$  l'ampiezza dell'onda di tensione riflessa dalla porta  $n$

con  $1 \leq n \leq N$ .

Si definisce **matrice di Scattering**  $[S]$ , la seguente:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ S_{N1} & \cdots & & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

in cui l'elemento  $S_{ij}$  è dato da:

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0 \text{ per } k \neq j} \quad (2.83)$$

Il generico parametro  $S_{ij}$  è il rapporto tra l'onda riflessa di tensione,  $V_i^-$ , misurata alla porta  $i$ , quando la sola eccitazione, di valore  $V_j^+$ , è applicata alla porta  $j$  mentre tutte le altre porte sono chiuse su un carico adattato.

I termini sulla diagonale principale  $S_{ii} = S_{ij}|_{i=j}$  rappresentano i coefficienti di riflessione alla porta  $i$  quando tutte le altre porte sono chiuse sulle rispettive impedenze caratteristiche. I termini fuori dalla diagonale  $S_{ij}|_{i \neq j}$  rappresentano invece i coefficienti di trasmissione dalla porta  $j$  alla porta  $i$  [10].

Le cavità risonanti da noi studiate sono dispositivi ad una porta, in corrispondenza del coupler. Per studiarne il funzionamento in fase di simulazione, possiamo valutare il parametro  $|S_{11}|$  ricordando che presenta un minimo alla frequenza di risonanza della cavità. Inoltre da questo parametro possiamo ricavare mediante la (2.59) il rapporto di onda stazionaria VSWR e quindi valutarne l'accoppiamento alla risonanza.

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

In fase di misura, generalmente, si caratterizza il comportamento della cavità come dispositivo bipolare cioè con una porta in corrispondenza del coupler e un'altra in un punto qualunque della cavità tramite una piccola antenna.

Sia la 1 la porta in corrispondenza del coupler e la 2 la porta in corrispondenza dell'antenna. Oltre alle valutazioni del parametro  $|S_{11}|$  e VSWR (comunque realizzabili considerando solo il segnale alla porta 1), possiamo studiare il parametro di trasmissione  $|S_{12}|$  che presenta un massimo alla frequenza di risonanza, come è chiaro dalla figura (2.18):

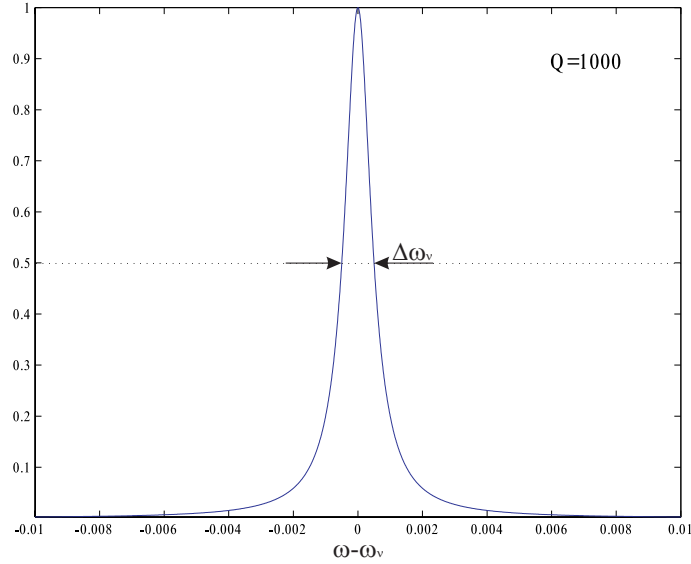


Figura 2.18: Curva di  $|S_{12}|$ , normalizzata, di una cavità

Da questo parametro è possibile calcolare il valore di  $Q_{loaded}$  del sistema. Infatti

$$Q_{loaded} = \frac{\omega_\nu}{\Delta\omega_\nu} = \frac{f_\nu}{\Delta f_\nu} \quad (2.84)$$

dove  $\Delta\omega_\nu$  è la larghezza della curva a metà altezza (FWHP), ovvero la banda a -3 dB.

Riassumendo, dai parametri  $[S]$  è possibile ricavare direttamente informazioni relative all'accoppiamento del sistema (VSWR) ed al fattore di qualità del siste-

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

ma *loaded*. Questi verranno successivamente applicati ai risultati ottenuti dalle simulazioni.

### 2.4.2 Rappresentazioni di impedenza: la carta di Smith

La carta di Smith è uno strumento grafico molto utile nello studio delle linee di trasmissione e nella risoluzione dei problemi di adattamento di impedenza delle linee a radiofrequenza [10].

La quantità di potenza riflessa che si ha quando si studia un dispositivo dipende dall'impedenza che il segnale incidente vede. Poiché ogni impedenza può essere rappresentata con le parti reali ed immaginarie ( $R+jX$  o  $G+jB$ ), queste possono essere tracciate su una griglia rettilinea conosciuta come **piano di impedenza complesso**. Un circuito aperto è caratterizzato da impedenza infinita e purtroppo non può essere ivi visualizzato (figura (2.19)).

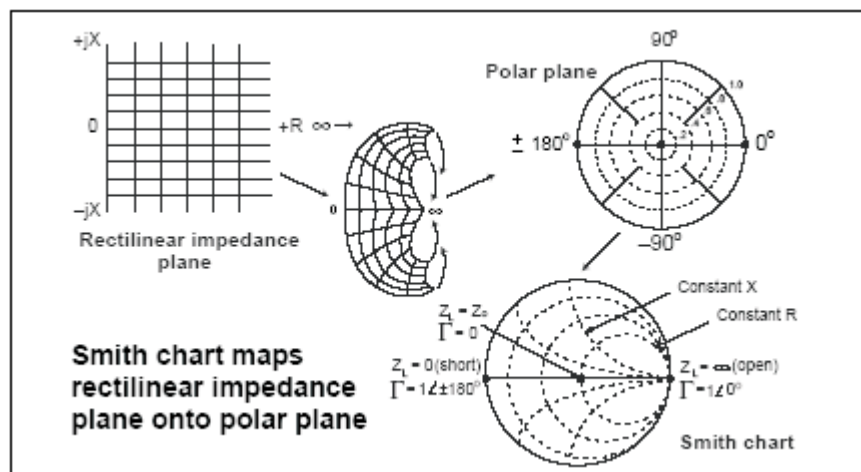


Figura 2.19: Diverse rappresentazioni di impedenza

Un'altra rappresentazione è il **diagramma polare**, utile perché permette di rappresentare l'intero piano di impedenza complessa, in modulo e fase. Tuttavia, invece di tracciare direttamente l'impedenza, si visualizza il coefficiente di riflessione

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

complesso nella forma vettoriale. La ampiezza del vettore è la distanza dal centro del piano e la fase è data dall'angolo del vettore riferito ad una linea piana dal centro al bordo di estrema destra (figura (2.19)). Lo svantaggio dei diagrammi polari del coefficiente di riflessione è che i valori di impedenza non possono esservi letti direttamente.

Poiché c'è una corrispondenza univoca fra l'impedenza ed il coefficiente di riflessione complesso, mediante una trasformazione bilineare

$$\zeta = \frac{1 + V_{\Gamma}}{1 - V_{\Gamma}} \quad (2.85)$$

dove  $\zeta = Z/Z_{\infty} = r + jx$  è l'impedenza normalizzata e  $V_{\Gamma} = V_{\Gamma_r} + jV_{\Gamma_i}$  è il coefficiente di riflessione per la tensione, il piano di impedenza complessa può essere trasformato in un diagramma polare. Il risultato è la **carta di Smith**. Tutti i valori di reattanza e tutti i valori positivi di resistenza da 0 all'  $\infty$  cadono all'interno del cerchio più grande della carta di Smith.

Sulla carta di Smith, i luoghi delle impedenze a resistenza costante compaiono come cerchi, mentre i luoghi delle impedenze a reattanza costante compaiono come archi [13]. Le impedenze sulla carta di Smith sono sempre normalizzate all'impedenza caratteristica del componente o del sistema di interesse, solitamente 50 Ohm per i sistemi a microonde ed a radiofrequenza e 75 Ohm per la radiodiffusione e per i sistemi della televisione via cavo: ogni impedenza è quindi espressa come numero complesso puro.

La carta di Smith può essere usata sia per valutare i valori di impedenza, sia per analizzare l'accoppiamento di un qualunque dispositivo.

Visualizzando cioè il coefficiente di riflessione  $V_{\Gamma}$  al variare della frequenza, questo percorre una circonferenza sul diagramma di Smith. Si ha l'accoppiamento critico alla frequenza per la quale questa curva passa per il centro del diagramma.

Affinché il sistema in analisi sia ben accoppiato, è necessario che la circonferenza

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

tracciata dal coefficiente di riflessione  $V_{\Gamma}$  abbia raggio uguale a quello del cerchio corrispondente ai  $50 \Omega$ : ciò comporta o che il centro sia all'interno del cerchio del  $V_{\Gamma}$  o, condizione di accoppiamento critico per un punto, che un solo punto passi per il centro. Nel secondo caso, dovunque sia la frequenza di risonanza, è possibile spostarla lungo questo cerchio (adattando l'impedenza aggiungendo tratti di linea al coupler) finché non raggiunga o si avvicini al centro della carta di Smith: in questo modo si ha un accoppiamento ottimo alla risonanza. Se il raggio è minore, il sistema è sottoaccoppiato, se è maggiore è sovraccoppiato. Questo metodo verrà successivamente usato per la ricerca di una configurazione con accoppiamento critico.

Il procedimento da seguire è quello di :

- dimensionare il coupler affinché il  $V_{\Gamma}$  percorra una circonferenza di raggio uguale a quello del cerchio corrispondente ai  $50 \Omega$ .
- aggiungere tratti di linea al coupler per spostare la frequenza di risonanza in prossimità o nel punto centrale del diagramma così da raggiungere un buon accoppiamento o l'accoppiamento critico.

### 2.4.3 Metodo di calcolo dei fattori di qualità dal coefficiente di riflessione

Il metodo esposto è un metodo di calcolo dei fattori di qualità  $Q_0$ ,  $Q_{loaded}$  e  $Q_{ext}$  di una cavità, utili per un corretto dimensionamento di un coupler partendo dalla conoscenza del parametro  $S_{11}^{mis}(f)$ : questo parametro è facilmente ottenibile dalle misure o, come nel nostro caso, dalle simulazioni. Si consideri una cavità reale eccitata da un sorgente di corrente con impedenza caratteristica  $R_0$ . Sia il *Measurement  $\mathcal{E}$  simulation plane* il piano al quale vengono misurati o restituiti dal simulatore i parametri  $S$  e il *Detuned short plane* il piano fittizio alla destra del quale è possibile approssimare la cavità con un circuito RLC parallelo.

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

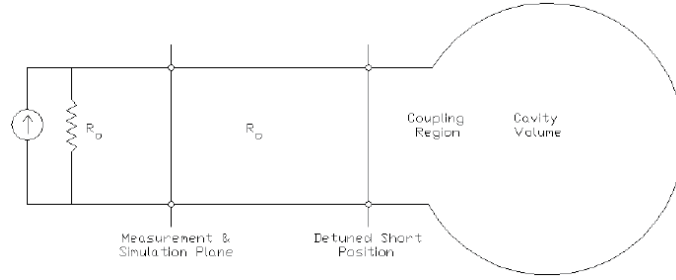


Figura 2.20: Schema generale di accoppiamento di un risuonatore

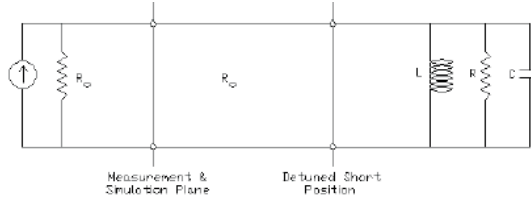


Figura 2.21: Circuito equivalente dello schema in Figura (2.20)

Sia  $s_{11}^{sim}(f)$  il parametro restituito dalle simulazioni al piano *Measurement & simulation plane*.

Poiché questo metodo si applica ai parametri  $S$  riferiti al *Detuned short plane*, si rende necessario calibrare il parametro restituito dalle simulazioni  $s_{11}^{sim}(f)$  così da averne una valutazione sul *Detuned short plane*:

$$s_{11}^{cal}(f) = s_{11}^{sim}(f)e^{i2\pi ft_{delay}} \quad (2.86)$$

dove  $t_{delay}$  è una opportuna quantità, che ci permette di far coincidere i due piani in figura (2.21).

Il circuito in esame diventa quello in Figura (2.22).

Consideriamo la definizione di impedenza di un circuito RLC parallelo normalizzata sulla resistenza di sorgente, si ha:

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

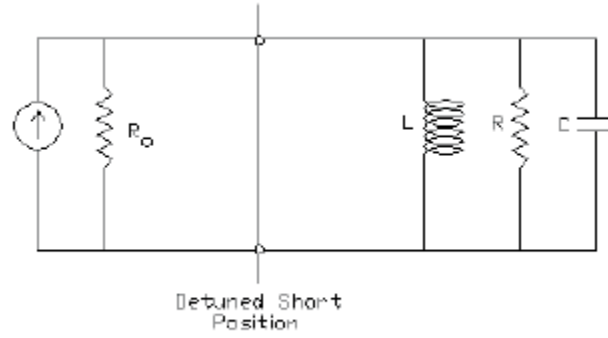


Figura 2.22: Circuito equivalente dopo la calibrazione

$$z(f) = \frac{Z_{RLC}(f)}{R_0} = \frac{\beta}{1 + iQ_0\left(\frac{f^2 - f_0^2}{ff_0}\right)} \quad (2.87)$$

dove  $\beta = R/R_0$  è il coefficiente di accoppiamento e  $Q_0$  è il Q unloaded del circuito RLC parallelo

$$Q_0 = 2\pi f_0 RC \quad (2.88)$$

Analogamente definiamo

$$Q_l = 2\pi f_0 R_{total} C \quad (2.89)$$

dove  $R_{total}$  è la resistenza ottenuta dal parallelo di  $R$  e di  $R_0$ , e

$$Q_{ext} = 2\pi f_0 R_0 C \quad (2.90)$$

Ricordiamo inoltre la relazione (2.89)

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (2.91)$$

Considerando che

$$\beta = \frac{R}{R_0} = \frac{Q_0}{Q_{ext}} \quad (2.92)$$

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

possiamo scrivere

$$Q_0 = Q_l(1 + \beta) \quad (2.93)$$

Per frequenze prossime alla risonanza, la (2.87) può essere scritta

$$z(f) = \frac{\beta}{1 + i2Q_0\delta(f)} \quad (2.94)$$

dove  $\delta(f) = (\frac{f-f_0}{f_0})$ .

Ricordando la (2.92) e la (2.93), possiamo scrivere la (2.94) nelle seguenti espressioni:

$$z(f) = \frac{\beta}{1 + i2\beta Q_{ext}\delta(f)} \quad (2.95)$$

e

$$z(f) = \frac{\beta}{1 + i2\beta Q_l(1 + \beta)\delta(f)} \quad (2.96)$$

Consideriamo infine la seguente relazione, che lega il coefficiente di accoppiamento  $\beta$  con il parametro  $s_{11}^{cal}(f_0)$ :

$$\beta = \frac{1 + s_{11}^{cal}(f_0)}{1 - s_{11}^{cal}(f_0)} \quad (2.97)$$

Poiché il parametro  $s_{11}^{sim}(f)$  è una serie discreta di valori ottenuto da uno sweep in frequenza, si rende necessario, per applicare il metodo, approssimare questa serie con una funzione continua che chiameremo  $\Gamma(f)$ .

### Calcolo del $Q_0$

Consideriamo l'equazione (2.94). Ad una frequenza che chiameremo  $f_{+Q_0}$ , il denominatore della (2.94) diviene pari ad  $(1+i)$ . Analogamente ad una frequenza che chiameremo  $f_{-Q_0}$ , il denominatore della (2.94) diviene pari ad  $(1-i)$ . A queste frequenze, la (2.94) diviene:

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

$$z(f_{\pm Q_0}) = \frac{\beta}{1 \pm i} \quad (2.98)$$

Le frequenze  $f_{+Q_0}$  e  $f_{-Q_0}$  possono essere ricavate dunque dalle equazioni

$$-Im(z(f_{+Q_0})) = Re(z(f_{+Q_0})) \quad (2.99)$$

ed

$$Im(z(f_{-Q_0})) = Re(z(f_{-Q_0})) \quad (2.100)$$

Guardando attentamente queste ultime due equazioni, è chiaro come le frequenze  $f_{+Q_0}$  e  $f_{-Q_0}$  possono essere ricavate dall'intersezione della funzione interpolata  $\Gamma(f)$  con il luogo dei punti per i quali  $-Im(z)=Re(z)$  per  $f_{+Q_0}$  e quelli per i quali  $Im(z)=Re(z)$  per  $f_{-Q_0}$ .

Ciò equivale a trovare le radici dell'equazione

$$Im\left(\frac{1 + \Gamma(f)}{1 - \Gamma(f)}\right) \pm Re\left(\frac{1 + \Gamma(f)}{1 - \Gamma(f)}\right) = 0 \quad (2.101)$$

Queste soluzioni possono essere visualizzate direttamente sulla carta di Smith (figura (2.23))

Trovati i valori delle frequenze  $f_{+Q_0}$  e  $f_{-Q_0}$ , possiamo calcolare il fattore di qualità  $Q_0$  dalla seguente:

$$Q_0 = \frac{f_0}{2 |f_0 - f_{\pm Q_0}|} \quad (2.102)$$

da cui ricavare, con le relazioni (2.92) e (2.93) le espressioni per i  $Q_{ext}$  e  $Q_l$ :

$$Q_{ext} = \frac{Q_0}{\beta} \quad (2.103)$$

e

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

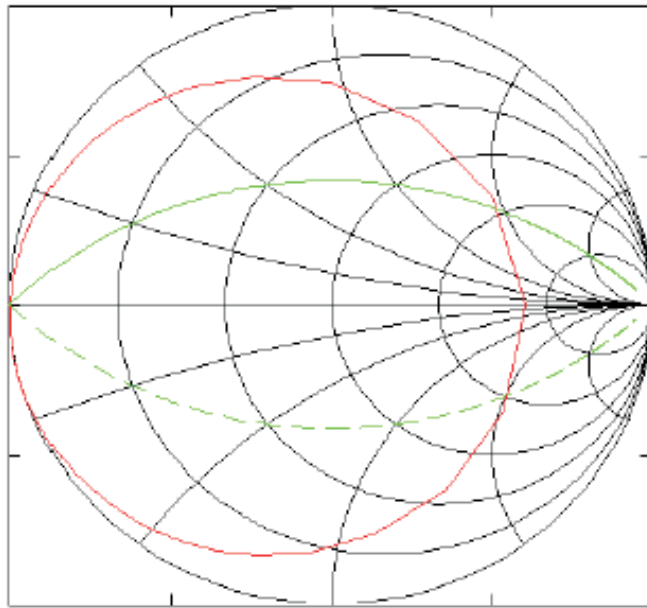


Figura 2.23: Carta di Smith per il calcolo del  $Q_0$ : le frequenze dove si intersecano la curva  $\text{Re}(z(f)) = \pm \text{Im}(z(f))$  (curva in verde) con la curva del coefficiente di riflessione calibrato (curva in rosso), sono le frequenze  $f_{\pm Q_0}$  cercate

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

$$Q_l = \frac{Q_0 Q_{ext}}{Q_0 + Q_{ext}} \quad (2.104)$$

In maniera del tutto analoga si procede con le equazioni (2.95) e (2.96) ottenendo le seguenti curve per il calcolo del  $Q_{ext}$  e del  $Q_l$ .

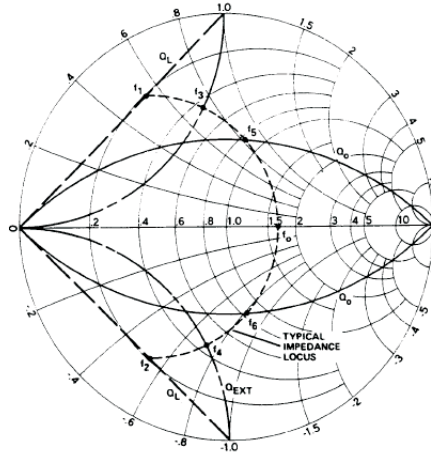


Figura 2.24: Carta di Smith per il calcolo dei diversi fattori di qualità  $Q$

Nel caso in cui consideriamo una cavità priva di perdite, il coefficiente di riflessione percorre, sulla carta di Smith, un cerchio di raggio pari al raggio massimo del diagramma. Una volta calibrato il parametro, i valori di  $f_{Q_{ext}}$  e  $f_{Q_l}$  coincidono con i punti a  $\pm 90^\circ$  dalla frequenza di risonanza sul diagramma calibrato (il punto all'estrema destra). E' possibile quindi valutare i valori di  $Q_{ext}$  dalla formula:

$$Q_{ext} = \frac{f_0}{2 |f_0 - f_{\pm Q_{ext}}|} \quad (2.105)$$

Questo metodo è teoricamente corretto per via della definizione di  $Q_{ext}$  in quanto

$$Q_{ext} = \omega_0 \frac{\langle W \rangle}{\langle P_{ext} \rangle} \quad (2.106)$$

dove  $\langle P_{ext} \rangle$  è la potenza irradiata verso l'esterno.

## 2.4 Analisi delle prestazioni di una cavità

---

Questi valori di fattori di qualità possono essere utilizzati per la ricerca del migliore accoppiamento.

Si rimanda al documento completo per eventuali approfondimenti [14].

# Capitolo 3

## Simulazioni ed analisi dati

Questo capitolo è dedicato alle simulazioni del Chopper 500, delle cavità del ciclotrone superconduttore ed all'analisi dei risultati. E' inoltre presente una breve descrizione dei simulatori elettromagnetici utilizzati, H.F.S.S. e MWS, ed un relativo confronto.

### 3.1 Simulatori elettromagnetici

#### 3.1.1 Ansoft H.F.S.S.

Il codice Ansoft H.F.S.S. (*High Frequency Structure Simulator*) è un simulatore elettromagnetico 3D di tipo FEM (*Finite Element Method* - Metodo agli elementi finiti) che risolve cioè le equazioni di Maxwell approssimando le funzioni continue dei campi con un insieme di quantità discrete valutate nei nodi di un reticolo[15].

Utilizzando il modulo CAD del simulatore, o alternativamente importando la struttura da analizzare, si definisce il dominio (la geometria) in esame. Si possono altresì definire i materiali che lo costituiscono in quanto H.F.S.S. permette di tenere in considerazione la conducibilità elettrica, la permittività complessa e la permeabilità magnetica dei materiali, consentendo una fedele riproduzione del problema reale.

### 3.1 Simulatori elettromagnetici

---

Inoltre la parametrizzazione della struttura è un potente mezzo da noi sfruttato per la ricerca di una configurazione ottimale.

Mediante un'operazione di *Meshing*, il dominio viene suddiviso in diversi tetraedri all'interno dei quali il valore del campo elettromagnetico è dato dall'interpolazione dei rispettivi valori ai vertici. Il codice genera e rifinisce la *mesh* aumentando localmente il numero di tetraedri, in modo da migliorare l'accuratezza nel calcolo dei campi. Questa operazione prende il nome di *mesh refinement*: è possibile scegliere le zone di interesse, solitamente quelle con i gradienti di  $\vec{E}$  o  $\vec{H}$  più alti, in cui infittire la *mesh*. La convergenza della soluzione fornisce una stima dell'accuratezza raggiunta con il processo di *mesh refinement*. La configurazione hardware (memoria RAM e velocità del processore) del computer pone però un limite al massimo numero di tetraedri in cui può essere suddiviso il modello e quindi all'accuratezza ed alla precisione nel calcolo numerico. Con la configurazione utilizzata il limite è di 90000-100000 tetraedri corrispondente ad un tempo di simulazione di 4-5 ore (processore usato: AMD Athlon 2.5 Ghz).

Assegnando le condizioni al contorno di Neumann e Dirichlet ed i piani di simmetria possiamo sia forzare le soluzioni del problema, eliminando a priori quelle non interessanti, sia ridurre il dominio da simulare: infatti in caso di strutture perfettamente simmetriche è possibile simulare una parte della struttura riducendo tempi di calcolo e risorse hardware utilizzate.

Il codice H.F.S.S. permette differenti tipi di analisi. Quelle da noi utilizzate sono:

- *Eigenmode Analysis*: analisi agli autovalori di una struttura senza sorgenti di potenza (cioè senza porte di input né output) che fornisce frequenza di risonanza, campi ed il fattore di qualità a vuoto "*unloaded*"  $Q_0$ .
- *Driven Modal Analysis*: analisi di una struttura con sorgenti di potenza (porte)

### 3.1 Simulatori elettromagnetici

---

che fornisce oltre alle risonanze (frequenze e campi) la matrice di Scattering ed i corrispondenti parametri  $S$ .

Un problema da noi riscontrato nell'utilizzo di questo simulatore è la non simultaneità di convergenza nel calcolo dei campi elettromagnetici. Infatti essi convergono nell'ordine:

- frequenza di risonanza  $f_0$
- campo elettrico  $\vec{E}$
- campo magnetico  $\vec{H}$
- densità di corrente  $\vec{J}$

Queste ultime due quantità sono valutate dalle formule[5]:

$$\vec{H} = \frac{\vec{\nabla} \times \vec{E}}{-i\omega\mu} \qquad \vec{J} = \hat{n} \times \vec{H} \qquad (3.1)$$

Ciò comporta una severa limitazione all'uso delle macro di *post processing* che operano direttamente sui campi. Infatti se  $\vec{J}$  non converge, non possiamo valutare la potenza dissipata per effetto Joule, e quindi il parametro di bontà  $Q$

$$Q = \omega(f_0) \frac{U(\vec{E})}{P_d(\vec{J})} \qquad (3.2)$$

non può essere stimato.

#### 3.1.2 CST MicroWave Studio

CST Microwave Studio è un simulatore elettromagnetico 3D basato sulla Tecnica di Integrazione Finita (FIT - *Finite Integration Technique*), tecnica applicabile alla risoluzione di differenti problemi di natura elettromagnetica dal calcolo di campi statici a problemi nel range delle microonde[16].

### 3.1 Simulatori elettromagnetici

---

Differentemente dal metodo agli elementi finiti, nella tecnica di integrazione finita il dominio è discretizzato in un sistema a griglia ortogonale costituito da cubetti detti celle ed il campo elettromagnetico è calcolato ad ogni intersezione sostituendo le derivate con rapporti incrementali: è dunque un metodo alle differenze finite (FD).

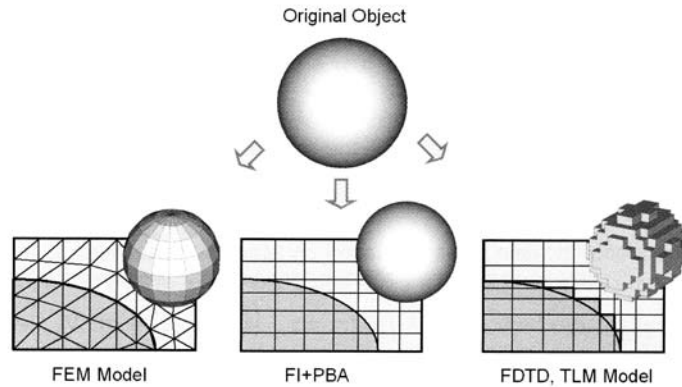


Figura 3.1: Confronto diverse tecniche di *meshing*

Non essendo garantita la conformità della *mesh* alla geometria, è necessario usare la tecnica del PBA (*Perfect Boundary Approximation*) che combina l'ottima approssimazione geometrica del FEM e l'alta velocità di simulazione, propria del FD, evitandone la *staircase approximation*.

Dei moduli risolutivi forniti da MWS, abbiamo utilizzato:

- *Eigenmode Solver*: calcola frequenza di risonanza e corrispondenti campi elettromagnetici per strutture *loss free* (senza perdite, cioè con superfici perfettamente conduttrici, PEC) prive di sorgenti di potenza. Per il calcolo della potenza dissipata e del fattore di qualità  $Q_0$ , le perdite possono essere considerate in fase di *post processing* assegnando la conduttività elettrica del mezzo.
- Per il calcolo dei parametri  $S$ , è possibile utilizzare sia il modulo *Eigenmode* eseguendo una *Modal Analysis*, che, previa la definizione di sorgenti di potenza

### 3.1 Simulatori elettromagnetici

---

(porte), calcola la matrice di scattering, sia il *Transient Solver* che opera nel dominio del tempo (si eccita la struttura applicando un segnale a larga banda tramite una porta). E' da sottolineare il fatto che, essendo la struttura simulata priva di perdite, alcuni parametri  $S$  perdono significato fisico (se si visualizza il  $|S_{11}|$  di una struttura PEC ad una sola porta, questo sarà sempre unitario per ogni valore di frequenza).

Rispetto a H.F.S.S., MWS presenta un modulo CAD più potente (permette di eseguire gli smussi, presenti nelle zone di giunzione, critiche per la propagazione elettromagnetica) e una più semplice ed intuitiva funzione di parametrizzazione. Inoltre è presente l'*History list*, un log file contenente le operazioni effettuate sul dominio che permette di modificarle.

Esso è un simulatore più veloce di H.F.S.S. (velocità di simulazione doppia), e non presenta gli stessi stringenti limiti di memoria (a parità di processore, giungiamo a 1000000 celle); tuttavia ha il limite di non eseguire analisi *Eigenmode - Driven Modal* su strutture con superfici a conduttività finita (non PEC). Tale limite è stato comunque superato mediante un'elaborata fase di *post processing*.

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

Come visto nel capitolo precedente, il Chopper 500 è una cavità risonante che lavora nella configurazione a  $\lambda/4$  il cui compito è quello di deflettere ad intervalli opportuni (chopperare) il fascio che ne attraversa gli elettrodi mediante deflessione elettrostatica.

La Tabella 3.1 ne riassume alcuni parametri caratterizzanti il funzionamento.

Tabella 3.1: Parametri stimati del Chopper 500

|                        |            |
|------------------------|------------|
| $f_0$ di funzionamento | 55-110 MHz |
| $Q_0$ stimato          | 9000       |
| $V$ richiesta          | 200 KVolt  |
| Potenza totale Rf      | 24 KW      |

Dalle misure sperimentali da noi effettuate con un Network Analyzer (Agilent 8753) per valutare l'accoppiamento della cavità, si è visto che la cavità era sovraccoppiata, ovvero che l'interazione del coupler con il campo elettromagnetico della cavità era elevata. Ciò comportava una perdita di potenza in quanto non era garantita la condizione di accoppiamento critico (si veda il paragrafo 2.2). Per garantire un buon accoppiamento abbiamo valutato la possibilità di modificare la posizione del coupler allontanandolo dagli elettrodi, così da ridurre l'interazione con la cavità.

L'obiettivo del nostro studio è quello di determinare la posizione del coupler affinché sia garantito l'accoppiamento critico (o il migliore accoppiamento) nel range di frequenza di funzionamento del Chopper 500 (55-110 MHz). Per fare ciò abbiamo simulato la cavità spostando (orizzontalmente) il coupler con passi di 20 mm. Se questo non fosse stato sufficiente avremmo operato sull'altezza del coupler (si veda la figura (3.2)).

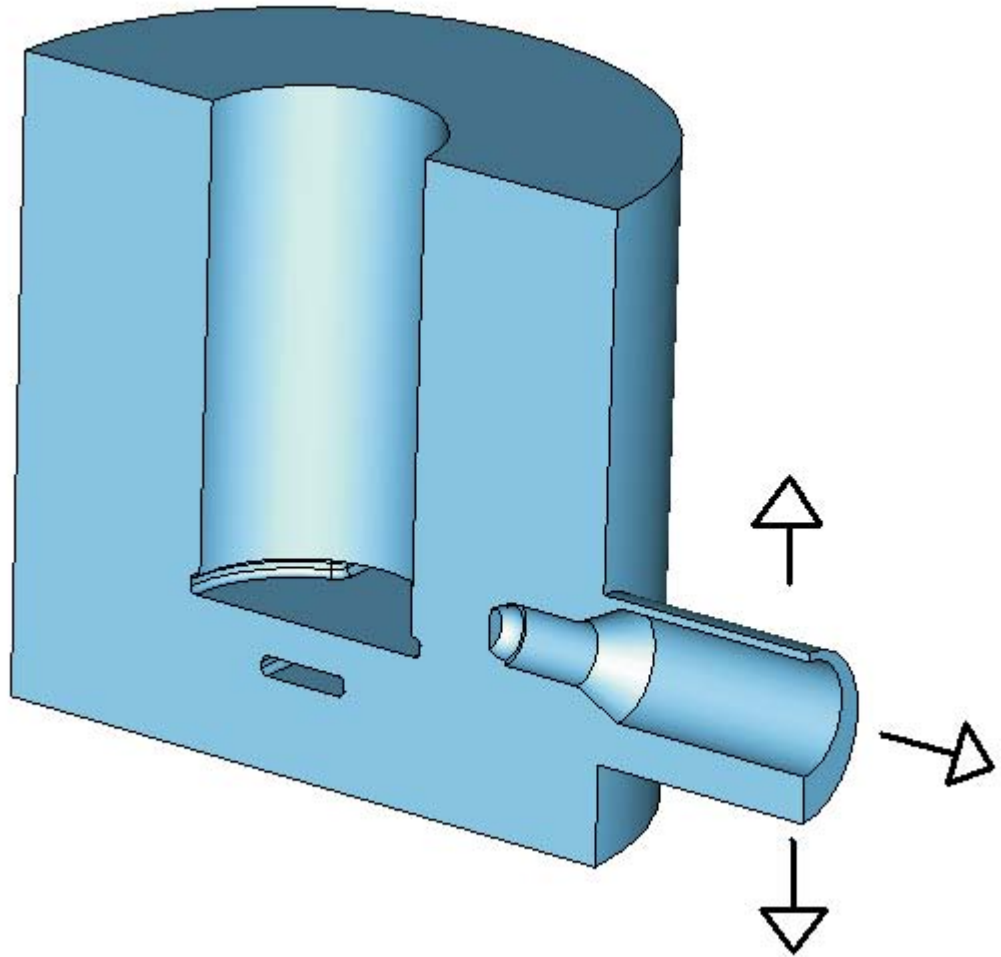


Figura 3.2: Il coupler

Al tal fine, è stato utile rendere parametrica parte della struttura in analisi.

La struttura da noi simulata è stata dunque disegnata utilizzando i moduli CAD di entrambi i simulatori, parametrizzando:

- posizione del corto circuito: *short\_circuit\_position* (si veda la figura (3.3))
- altezza e posizione del coupler: *height\_coupler*, *position\_coupler* (si veda la figura (3.4))

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

- lunghezza della parte mobile del coupler: *length\_coupler* (si veda la figura (3.5))

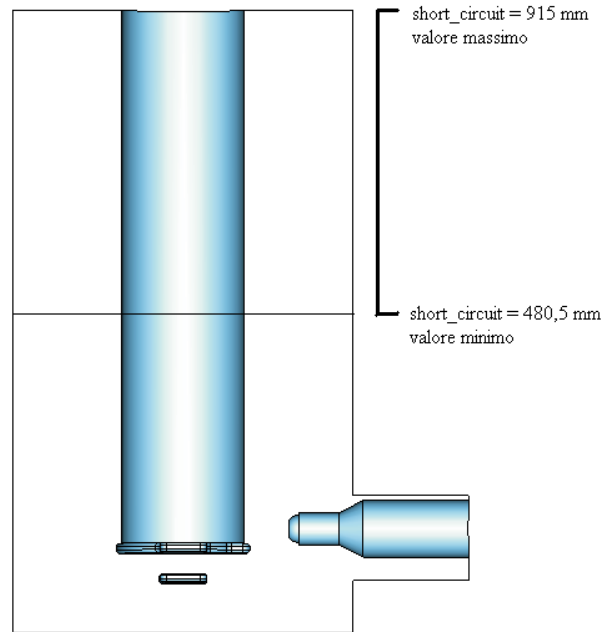


Figura 3.3: Parametro *short\_circuit\_position*: valori minimo e massimo

Poiché a noi interessa soltanto il campo elettromagnetico all'interno della cavità (cioè nel vuoto), abbiamo simulato soltanto la regione interna alle pareti metalliche, sostituendo le superfici di spessore finito che delimitano la cavità con superfici (di rame) di interfaccia così da velocizzare il calcolo dei campi elettromagnetici. Essendo inoltre la struttura simmetrica rispetto al piano longitudinale, abbiamo simulato mezza cavità imponendo una condizione di Perfect H ( $\hat{n} \times \vec{H} = 0$ ) su tale piano, così da ridurre ulteriormente i tempi di calcolo.

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

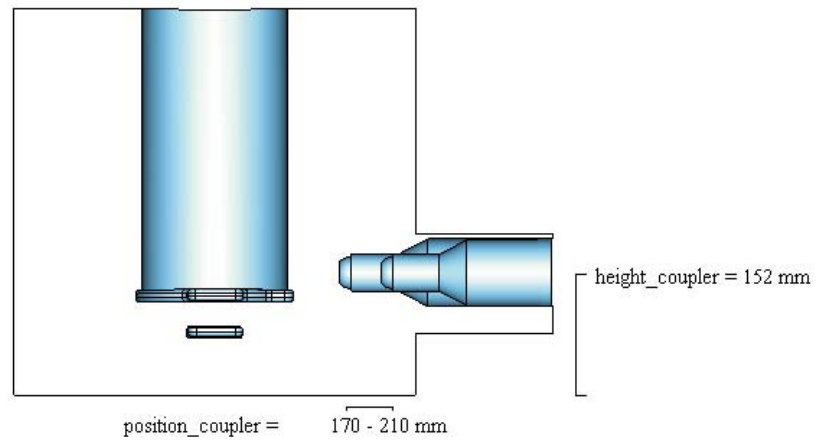


Figura 3.4: Parametri *position\_coupler* e *height\_coupler* con valori simulati

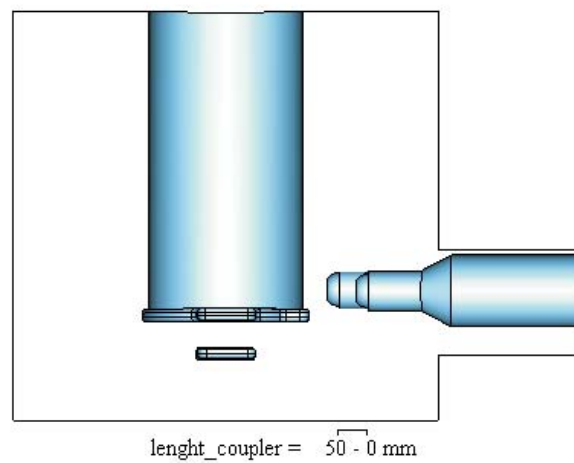


Figura 3.5: Parametro *lenght\_coupler* con valori minimo e massimo

## 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

### 3.2.1 Simulazioni H.F.S.S.

Abbiamo effettuato una prima analisi di tipo *Eigenmode*, così da calcolare frequenza di risonanza, visualizzare i campi e, in fase di *post processing*, valutare diverse quantità derivanti dai campi e caratterizzanti il comportamento della cavità quali energia elettrica immagazzinata

$$\langle W_e \rangle = \frac{1}{4} \int_V \epsilon |E|^2 d^3r \quad (3.3)$$

energia magnetica immagazzinata

$$\langle W_m \rangle = \frac{1}{4} \int_V \mu |H|^2 d^3r \quad (3.4)$$

dove  $\epsilon$  e  $\mu$  si riferiscono al dielettrico che riempie la cavità, potenza dissipata sulle superfici della cavità

$$\langle P_d \rangle = \frac{1}{2} R_s \int_{\Sigma_p} \vec{H} \cdot \vec{H}^* d\Sigma_p \quad (3.5)$$

dove  $R_s$  è la resistenza superficiale, differenza di potenziale sugli elettodi

$$\langle V_{gap} \rangle = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (3.6)$$

ed il parametro di bontà  $Q_0$

$$\langle Q_0 \rangle = \omega_0 \frac{2 \langle W_h \rangle}{\langle P_d \rangle} \quad (3.7)$$

Per velocizzare ulteriormente la simulazione, abbiamo definito le superfici che racchiudono il volume di vuoto come conduttori perfetti (PEC) e non rame, imponendovi cioè una condizione di perfect E ( $\hat{n} \times \vec{E} = 0$ ). Ciò è possibile poiché il rame è un buon conduttore, quindi i campi valutati con superfici PEC non differiscono molto dai campi valutati se la struttura avesse superfici di rame. In questo modo però rinunciando al calcolo automatico del  $Q_0$ . In tutte le simulazioni effettuate con H.F.S.S., per uniformare la *mesh* e quindi raggiungere una buona accuratezza nel calcolo della soluzione, abbiamo eseguito un'operazione di *mesh refinement*, imponendo che la lunghezza massima dei lati d'ogni singolo tetraedro all'interno del

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

vuoto fosse di 50 mm. In figura (3.7) si nota chiaramente la differenza di *mesh* che ne deriva

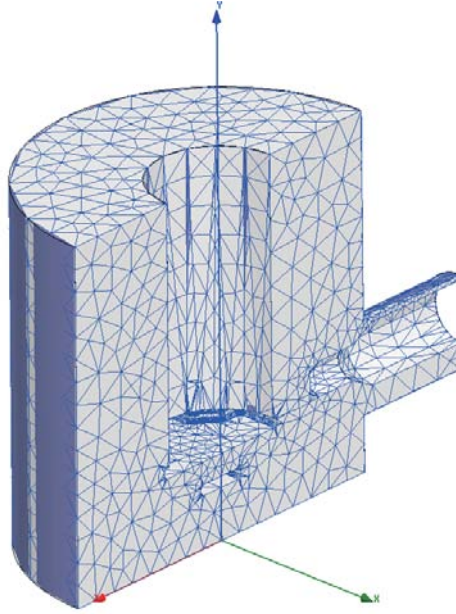


Figura 3.6: *Mesh* automatica della struttura

Analizziamo le simulazioni *Eigenmode* eseguite alle varie frequenze. Per prima, studiamo la configurazione del Chopper 500 a 64 MHz, mostrando in Tabella 3.2 i valori dei parametri settati per la simulazione:

Tabella 3.2: Parametri del Chopper a 64 MHz

| chopper a 64 MHz              |        |
|-------------------------------|--------|
| <i>length_coupler</i>         | 0 mm   |
| <i>position_coupler</i>       | 170 mm |
| <i>short_circuit_position</i> | 915 mm |
| <i>height_coupler</i>         | 152 mm |

Nelle figure (3.8) e (3.9) seguono il campo elettrico ed il campo magnetico sul piano di simmetria che interseca longitudinalmente il Chopper 500:

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

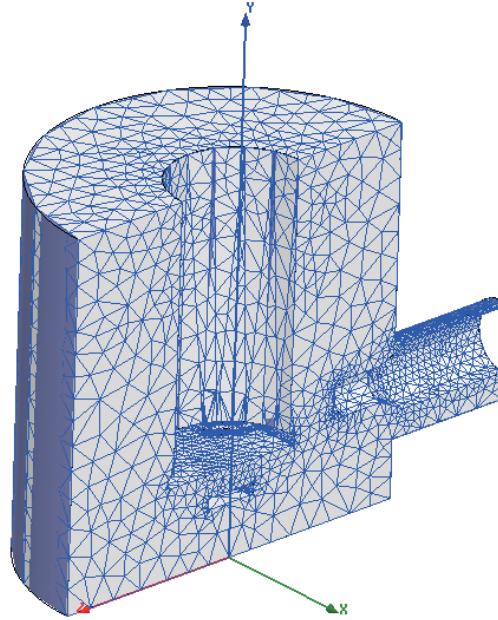


Figura 3.7: *Mesh* della struttura con il *Mesh Refinement*

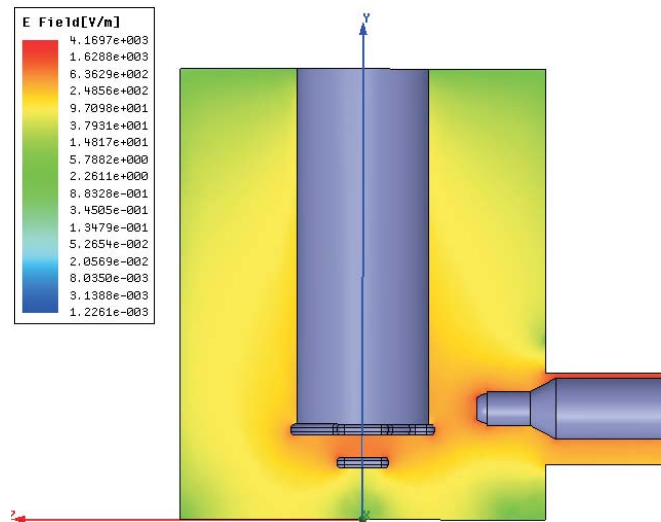


Figura 3.8: Campo elettrico su una sezione longitudinale del Chopper 500

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

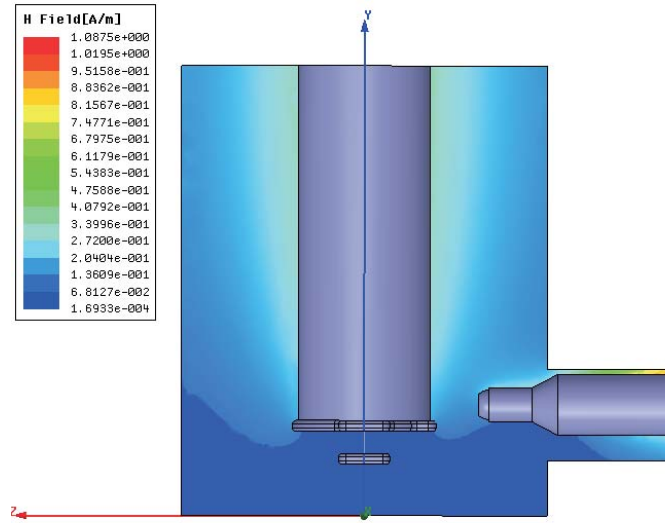


Figura 3.9: Campo magnetico su una sezione longitudinale del Chopper 500

Si nota chiaramente come i campi seguono perfettamente l'andamento ideale di un coassiale a  $\lambda/4$ , a conferma del fatto che la situazione simulata è quella d'interesse. Per stimare i parametri di bontà del Chopper 500, abbiamo utilizzato alcune macro di *post processing* (riportate in appendice) i cui risultati sono riassunti in Tabella 3.3:

Tabella 3.3: Risultati Chopper a 64 MHz

|                 |                         |
|-----------------|-------------------------|
| $f_0$           | 64,366 MHz              |
| $W_e$           | 6,35 $10^{-16}$ Joule   |
| $W_h$           | 6,3808 $10^{-16}$ Joule |
| $P_d$           | 3,598 $10^{-11}$ Watt   |
| $Q_0$ -fields   | 14337                   |
| $V_{elettrodi}$ | 222,562 Kvolt           |

Si nota come il valore di  $Q_0$  è dell'ordine di 13000, valore più alto di quello stimato in fase di progetto, in quanto quest'ultimo tiene conto di inevitabili peggioramenti

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

dovuti alla situazione reale. Stesso discorso per la  $V_{gap}$ . Inoltre i valori di energia immagazzinata elettrica e magnetica sono circa uguali: trovandoci alla risonanza, questi valori dovrebbero coincidere. Nelle successive simulazioni ciò non accade, chiaro segno della non accuratezza dei campi calcolati; a causa di ciò i valori derivati da questi in *post processing* saranno affetti da un errore sistematico nella valutazione dei campi.

Analogamente a quanto visto per la configurazione a 64 MHz, abbiamo eseguito una analisi *Eigenmode* anche per le configurazioni di lavoro del Chopper 500 a 88 MHz ed a 106 MHz, semplicemente variando il parametro *short\_circuit\_position*, come visibile in Tabella 3.4:

Tabella 3.4: Parametri Chopper a 88 MHz e 106 MHz

|                               | chopper a 88 MHz | chopper a 106 MHz |
|-------------------------------|------------------|-------------------|
| <i>length_coupler</i>         | 0 mm             | 0 mm              |
| <i>position_coupler</i>       | 170 mm           | 170 mm            |
| <i>short_circuit_position</i> | 615,5 mm         | 480,5 mm          |
| <i>height_coupler</i>         | 152 mm           | 152 mm            |

Seguono i risultati ottenuti:

Tabella 3.5: Risultati Chopper a 88 MHz e 106 MHz

| $f_0$           | 87,778 MHz            | 105,930 MHz           |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| $W_e$           | 5,9 $10^{-16}$ Joule  | 4,3 $10^{-16}$ Joule  |
| $W_h$           | 6,02 $10^{-16}$ Joule | 4,27 $10^{-16}$ Joule |
| $P_d$           | 4,72 $10^{-11}$ Watt  | 4,2 $10^{-11}$ Watt   |
| $Q_0\_fields$   | 14066                 | 13351                 |
| $V_{elettrodi}$ | 244,012 Kvolt         | 286,0 KVolt           |

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

Come già osservato i valori di energia elettrica ed energia magnetica immagazzinata concordano tra loro maggiormente nel caso del Chopper più piccolo (chopper a 106 MHz).

Fissiamo il parametro *short\_circuit\_position* e passiamo allo studio della *position\_coupler* mediante analisi *Driven Modal*.

Differentemente dall'analisi prima effettuata con il modulo *Eigenmode*, le superfici racchiudenti il vuoto sono state definite di rame (così da tenere in considerazione le relative perdite indispensabili per una corretta valutazione dei parametri *S*) con conducibilità elettrica  $\sigma=5.0 \cdot 10^7$  Siemens/m (e non  $\sigma=5.8 \cdot 10^7$  Siemens/m così da considerare la rugosità del rame), quindi abbiamo definito una porta (del tipo *wave-port*) in corrispondenza del coupler ed abbiamo impostato uno *sweep* in frequenza di 4000 punti distanziati di 0.1KHz e centrati alla  $f_0$  calcolata precedentemente, punti nei quali sono stati valutati i parametri *S*.

Questa analisi è stata ripetuta per tre differenti posizioni del coupler com'è visibile dalla figura (3.10).

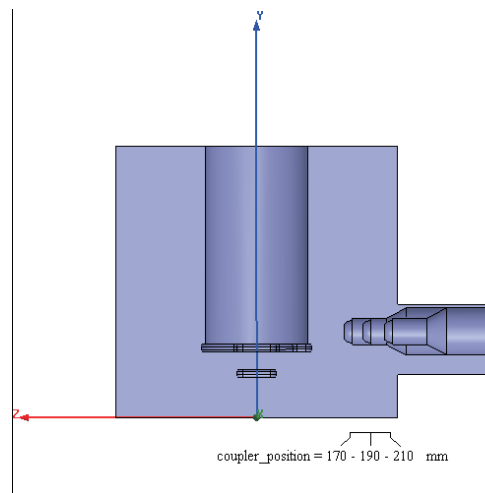


Figura 3.10: Posizioni del coupler simulate

Analizziamo le simulazioni *Driven Modal* eseguite alle varie frequenze, iniziando

## 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

dalla configurazione di lavoro del Chopper 500 a 64 MHz.

### Analisi del VSWR

Da questa analisi possiamo notare come il VSWR presenta un minimo (si veda la figura (3.11)): é chiaro quindi come spostando opportunamente il coupler si riesce a minimizzare la potenza riflessa sulla porta e quindi a trovare un buon accoppiamento.

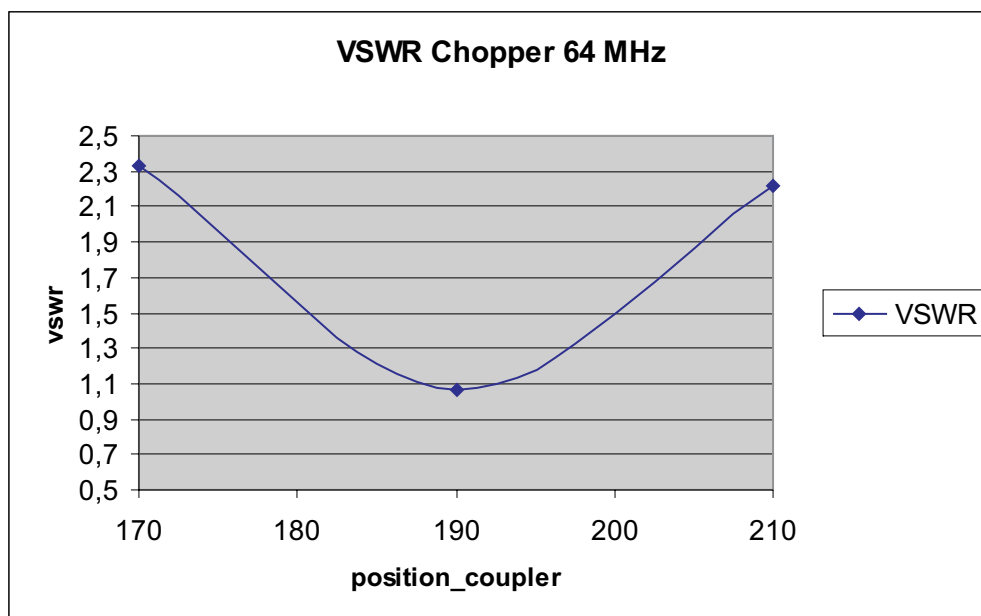


Figura 3.11: Analisi VSWR: Chopper a 64 MHz

Il valore del parametro *position\_coupler* che garantisce il miglior accoppiamento è di 190 mm.

### Analisi della carta di Smith

Visualizzando la carta di Smith delle tre simulazioni, possiamo vedere come allontanando il coupler passiamo da una situazione di sovraccoppiamento ad una di sotto-

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

accoppiamento: interpolando questi dati possiamo trovare la posizione del coupler che garantisce l'accoppiamento critico.

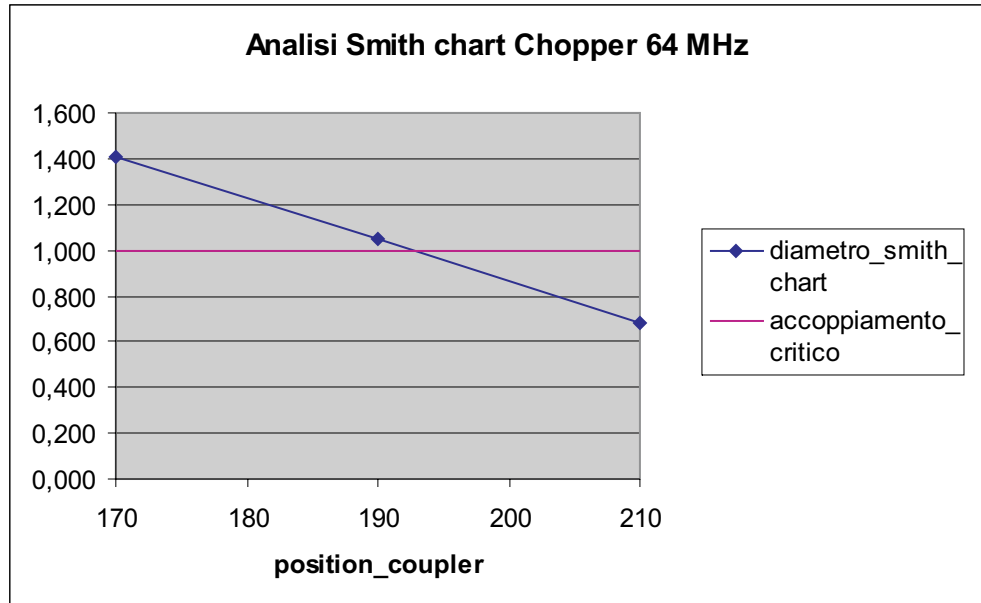


Figura 3.12: Analisi della carta di Smith: Chopper a 64 MHz

Dalla Figura (3.12) si trova un valore del parametro *position\_coupler* che garantisce l'accoppiamento critico di 192.5mm.

#### Analisi confronto $Q_0$ e $Q_{ext}$

Oltre a questi metodi possiamo valutare la posizione di accoppiamento critico dalla analisi teorica esposta nel paragrafo (2.2): l'accoppiamento critico si ha quando  $Q_0=Q_{ext}$  che quindi comporta  $Q_t=Q_0/2$ . Per valutare i tre Q abbiamo usato il metodo esposto nel paragrafo 2.4.3. I valori ottenuti sono riassunti in Tabella 3.6:

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

Tabella 3.6: Q valutati del Chopper a 64 MHz

| <i>position_coupler</i> | 170 mm  | 190 mm | 210 mm |
|-------------------------|---------|--------|--------|
| $Q_0$                   | 11652,6 | 11464  | 11842  |
| $Q_l$                   | 3499    | 5556   | 8167   |
| $Q_{ext}$               | 5001    | 10783  | 26316  |

Da cui ricaviamo il grafico seguente:

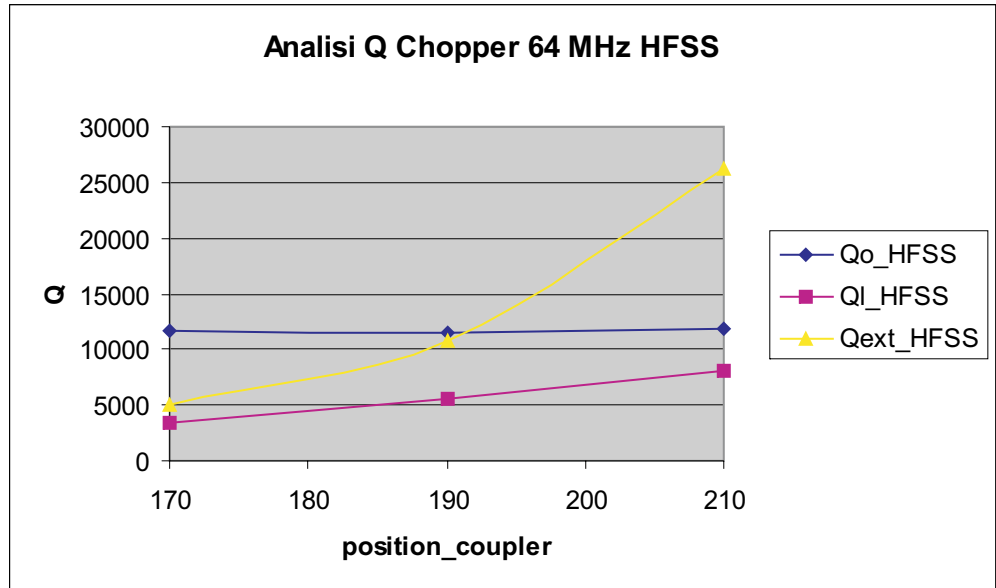


Figura 3.13: Analisi Q: Chopper a 64 MHz

Il valore del parametro *position\_coupler* che garantisce l'accoppiamento critico si ricava dall'intersezione delle curve di  $Q_0$  e  $Q_{ext}$  ed è di 191 mm.

In definitiva possiamo dire che per questa configurazione i tre metodi usati portano alla seguente conclusione, riassunta in Tabella 3.7:

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

Tabella 3.7: *position\_coupler* del Chopper a 64 MHz

| chopper a 64 MHz        | Analisi carta di Smith | Analisi $Q_0$ e $Q_{ext}$ | Analisi del VSWR |
|-------------------------|------------------------|---------------------------|------------------|
| <i>position_coupler</i> | 192,5 mm               | 191 mm                    | 190 mm           |

---

Per la configurazione di lavoro a 64 MHz, un valore di *position\_coupler* compreso tra 191 mm e 192,5 mm dovrebbe quindi fornire l'accoppiamento critico. Sottolineiamo il fatto che dalle prime due analisi ricaviamo la posizione garante dell'accoppiamento critico, mentre la terza fornisce la posizione dell'accoppiamento migliore tra quelli analizzati (170-190-210).

Ripetendo la stessa analisi sulle configurazioni del Chopper 500 a 88 MHz ed a 106 MHz (*short\_circuit\_position* = 615,5 mm o 480,5 mm rispettivamente) otteniamo i risultati riassunti nella tabella:

Tabella 3.8: *position\_coupler* del Chopper a 88 MHz ed a 106 MHz

| <i>position_coupler</i> | Analisi carta di Smith | Analisi $Q_0$ e $Q_{ext}$ | Analisi del VSWR |
|-------------------------|------------------------|---------------------------|------------------|
| chopper a 88 MHz        | 199,5 mm               | 199,5 mm                  | 198 mm           |
| chopper a 106 MHz       | 200 mm                 | 199,5 mm                  | 199 mm           |

---

#### 3.2.2 Simulazioni MWS

Differentemente da H.F.S.S., MWS (la v4.3 è quella da noi utilizzata) permette di eseguire un'analisi *Eigenmode* (di tipo *Driven Modal*) che restituisce contemporaneamente a campi,  $f_0$  e  $Q_0$  anche i parametri  $S$ . Abbiamo scelto di fare uno *sweep* in frequenza di 6000 punti, sempre con 0,1 KHz di passo.

L'unico limite è rappresentato dal non poter considerare la conducibilità elettrica finita dei materiali, il che comporta false valutazioni di parametri  $S$ :  $|S_{11}|$  unitario

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

e VSWR infinito anche alla risonanza. Per cui l'unico parametro  $S$  considerato nell'analisi ad una porta da noi svolta è la variazione di fase dell' $S_{11}$ . Anche con MWS abbiamo simulato metà struttura imponendo sul piano di simmetria la condizione di ortogonalità magnetica ( $\hat{n} \times \vec{H} = 0$ ).

Riportiamo in dettaglio le simulazioni effettuate.

Nelle figure (3.14) e (3.15) sono riportati gli andamenti del campo elettrico ed il campo magnetico sul piano di simmetria che interseca longitudinalmente il Chopper 500, mentre in figura (3.16) su un piano che interseca trasversalmente la cavità ottenuti dalla simulazione del Chopper 500 nella configurazione di lavoro a 64 MHz ( $short\_circuit\_position = 915$  mm).

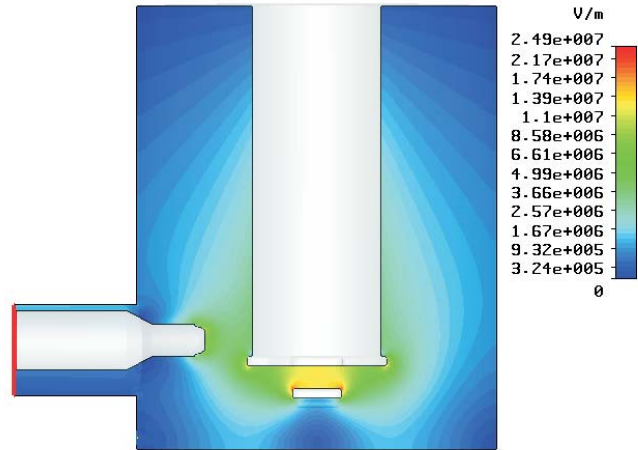


Figura 3.14: Campo elettrico su una sezione longitudinale del Chopper 500

Si noti come questi andamenti sono gli stessi di un risuonatore a  $\lambda/4$ .

La Tabella 3.10 mostra i risultati ottenuti dall'analisi e dalle macro di *post processing*.

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

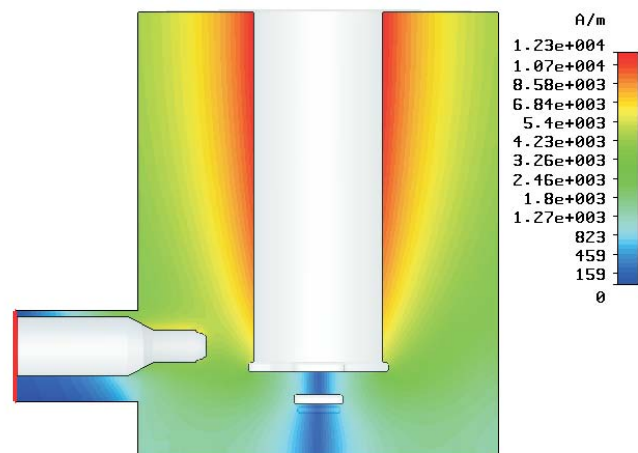


Figura 3.15: Campo magnetico su una sezione longitudinale del Chopper 500

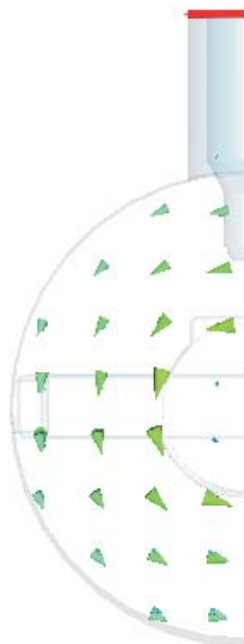


Figura 3.16: Linee di forza del campo magnetico su una sezione trasversale del Chopper 500

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

Tabella 3.10: Risultati Chopper a 64 MHz

| <i>position_coupler</i> | 170 mm    | 190 mm    | 210 mm    |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|
| $f_0$                   | 64,32 MHz | 64,43 MHz | 64,48 MHz |
| $Q_0$                   | 12672     | 12688     | 12700     |
| $Q_{ext}$               | 4946      | 9202      | 18424     |

Il valore di  $Q_0$  è stato calcolato dalla macro settando la conducibilità elettrica del rame costituente la struttura metallica pari a  $\sigma = 5.0 \cdot 10^7$  Siemens/m. I valori di  $Q_{ext}$  sono stati invece ricavati da un'analisi in *post processing*, usando un caso particolare del metodo esposto nel paragrafo 2.4.3:

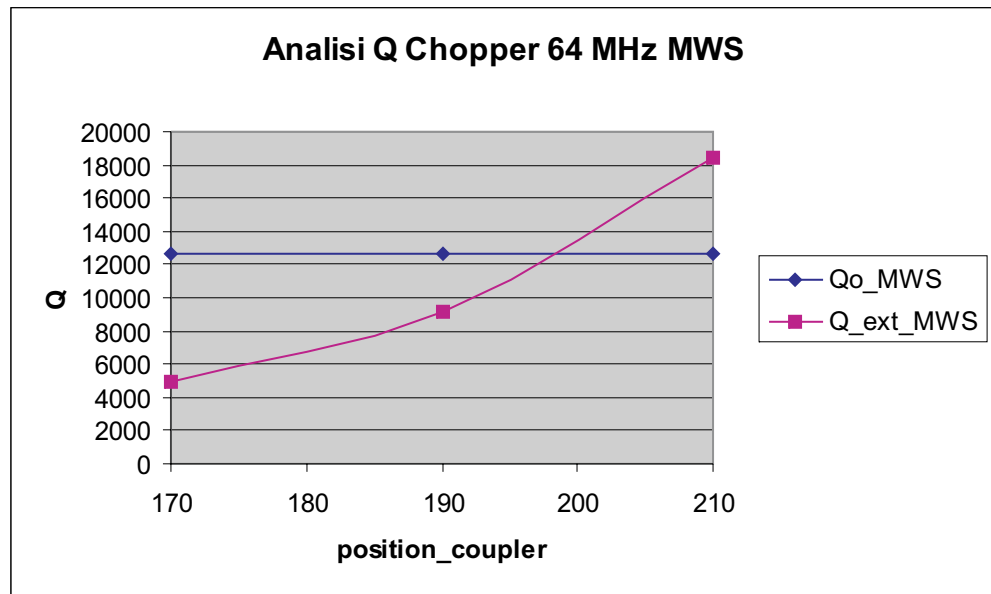


Figura 3.17: Analisi Q: Chopper a 64 MHz

L'intercetta delle due curve fornisce una posizione del coupler corrispondente all'accoppiamento critico di 197 mm maggiore di quanto previsto da H.F.S.S..

Eseguiamo la stessa analisi su configurazioni del Chopper 500 a 88 MHz (ponendo *short\_circuit\_position* = 615,5 mm) ed a 106 MHz (*short\_circuit\_position* = 480,5 mm). La seguente tabella riassume i risultati ottenuti dalle simulazioni con MWS:

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

Analisi  $Q_0$  e  $Q_{ext}$ -MWS

Tabella 3.11: *position\_coupler*: analisi MWS

|                   |          |
|-------------------|----------|
| chopper a 64 MHz  | 197 mm   |
| chopper a 88 MHz  | 202,5 mm |
| chopper a 106 MHz | 205 mm   |

## 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

### 3.2.3 Analisi dei risultati

Passiamo ad un'analisi dei risultati ottenuti dalle diverse simulazioni, mostrati nella seguente Tabella 3.12:

Tabella 3.12: Tabella riassuntiva *position\_coupler*

| frequenza $f_0$ | Analisi $Q_0$ - $Q_{ext}$<br>MWS | Analisi carta di<br>Smith H.F.S.S. | Analisi $Q_0$ - $Q_{ext}$<br>H.F.S.S. | Analisi VSWR<br>H.F.S.S. |
|-----------------|----------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|
| 64 MHz          | 197 mm                           | 192,5 mm                           | 191 mm                                | 190 mm                   |
| 88 MHz          | 202,5 mm                         | 199,5 mm                           | 199,5 mm                              | 198 mm                   |
| 106 MHz         | 205 mm                           | 200 mm                             | 199,5 mm                              | 199 mm                   |

Si nota una certa discordanza tra i risultati ottenuti con H.F.S.S. e quelli ottenuti con MWS. Per prima cosa poniamo l'attenzione sui valori ottenuti dalle simulazioni eseguite con H.F.S.S.. Si nota come tutti e tre i metodi utilizzati restituiscono un valore del parametro *position\_coupler* ottimo pressoché uguale. Ciò a conferma della bontà e della corretta applicazione dei metodi.

Osservando i valori dedotti dalle analisi MWS, è evidente una netta differenza con quelli H.F.S.S.. Per comprenderne la causa è sufficiente confrontare gli andamenti del parametro  $Q_{ext}$ .

In Figura (3.18) sono plottate le curve di  $Q_{ext}$  estrapolate dalle analisi H.F.S.S. (in blu) e MWS (in viola) nella configurazione a  $f_0 = 64$  MHz in funzione del parametro *position\_coupler*:

In teoria queste curve dovrebbero coincidere, rappresentando lo stesso parametro di bontà della stessa cavità. Notiamo invece come, partendo da un valore coincidente nella posizione iniziale (*position\_coupler* = 170 mm), esse differiscono sempre più allontanando il coupler: ciò è attribuibile al fatto che l'accuratezza della simulazione effettuata con H.F.S.S. peggiora allontanando il coupler. E poiché il

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

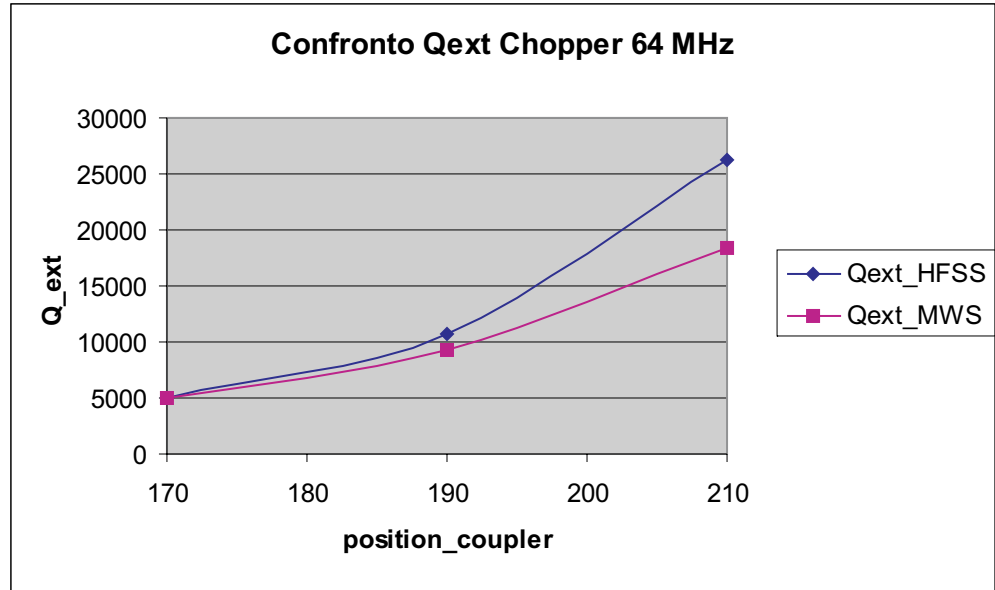


Figura 3.18: Confronto  $Q_{ext}$ : Chopper a 64 MHz

valore della variabile *position\_coupler* che garantisce l'accoppiamento critico si ricava dall'intersezione della curva di  $Q_{ext}$  con la curva di  $Q_0$ , i valori ottenuti saranno differenti.

Le risorse hardware dei nostri elaboratori limitano superiormente l'accuratezza dell'analisi: più grande è il dominio da analizzare, maggiore è il numero di tetraedri necessari a discretizzare uniformemente la struttura, quindi maggiori risorse hardware sono richieste per la simulazione. Nel nostro caso specifico, allontanando il coupler il dominio diventa più grande. E poiché le simulazioni con il coupler nella posizione iniziale sono state eseguite raggiungendo il limite di memoria del calcolatore, non è stato possibile mantenere la stessa densità di tetraedri per le successive simulazioni.

Ciò è chiaramente visibile dalla seguente tabella: il numero di tetraedri delle simulazioni con il parametro *position\_coupler* = 170 mm è maggiore degli altri.

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

Tabella 3.13: Confronto del numero di tetraedri del Chopper a 64 MHz

| <i>position_coupler</i> | 170 mm | 190 mm | 210 mm |
|-------------------------|--------|--------|--------|
| # passes                | 5      | 4      | 4      |
| # tetrahedra            | 87938  | 62561  | 72804  |

Inoltre si vede come i valori di energia magnetica ed elettrica immagazzinata sono via via differenti allontanando il coupler.

Tabella 3.14: Confronto delle energie immagazzinate del Chopper a 64 MHz

| <i>position_coupler</i> | 170 mm                     | 190 mm                     | 210 mm                     |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $W_e$                   | $1,53 \cdot 10^{-8}$ Joule | $6,53 \cdot 10^{-9}$ Joule | $3,48 \cdot 10^{-9}$ Joule |
| $W_h$                   | $1,28 \cdot 10^{-8}$ Joule | $4,21 \cdot 10^{-9}$ Joule | $1,40 \cdot 10^{-9}$ Joule |

Questo errore sistematico si propaga in tutti i calcoli di *post processing* in precedenza esposti.

Analisi effettuate su geometrie più piccole hanno confermato quanto ci si aspetta dai simulatori: a parità di accuratezza, le simulazioni eseguite con H.F.S.S. e MWS forniscono risultati pressoché coincidenti. Tuttavia una piccola differenza ci sarà sempre: infatti alla base di questi simulatori c'è sempre un differente metodo di calcolo numerico.

Se visualizziamo invece curve di  $Q_0$  in funzione di *position\_coupler*, notiamo che la differenza è minore rispetto a quella dei  $Q_{ext}$  perché i valori in questo caso sono più o meno costanti (circa 13000).

Ciò nonostante le simulazioni effettuate con H.F.S.S. sono molto utili perché, seppur con un errore sistematico, forniscono valide quantità derivanti dai campi quali ad esempio il parametro  $S_{11}$  e che caratterizzano il comportamento della cavità, utili per un successivo confronto con i dati sperimentali.

Conclusione di questo studio è che per migliorare l'accoppiamento ai diversi range di frequenza del Chopper 500, è sufficiente allontanare il coupler di 28-35 mm dalla

### 3.2 Simulazioni del Chopper 500

---

posizione iniziale. A tal fine è stata costruita ed aggiunta al coupler una flangia metallica di 40mm.

Utilizzando la parte mobile del coupler è così possibile avvicinarlo opportunamente alla cavità ottimizzando l'accoppiamento alle varie frequenze.

Nel capitolo successivo saranno esposte le misure effettuate sul Chopper 500 modificato e sarà fatto un confronto con alcune grandezze ottenute da simulazioni H.F.S.S. (VSWR,  $S_{11}$ ).

## 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

Come già esposto nel paragrafo 2.3.1, la struttura acceleratrice scelta per il progetto S.C.E.N.T. si compone di quattro cavità risonanti distinte ed identiche, posizionate in corrispondenza delle valli del ciclotrone. A monte della struttura acceleratrice è richiesto un impianto a radiofrequenza il cui compito è quello di alimentare le quattro cavità risonanti ad una frequenza di circa 93 MHz, fornendo una potenza massima stimata nell'ordine dei 40 KW per cavità.

Una preliminare analisi del problema ha portato alla scelta di alimentare separatamente le quattro cavità per mezzo di amplificatori distinti. Quindi ogni cavità è collegata al rispettivo alimentatore a radiofrequenza per mezzo di una linea coassiale con impedenza caratteristica di  $50 \Omega$ .

L'obiettivo del seguente lavoro è quello di studiare il possibile tipo di accoppiamento necessario a collegare ciascuna cavità alla propria linea di trasmissione. Fra i due tipi di accoppiamenti possibili, induttivo e capacitivo, si è scelto quello induttivo in quanto risulta di più facile realizzazione e più adattabile alle caratteristiche del tipo di cavità presa in esame.

L'attenzione sarà quindi focalizzata nella progettazione della porta attraverso la quale sarà immessa la potenza necessaria per mezzo di un loop opportunamente dimensionato e posizionato all'interno della cavità.

La Tabella 3.15 ne riassume alcuni parametri caratterizzanti il funzionamento.

Tabella 3.15: Parametri stimati di una singola cavità

| $f_0$ stimata                   | 93 MHz          |
|---------------------------------|-----------------|
| Tensione massima all'estrazione | 120 Kvolt       |
| Potenza totale Rf               | minore di 40 KW |

Per via della forma complessa della cavità, la struttura è stata disegnata in AUTOCAD, importata nei simulatori e successivamente modificata con l'inserimento

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

del loop induttivo, il quale è stato definito tramite dei parametri di posizione e dimensioni per consentirci la ricerca della configurazione ottimale.

Vediamo in dettaglio il loop. Un primo vincolo geometrico sul diametro del conduttore che costituisce il loop deriva dalla necessità di raffreddare il tubo metallico dello stesso che per effetto Joule subirà un incremento di temperatura. L'inserimento di un tubicino di gomma attraversato da acqua a temperatura ambiente ci consentirà di raffreddarlo opportunamente. Il sistema adottato sarà del tipo andata e ritorno (si veda la figura (3.19)).

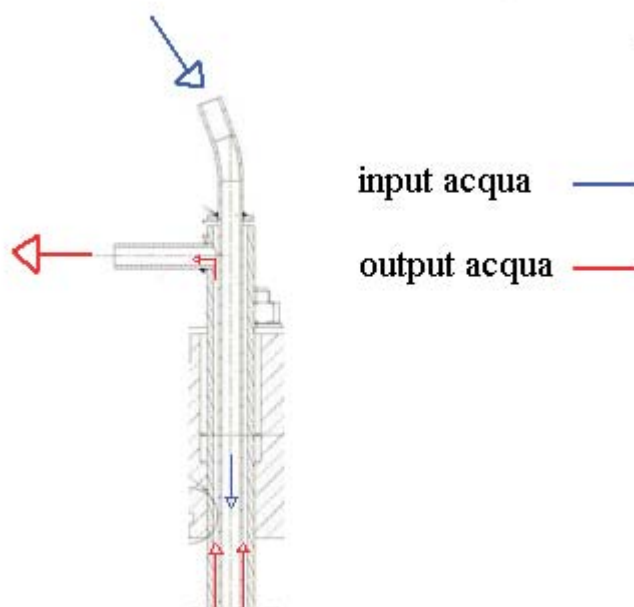


Figura 3.19: Tubo di andata e ritorno

Dalle specifiche dei tubi utilizzabili a questo scopo in commercio, abbiamo scelto il diametro del tubo metallico costituente il loop di 14 mm.

Il loop ha solitamente forma circolare. La presenza di spigoli, presenti in una

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

geometria rettangolare, provocherebbe strozzamenti del tubo di raffreddamento che ne comprometterebbero il funzionamento. La soluzione da noi adottata è ibrida: un loop rettangolare con zone di giunzione sagomate con un raggio di curvatura di 1,84 cm. Tenendo conto di questi vincoli il loop è stato disegnato rendendone parametriche la posizione con le coordinate  $x_{coupler}$ ,  $y_{coupler}$  e le dimensioni con le variabili  $length\_loop$  e  $size\_loop$  (si veda la figura (3.20)).

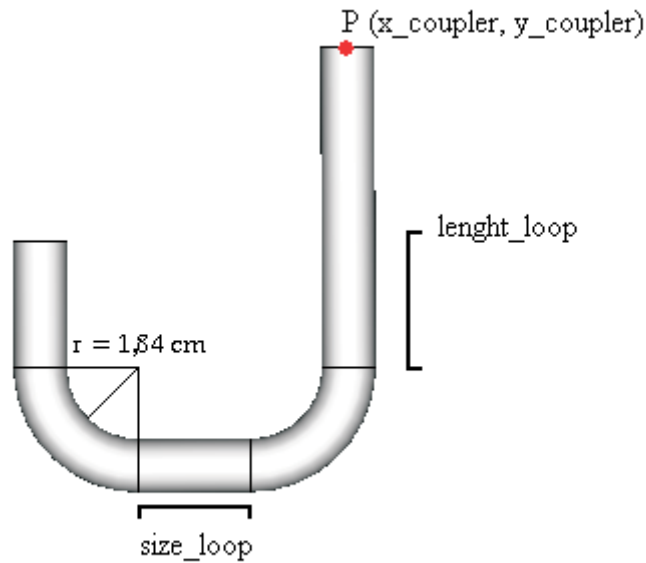


Figura 3.20: Parametri del loop

Il confronto tra le differenti configurazioni è stato fatto in funzione dell'area del loop ( $sezione\_loop$ ), facilmente calcolabile dalla figura (3.21):

$$sezione\_loop = A1 + A2 + A3$$

Poiché a noi interessa soltanto la propagazione elettromagnetica all'interno della cavità (cioè nel vuoto), abbiamo simulato soltanto la regione interna della cavità, sostituendo le pareti metalliche di spessore finito che racchiudono il vuoto con superfici (di rame) di interfaccia così da velocizzarne l'esecuzione. Essendo inoltre

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

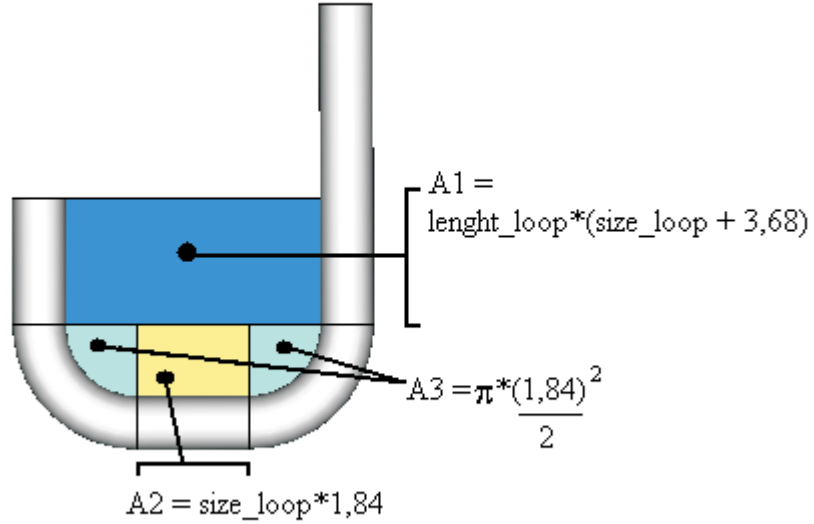


Figura 3.21: Calcolo della sezione del loop

la struttura simmetrica rispetto al piano mediano, abbiamo simulato mezza cavità imponendo una condizione di Perfect H ( $\hat{n} \times \vec{H} = 0$ ) su tale piano, così da ridurre ulteriormente i tempi di calcolo.

Essendo particolarmente interessati ai valori del campo elettromagnetico in prossimità del loop, è stato necessario infittire la *mesh* in questa zona.

Come possibili soluzioni, ne abbiamo analizzate due: la prima con il loop posto in prossimità dello stem centrale e la seconda con il loop vicino lo stem esterno. Sono infatti entrambe zone facilmente accessibili dall'esterno e, come è visibile nella figura (3.22), ad alta intensità di campo magnetico.

#### 3.3.1 Simulazioni H.F.S.S.

Dalla trattazione teorica precedentemente esposta (paragrafo 2.2.2), abbiamo ricavato una formula che ci permette di avere una prima stima della sezione del loop

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

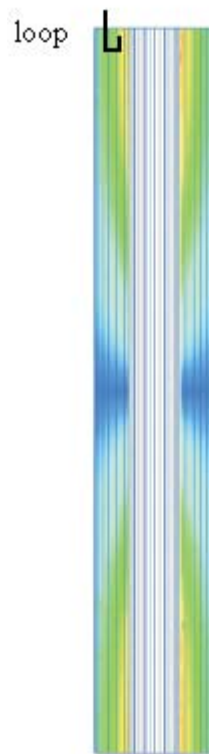


Figura 3.22: Schema generico di una cavità a  $\lambda/2$ : il loop è posto in una zona ad elevato campo magnetico (zona in verde - giallo)

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

tale da consentire l'accoppiamento critico. Per applicare questa formula

$$Sezione\_critica = \frac{\sqrt{P_d \cdot R}}{\omega_0 \cdot \overline{B}} \quad (3.8)$$

sono necessarie alcune quantità quali potenza dissipata sulle superfici della cavità ( $P_d$ ), frequenza di risonanza ( $\omega_0$ ) ed intensità del campo magnetico in prossimità del loop ( $\overline{B}$ ).

Come primo passo, dimensioniamo il loop posto in vicinanza dello stem centrale.

#### Simulazioni loop in prossimità dello stem centrale

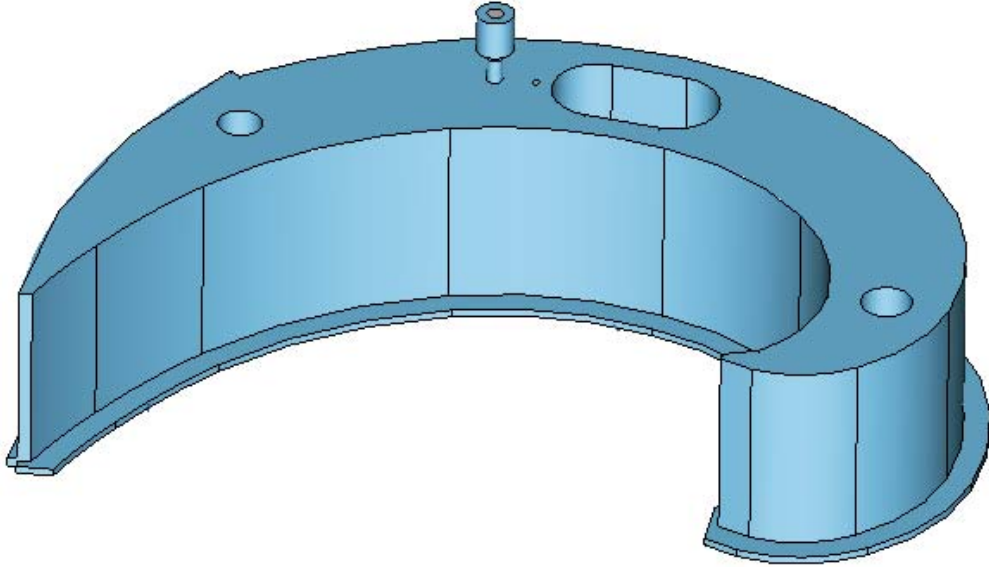


Figura 3.23: Cavità con loop in prossimità dello stem centrale

Valutiamo le quantità necessarie per la formula (3.8) effettuando un'analisi *Ei-*

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

*genmode* (per renderla veloce abbiamo imposto condizioni di tangenzialità del campo elettrico sulle superfici).

In tutte le simulazioni eseguite con H.F.S.S., per uniformare la *mesh* e quindi raggiungere una buona accuratezza nel calcolo della soluzione, abbiamo eseguito un'operazione di *mesh refinement*, imponendo che la lunghezza massima dei lati d'ogni singolo tetraedro all'interno del vuoto fosse di 80 mm.

L'analisi *Eigenmode* del sistema imperturbato (cioè senza loop), ha restituito:

Tabella 3.16: Risultati cavità con il loop vicino lo *stem* centrale

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| $f_0$          | 90,421 MHz            |
| $\overline{H}$ | $1.2 \cdot 10^3$ A/m  |
| $P_d$          | $1,8 \cdot 10^5$ Watt |

Sostituendo i valori ricavati nella relazione (3.8), si ottiene un valore di *Sezione\_critica* che dovrebbe fornire l'accoppiamento critico di  $25 \text{ cm}^2$ .

Per completezza riporto in figura (3.24) e (3.25) le distribuzioni del campo magnetico e del campo elettrico su un piano che interseca longitudinalmente la cavità.

Avendo stimato l'ordine di grandezza del loop, abbiamo fissato i parametri *x\_coupler* e *y\_coupler* posizionando il loop vicino allo stem centrale. Quindi per trovare la soluzione che garantisca il miglior accoppiamento, abbiamo eseguito delle analisi di tipo *Driven Modal* con uno *sweep* in frequenza di 5000 punti distanziati di 1KHz e centrati alla  $f_0$  calcolata precedentemente per diverse sezioni del loop. Una successiva analisi dei parametri  $S$  ci ha permesso di stimare la sezione ottima.

Differentemente dall'analisi di tipo *Eigenmode*, le superfici racchiudenti la cavità sono state definite di rame (così da tenere in considerazione le relative perdite indispensabili per una corretta valutazione dei parametri  $S$ ) con conducibilità elettrica  $\sigma=5.0 \cdot 10^7$  Siemens/m (e non  $\sigma=5.8 \cdot 10^7$  Siemens/m così da considerare la rugosità

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

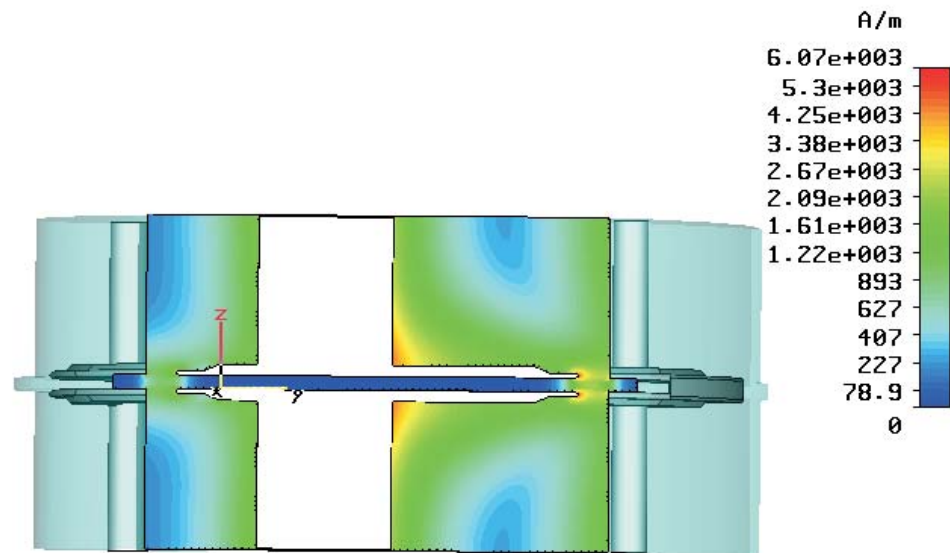


Figura 3.24: Campo magnetico su una sezione longitudinale della cavità

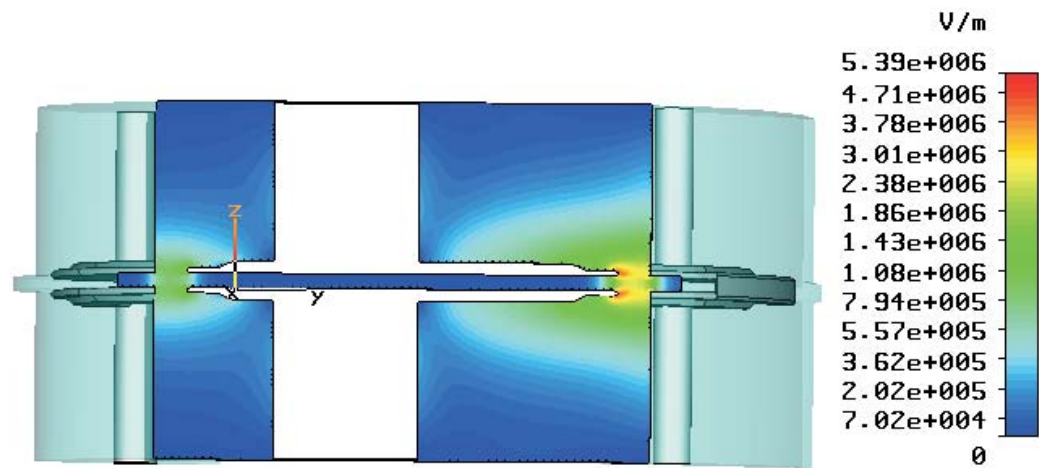


Figura 3.25: Campo elettrico su una sezione longitudinale della cavità

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

del rame) ed è stata definita una porta (del tipo *waveport*) in corrispondenza del coupler (figura (3.26)).

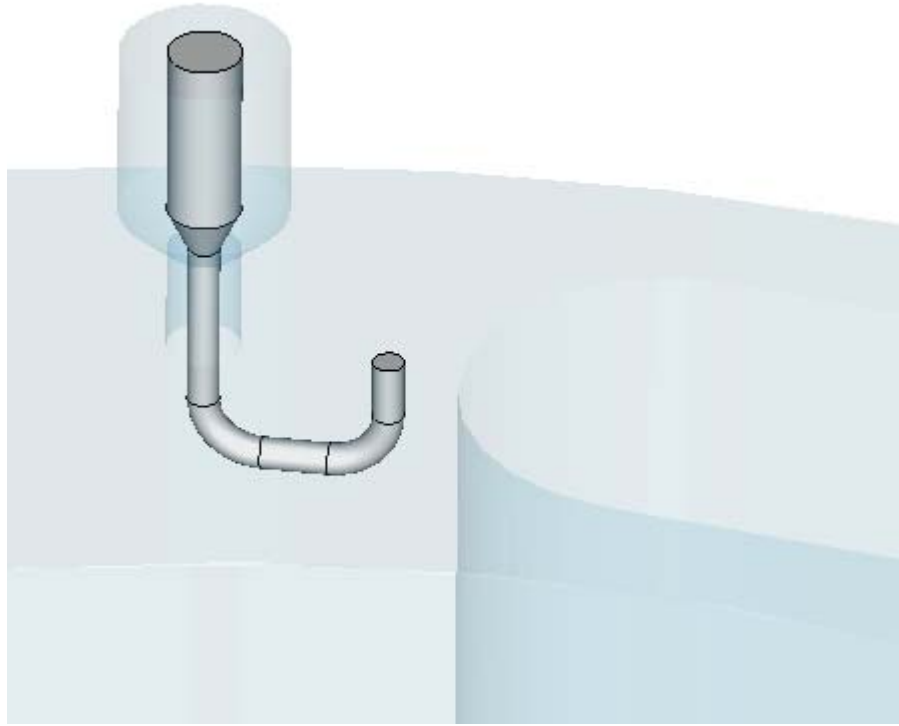


Figura 3.26: Coupler con porta

E' stata disegnata anche una parte di cavo coassiale in modo da avere una impedenza di linea di circa  $50 \Omega$ , così da non avere disadattamento tra la porta ed il tratto di guida coassiale.

Questa analisi è stata ripetuta per quattro differenti sezioni del loop. Analizziamone i risultati.

#### Analisi del VSWR

Da questa analisi possiamo notare come il VSWR presenta un minimo variando la sezione del loop: dimensionando opportunamente il loop riusciamo a minimizzare la

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

potenza riflessa sulla porta e quindi a trovare un buon accoppiamento.

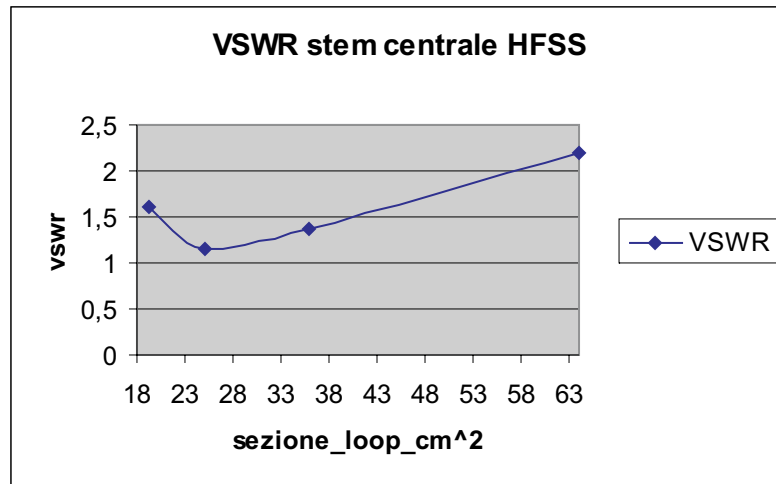


Figura 3.27: Analisi del VSWR: cavità con il loop in prossimità dello stem centrale

Il valore del parametro secondario *sezione\_loop* che garantisce il miglior accoppiamento è di 25-26 cm<sup>2</sup> circa.

#### Analisi della carta di Smith

Visualizzando la carta di Smith delle quattro simulazioni, possiamo vedere come, aumentando la sezione del loop, passiamo da una situazione di sottoaccoppiamento ad una di sovraccoppiamento: interpolando questi dati possiamo trovare la sezione che garantisce l'accoppiamento critico.

Dalla figura si trova un valore del parametro *sezione\_loop* che garantisce l'accoppiamento critico di 28 cm<sup>2</sup>.

Possiamo riassumere i risultati ottenuti applicando i due metodi usati nella Tabella 3.17:

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

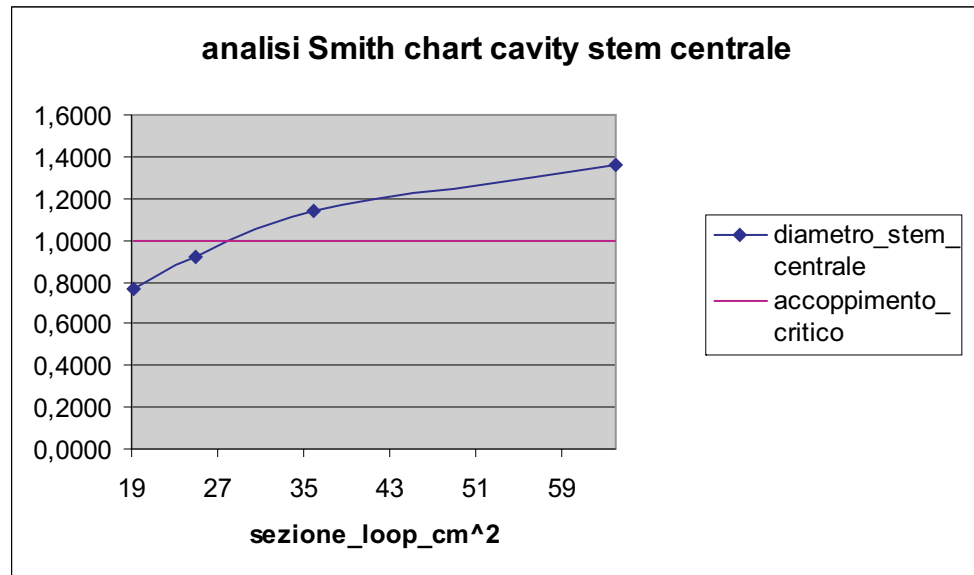


Figura 3.28: Analisi della carta di Smith: cavità con il loop in prossimità dello stem centrale

Tabella 3.17: *sezione\_loop* della cavità con il loop vicino lo *stem* centrale

| cavità_stem_centrale | Analisi carta di Smith | Analisi del VSWR minimo |
|----------------------|------------------------|-------------------------|
| <i>sezione_loop</i>  | 28 cm <sup>2</sup>     | 25-26 cm <sup>2</sup>   |

Per la configurazione di lavoro con il loop vicino allo stem centrale, un loop di sezione 28 cm<sup>2</sup> dovrebbe quindi fornire l'accoppiamento critico. Si noti come dalla prima analisi ricaviamo la posizione garante del migliore accoppiamento tra quelli analizzati mentre la seconda fornisce, seppur approssimata, la posizione dell'accoppiamento critico.

#### Simulazioni loop in prossimità dello stem esterno

Eseguiamo le stesse analisi sulla configurazione della cavità con il loop posto vicino lo stem esterno.

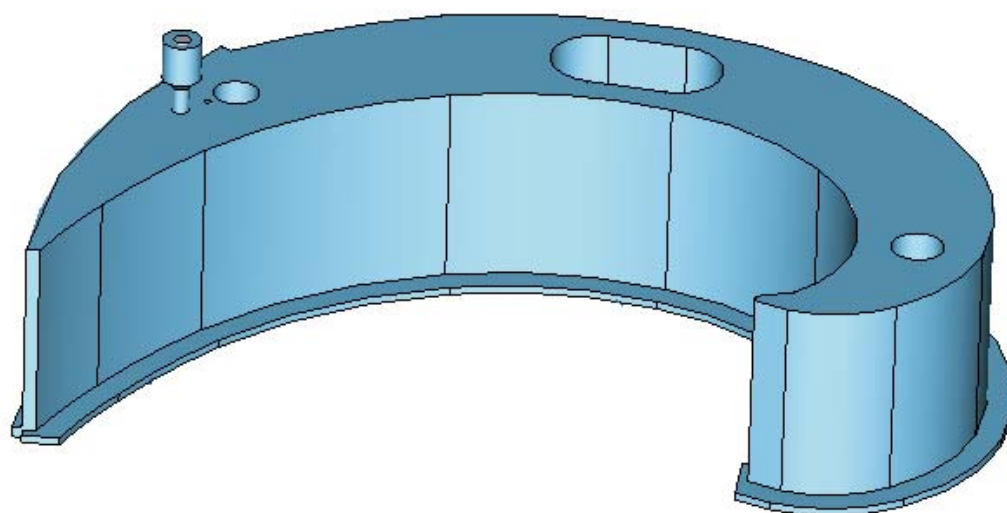


Figura 3.29: Cavità con loop in prossimità dello stem esterno

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

Essendo il valore dell'intensità del campo magnetico  $\vec{H}$  in prossimità del loop maggiore rispetto al caso precedente, ci aspettiamo di dimensionare un loop con sezione minore (ciò è chiaramente deducibile dalla formula (3.8))

L'analisi di tipo *Eigenmode* del sistema imperturbato ha restituito:

Tabella 3.18: Risultati cavità con il loop vicino lo *stem* esterno

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| $f_0$          | 90,421 MHz            |
| $\overline{H}$ | $5.5 \cdot 10^3$ A/m  |
| $P_d$          | $1,8 \cdot 10^5$ Watt |

Sostituendo i valori ricavati nella relazione (3.8), si ottiene un valore di *Sezione\_critica* che dovrebbe fornire l'accoppiamento critico di  $5 \text{ cm}^2$ .

Le analisi di tipo *Driven Modal* hanno restituito risultati dall'analisi dei quali ricaviamo i seguenti grafici:

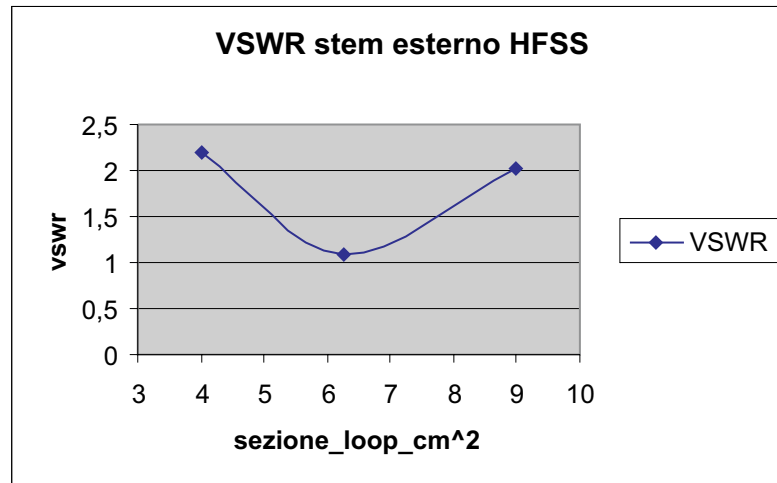


Figura 3.30: Analisi del VSWR: cavità con il loop in prossimità dello stem esterno

e deduciamo la seguente conclusione:

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

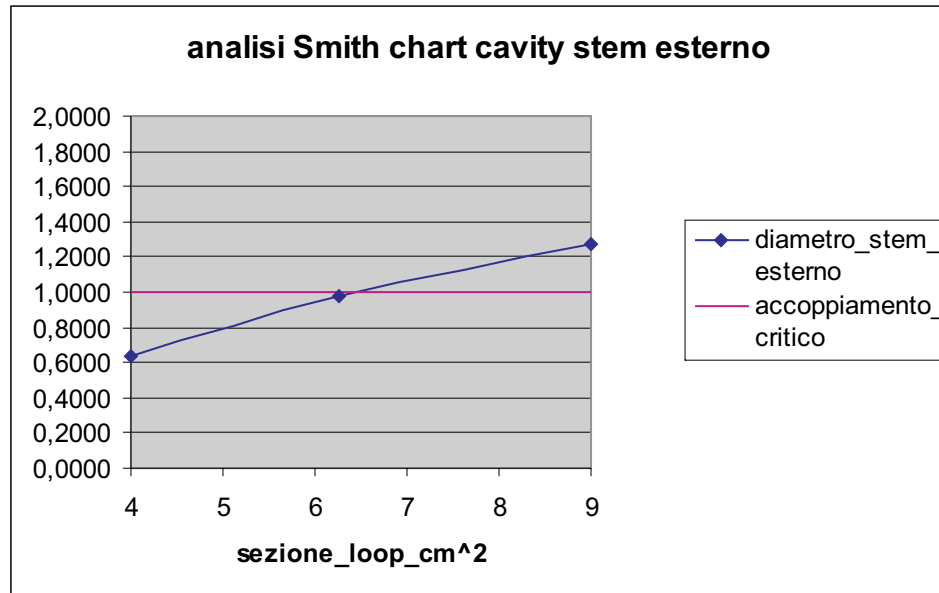


Figura 3.31: Analisi della carta di Smith: cavità con il loop in prossimità dello stem esterno

Tabella 3.19: *sezione\_loop* della cavità con il loop vicino lo *stem* esterno

| cavità_stem_esterno | Analisi carta di Smith | Analisi del VSWR minimo |
|---------------------|------------------------|-------------------------|
| <i>sezione_loop</i> | 6,5 cm <sup>2</sup>    | 6,25 cm <sup>2</sup>    |

Per la configurazione di lavoro con il loop vicino allo stem esterno, un loop di sezione 6,5 cm<sup>2</sup> dovrebbe fornire l'accoppiamento critico.

#### 3.3.2 Simulazioni MWS

Come detto nel paragrafo 3.1, l'analisi eseguita con il modulo *Eigenmode* (di tipo *Driven Modal*) di MWS fornisce campi,  $f_0$ ,  $Q_0$  ed anche i parametri  $S$ . Abbiamo scelto di fare uno *sweep* in frequenza di 5000 punti, con 1 KHz di passo.

Anche con MWS abbiamo simulato metà struttura imponendo sul piano di simmetria la condizione di ortogonalità magnetica ( $\hat{n} \times \vec{H} = 0$ ).

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

---

Come con H.F.S.S., come primo studio, analizziamo il caso con il loop posto in vicinanza dello stem centrale.

#### Simulazioni loop in prossimità dello stem centrale

Valutiamo le quantità necessarie per la formula (3.8).

L'analisi di tipo *Eigenmode* del sistema imperturbato ha restituito:

Tabella 3.20: Risultati cavità con il loop vicino lo *stem* centrale

|                |                    |
|----------------|--------------------|
| $f_0$          | 93,4332 MHz        |
| $\overline{H}$ | 1,25 $10^3$ A/m    |
| $P_d$          | 1,3583 $10^5$ Watt |

Sostituendo i valori ricavati nella relazione (3.8), si ottiene un valore di *Sezione\_critica* che dovrebbe fornire l'accoppiamento critico di 20 cm<sup>2</sup>.

Inoltre, imponendo la conducibilità elettrica del rame costituente la struttura metallica pari a  $\sigma = 5.0 \cdot 10^7$  Siemens/m, la macro ha calcolato un valore di  $Q_0 = 8644$ .

Valutato l'ordine di grandezza del loop, abbiamo fissato i parametri *x\_coupler* e *y\_coupler* posizionando il loop vicino lo stem centrale ed eseguito delle analisi di tipo *Driven Modal* per sei diverse sezioni del loop.

Analizziamo i risultati delle simulazioni effettuate alle varie configurazioni.

#### Analisi confronto $Q_0$ e $Q_{ext}$

Il valore di  $Q_0$  è stato calcolato dalla macro settando la conducibilità elettrica del rame costituente la struttura metallica pari a  $\sigma = 5.0 \cdot 10^7$  Siemens/m. I valori di  $Q_{ext}$  sono stati invece ricavati da un'analisi in fase di *post processing*, applicando un caso particolare del metodo esposto nel paragrafo 2.4.3:

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

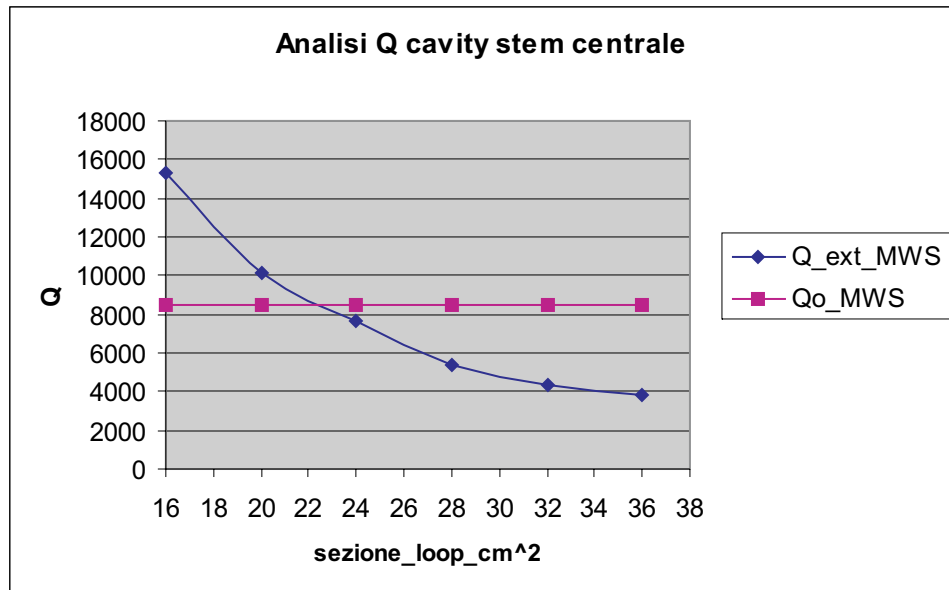


Figura 3.32: Analisi Q: cavità con il loop in prossimità dello stem centrale

L'intercetta delle due curve fornisce il valore del parametro *sezione\_loop* corrispondente all'accoppiamento critico, valore pari a 22-23 cm<sup>2</sup>

Tabella 3.21: *sezione\_loop* della cavità con il loop vicino lo *stem* centrale

| cavità_stem_centrale | Analisi $Q_0$ e $Q_{ext}$ |
|----------------------|---------------------------|
| <i>sezione_loop</i>  | 22-23 cm <sup>2</sup>     |

#### Simulazioni loop in prossimità dello stem esterno

Eseguendo la stessa analisi per la configurazione della cavità con il loop vicino lo stem esterno, otteniamo risultati da cui deriva il grafico (3.33):

Una sezione di 5-6 cm<sup>2</sup> dovrebbe garantire l'accoppiamento critico.

Tabella 3.22: *sezione\_loop* della cavità con il loop vicino lo *stem* esterno

| cavità_stem_esterno | Analisi $Q_0$ e $Q_{ext}$ |
|---------------------|---------------------------|
| <i>sezione_loop</i> | 5-6 cm <sup>2</sup>       |

### 3.3 Simulazioni della cavità per il progetto SCENT

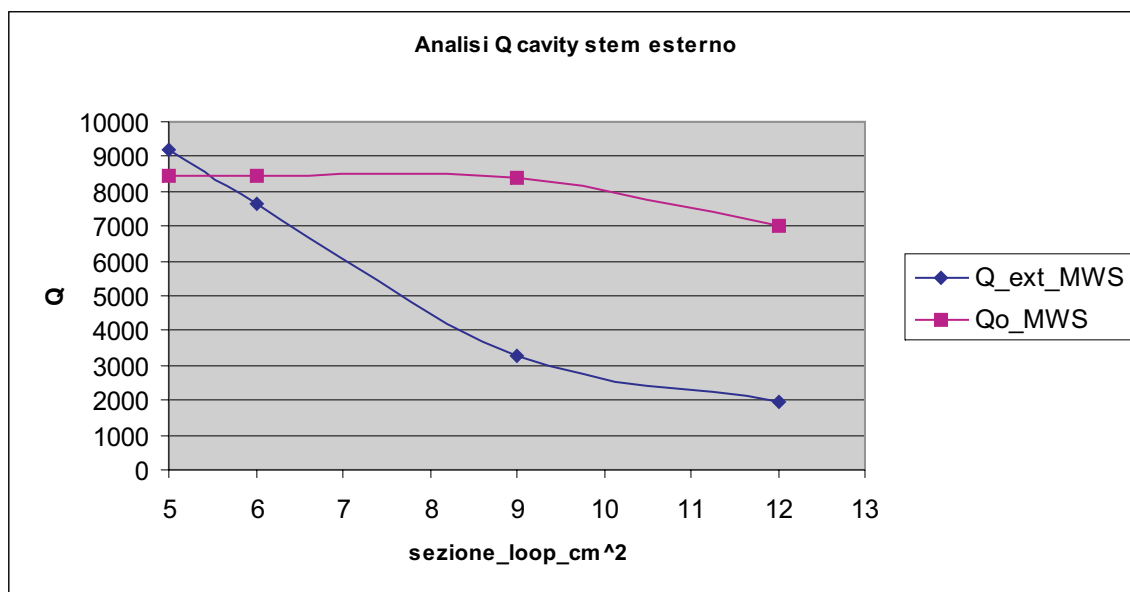


Figura 3.33: Analisi Q: cavità con il loop in prossimità dello stem esterno

#### 3.3.3 Analisi dei risultati

Analizziamo i risultati ottenuti dalle diverse simulazioni, raggruppati nella Tabella 3.23:

Tabella 3.23: Tabella riassuntiva *sezione\_loop*

| <i>sezione_loop</i>  | Analisi $Q_0$ e $Q_{ext}$<br>MWS | Analisi carta<br>di Smith H.F.S.S. | Analisi del VSWR<br>minimo H.F.S.S. |
|----------------------|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| cavità_stem_centrale | 22-23 cm <sup>2</sup>            | 28 cm <sup>2</sup>                 | 25-26 cm <sup>2</sup>               |
| cavità_stem_esterno  | 5-6 cm <sup>2</sup>              | 6,5 cm <sup>2</sup>                | 6,25 cm <sup>2</sup>                |

Come notato per il Chopper 500, c'è differenza tra i valori stimati dal simulatore H.F.S.S. e quelli valutati dal simulatore MWS: i risultati delle analisi eseguite con H.F.S.S. sono infatti affetti da un errore sistematico nella valutazione dei campi elettromagnetici. L'accuratezza nella valutazione dei campi elettromagnetici delle

### 3.4 Conclusioni e sviluppi futuri

---

simulazioni eseguite con H.F.S.S. non è buona perché le risorse hardware dei calcolatori utilizzati non ci permettono di analizzare fedelmente strutture grandi come il Chopper 500 e le cavità del progetto S.C.E.N.T..

Per questa ragione, considereremo più affidabili i valori ottenuti dalle analisi MWS.

In più, c'è una notevole differenza di  $f_0$ : per esempio, nell'analisi del loop di area pari a 20 cm<sup>2</sup> posto in prossimità dello stem centrale abbiamo ottenuto:

Tabella 3.24: Confronto  $f_0$

|       | H.F.S.S.   | MWS         |
|-------|------------|-------------|
| $f_0$ | 88,768 MHz | 91,6506 MHz |

La causa è sempre la non accuratezza delle simulazioni eseguite con H.F.S.S. peggiore rispetto al caso Chopper per via delle dimensioni della cavità, più grande del Chopper 500.

Quindi, nel dimensionare il loop sceglieremo la stima fatta con MWS e cioè un loop di sezione pari a 22-23 cm<sup>2</sup> se lo posizioniamo in vicinanza dello stem centrale ed un loop di sezione pari a 5-6 cm<sup>2</sup> se lo posizioniamo in vicinanza dello stem esterno.

Si noti la piccola differenza rispetto ai valori calcolati dalla formula (3.8), imputabile ad errori di valutazione del campo  $\vec{H}$  che non è uniforme sull'area del loop.

### 3.4 Conclusioni e sviluppi futuri

Con questo studio abbiamo progettato due differenti soluzioni di accoppiamento induttivo della cavità per il progetto S.C.E.N.T.. La scelta sarà effettuata solo in una successiva fase del progetto.

### 3.4 Conclusioni e sviluppi futuri

---

Costruito ed inserito nella cavità il loop, avremo la possibilità di ruotarlo rispetto al suo asse principale (si veda la Figura (3.34)) determinandone, con l'ausilio di un Network Analyzer, la posizione tale che il flusso di  $\vec{H}$  concatenato con la sezione del loop sia massimo (cioè con sezione ortogonale alle linee di forza di  $\vec{H}$ ), cioè la posizione che ne minimizzi l'onda riflessa.

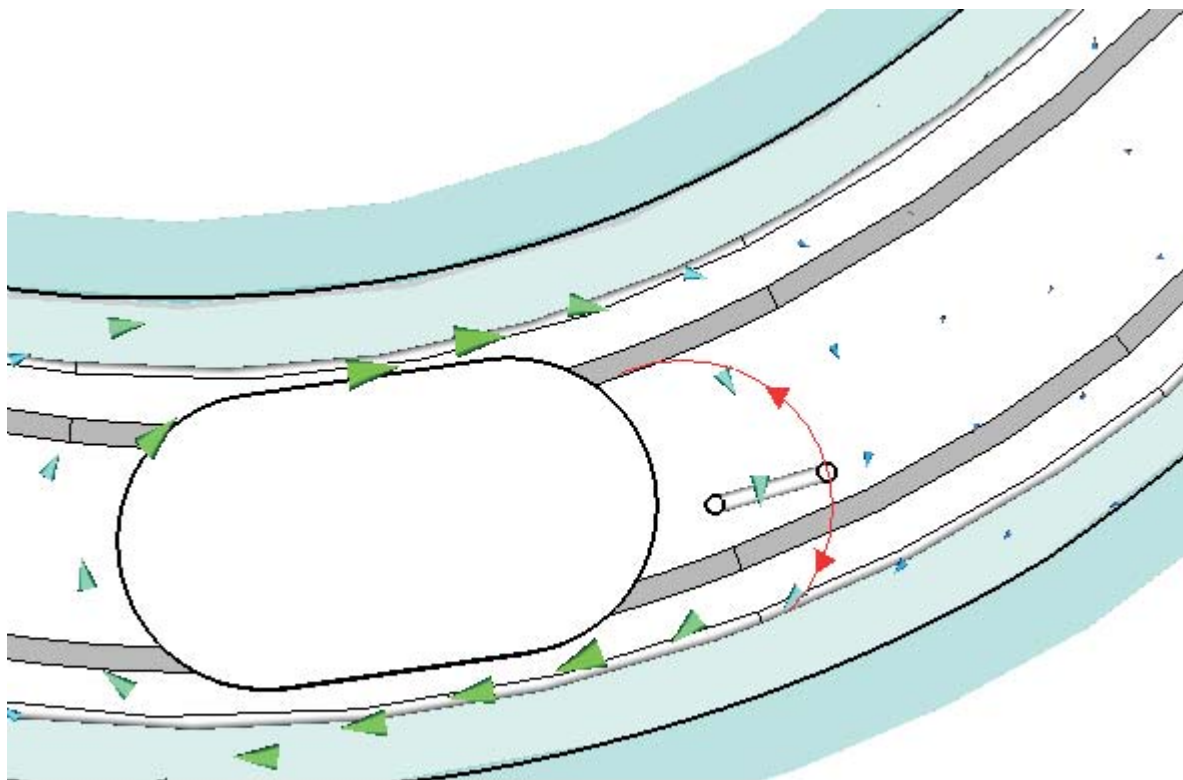


Figura 3.34: Concatenamento linee di forza di  $\vec{H}$  con la sezione del loop

In Figura (3.35) è mostrato un possibile progetto di loop.

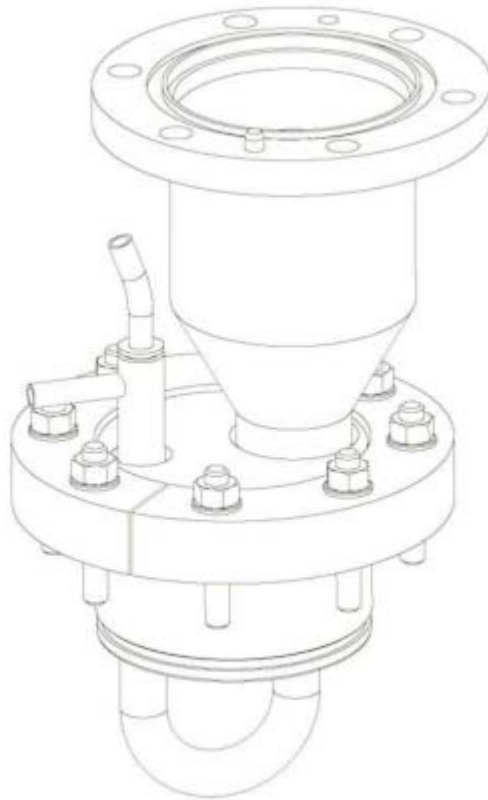


Figura 3.35: Progetto di coupler

# Capitolo 4

## Analisi sperimentale

In questo capitolo sono esposte le misure sperimentali eseguite sul Chopper 500 nonché i principi di analisi vettoriale usati per eseguirle. Inoltre è presente un utile confronto tra i dati ottenuti dalle simulazioni ed i dati misurati.

### 4.1 L'analizzatore di rete

L'analisi di rete è il processo che permette di misurare le prestazioni elettriche dei componenti e dei circuiti utilizzati in sistemi complessi: è cioè un metodo caratterizzante tali componenti in quanto valuta il loro effetto sull'ampiezza e sulla fase dei segnali mediante l'utilizzo di analizzatori di rete.

In questo paragrafo, saranno esposti i principi fondamentali dell'analisi vettoriale di rete.

Prima dell'avvento degli strumenti moderni, il metodo tradizionale per determinare l'impedenza a radiofrequenza (e i parametri derivati) era di misurare il VSWR usando una probe a radiofrequenza, una linea di trasmissione e un apposito tester. Mentre la sonda veniva spostata lungo la linea di trasmissione, la posizione ed i valori relativi dei picchi e delle valli del coefficiente di riflessione venivano notati

## 4.1 L'analizzatore di rete

---

sul tester. Da queste misure, si derivava l'impedenza. La procedura veniva quindi ripetuta a frequenze differenti.

Gli analizzatori di rete moderni misurano l'energia incidente, la riflessa e quella trasmessa direttamente durante lo sweep in frequenza e l'impedenza risultante può essere visualizzata in diversi formati:

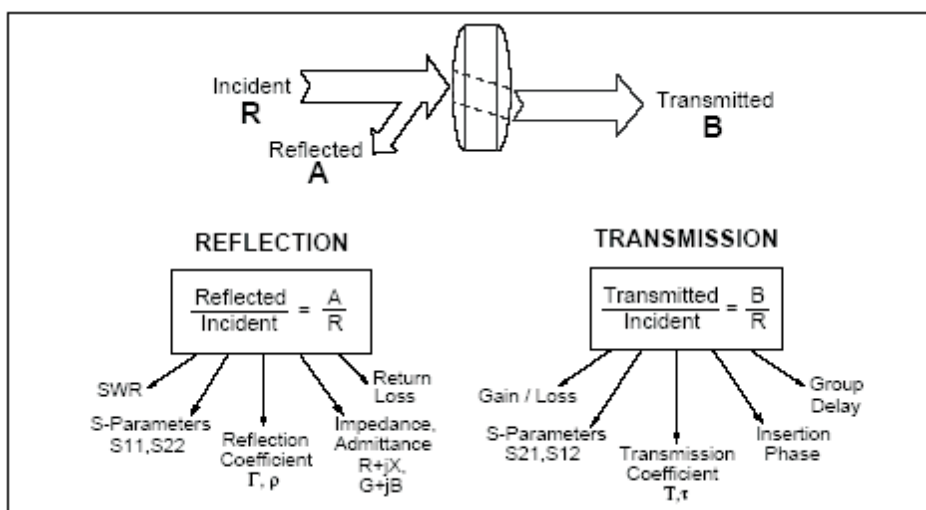


Figura 4.1: Parametri caratterizzanti la trasmissione

Il campo trasmesso ed il campo riflesso sono caratterizzati da un modulo ed una fase; quindi le caratteristiche della trasmissione e della riflessione possono essere cioè espresse come un vettore (ampiezza e fase), come uno scalare (ampiezza soltanto), o come quantità di fase soltanto.

Solitamente la descrizione a bassa frequenza di una rete o di un dispositivo è basata sulla misura dei parametri di impedenza  $Z$ , di ammettenza  $Y$  e della matrice ibrida  $H$  che dipendono direttamente dalla tensione e dalla corrente misurata all'uscita del dispositivo. Alle alte frequenze, poiché la corrente o la tensione sono difficili da misurare, risulta più utile valutare i Parametri  $S$ .

I Parametri  $S$  sono rapporti tra energia incidente, riflessa e trasmessa misu-

## 4.1 L'analizzatore di rete

---

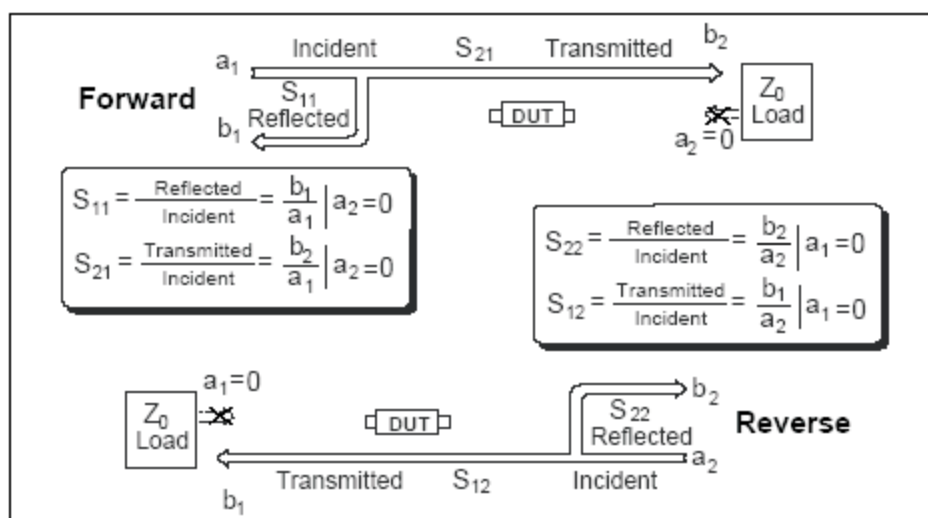


Figura 4.2: Parametri  $S$

rate (si veda il paragrafo 2.4.1), ovvero dipendono dalle grandezze che vengono effettivamente misurate: sono per questo motivo più "naturali" da utilizzare.

Il network analyzer presenta due uscite tramite le quali si collega il sistema in analisi all'analizzatore: per realizzare il collegamento si usano due coassiali terminanti su opportune sonde, le quali, interagendo con il campo elettromagnetico della struttura, prelevano il segnale utile alle misure.

I Parametri  $S$  misurati possono essere visualizzati sul piano complesso polare (carta di Smith) o sul piano cartesiano sotto forma di modulo e fase. Se necessario, i parametri  $H$ ,  $Y$  e  $Z$  possono essere successivamente derivati dai parametri  $S$ . Inoltre possiamo ricavare grandezze quali:

- Rapporto di onda stazionaria VSWR
- Coefficiente di riflessione
- Coefficiente di trasmissione

## 4.1 L'analizzatore di rete

---

e calcolare, con semplici macro, i fattori di qualità ( $Q_0$ ,  $Q_l$ ), *bandwidth* e *insertion loss*.

Il modello di analizzatore di rete da noi usato è l'Agilent 8753A che permette di analizzare componenti da 30 KHz fino a 6 GHz. Permette inoltre di esportare su PC sia tabelle di dati misurati sia immagini (in diversi formati) dei diagrammi dei parametri  $S$  (nella carta di Smith o nella rappresentazione cartesiana).



Figura 4.3: Network Analyzer Agilent 8753A

## 4.2 Misure sul Chopper 500

Per studiare il comportamento del Chopper 500 alle varie frequenze, sono state eseguite differenti misure, che possono essere così classificate:

- Misure in configurazione di non accoppiamento o *uncoupled*
- Misure in configurazione di accoppiamento o *coupled*

In fase di setup è stato collegato il corto circuito mobile ad un motorino DC che permette di spostarlo verticalmente così da analizzare le configurazioni alle varie frequenze: per eseguire misure con uno step di 5 MHz, abbiamo spostato il cortocircuito arrestando il motorino quando sul display del network analyzer visualizzavamo la frequenza desiderata.

### 4.2.1 Chopper 500

Presentiamo adesso le misure effettuate sul Chopper 500 seguendo la classificazione fatta in precedenza.

#### Misure *uncoupled*

Le misure *uncoupled* permettono di valutare i parametri quali la frequenza di risonanza  $f_0$ , la larghezza di banda e il fattore di qualità  $Q_0$  non tenendo conto degli effetti dell'accoppiamento del coupler. Esse si eseguono posizionando due antenne piccole (così da perturbare poco il sistema) totalmente disaccoppiate con la cavità (tali cioè da prelevare solo una parte sufficientemente piccola di segnale) nella zona ad alto campo magnetico cioè sul cortocircuito.

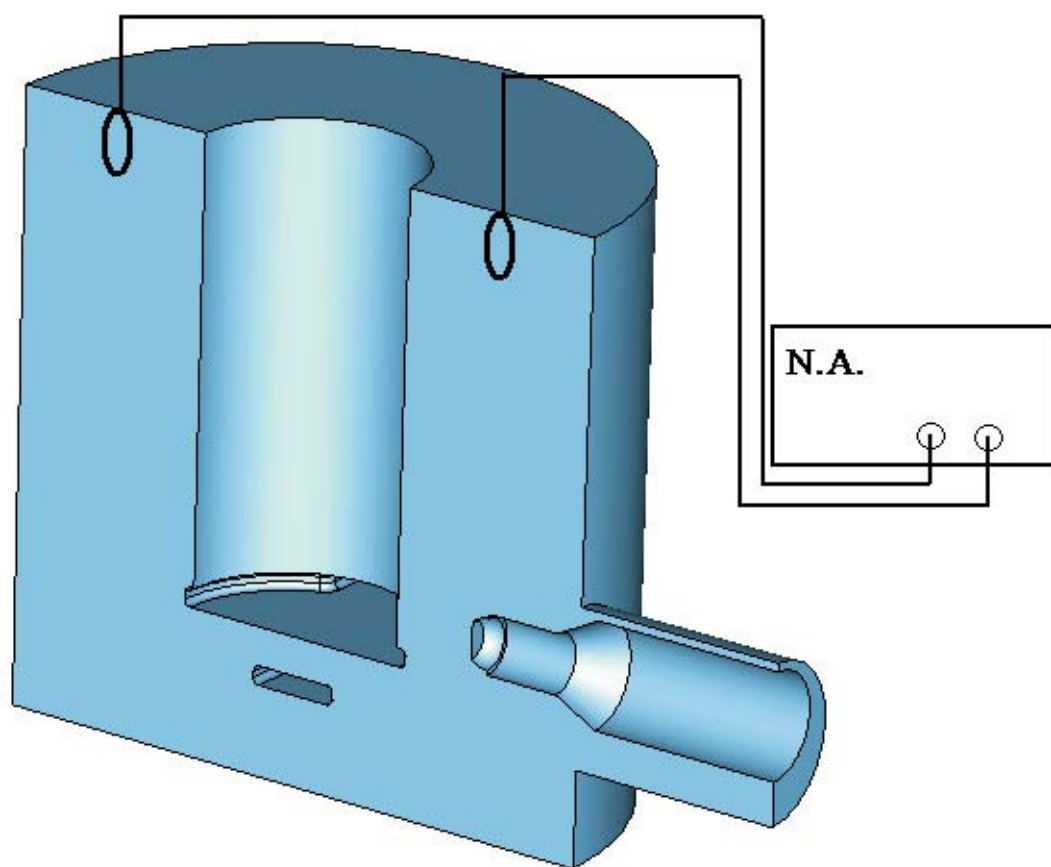


Figura 4.4: Configurazione del Network Analyzer per misure *uncoupled*

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

In questo modo riusciamo ad avere delle valutazioni di  $Q_0$ , cioè di  $Q$  *uncoupled* o *unloaded*. In questo caso il coupler è presente soltanto come oggetto passivo, cioè come parte della struttura della cavità. Collegando le due uscite del network analyzer con le piccole antenne mediante dei cavi coassiali, muovendo il cortocircuito e fornendo pochi dBm di potenza abbiamo ottenuto i risultati riassunti in Tabella 4.1:

Tabella 4.1: Valori di  $f_0$  e di  $Q_0$  del Chopper 500

| frequenza di risonanza $f_0$ | $Q_0$ |
|------------------------------|-------|
| 65,0015 MHz                  | 7400  |
| 70,0016 MHz                  | 7900  |
| 75,0020 MHz                  | 7600  |
| 79,9995 MHz                  | 7100  |
| 85,0320 MHz                  | 6400  |
| 90,0416 MHz                  | 3500  |
| 91,97 MHz                    | 2900  |
| 94,0407 MHz                  | 4900  |
| 95,0187 MHz                  | 5000  |
| 100,0455 MHz                 | 4400  |
| 102,7190 MHz                 | 2800  |
| 104,9900 MHz                 | 1700  |
| 110,007 MHz                  | 4900  |
| 110,939 MHz                  | 4700  |

Da questi dati otteniamo il grafico in figura (4.5).

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

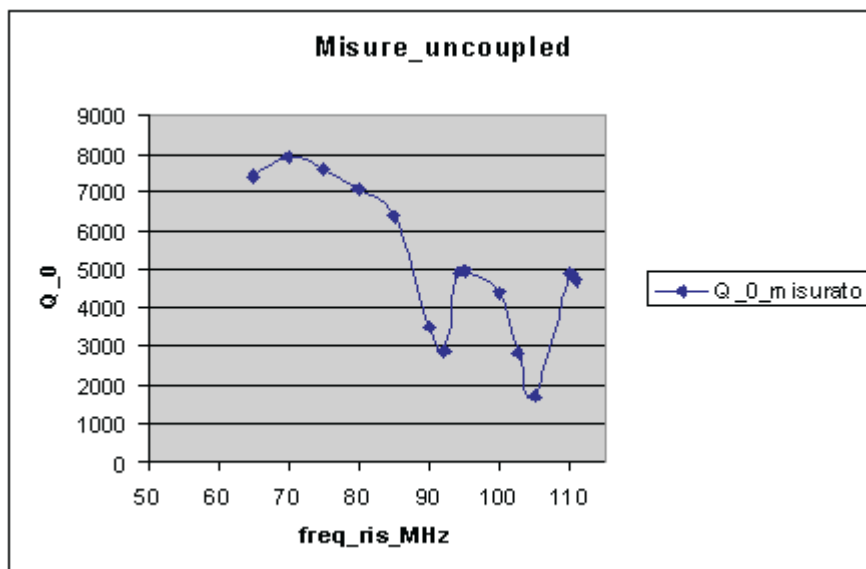


Figura 4.5:  $Q_0$  del Chopper 500

Da una prima analisi notiamo come:

- I valori di  $Q_0$  sono mediamente più bassi rispetto ai valori stimati in fase di progetto ( $Q_0$  di progetto ca. 9000). Ciò è più evidente alle alte frequenze.
- E' presente un "bucco" in corrispondenza di 90 MHz: si ha una diminuzione del valore di  $Q_0$  causata dai cattivi contatti
- E' presente un altro "bucco" in corrispondenza di 105 MHz. Visualizzando il parametro  $S_{21}$  nell'intorno di questa frequenza (si veda la figura (4.6)) si nota la presenza di due risonanze molto vicine,

come se la risonanza fosse splittata in due: ciò comporta una ridotta quantità di potenza per singola risonanza e quindi un  $Q_0$  più basso. È probabile che la risonanza indesiderata si sia instaurata a causa della geometria del Chopper.

La causa dei bassi valori di  $Q_0$  è da ricercare in un imperfetto sistema di contatto

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

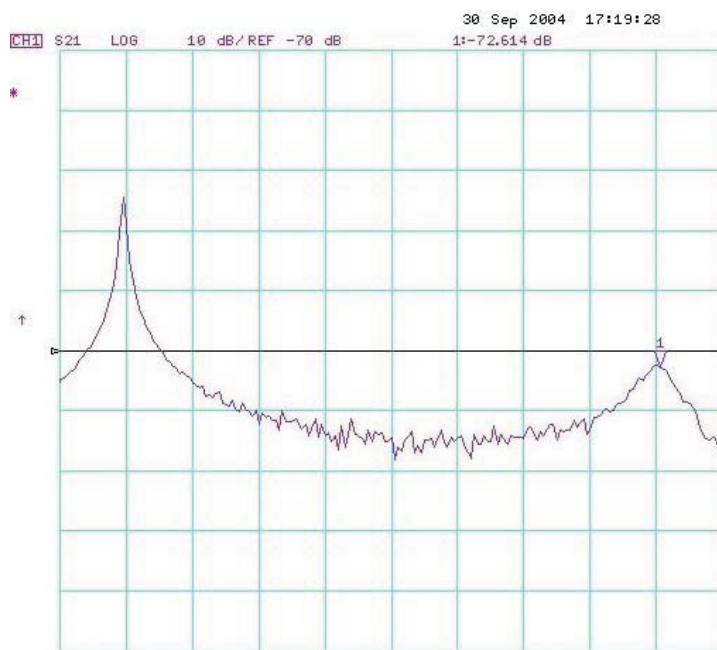


Figura 4.6: Parametro  $S_{21}$ : risonanze vicine

tra il cortocircuito mobile ed i cilindri del coassiale, realizzato con contatti striscianti di rame berillio ricoperti di argento.

Durante le fasi di movimentazione, il cortocircuito si è inclinato leggermente, deformando parte dei contatti e compromettendone le prestazioni (si veda la Figura (4.7)).

In effetti guardando la superficie esterna del cilindro interno del Chopper si notano delle scanalature, dovute ad una maggiore forza esercitata dai contatti su alcune zone.

Questo imperfetto sistema di contatto causa un sistematico peggioramento delle prestazioni, in quanto la corrente che giunge sul cortocircuito non si distribuisce equamente sulla struttura.

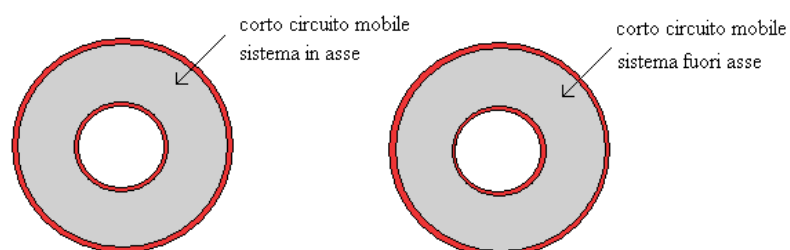


Figura 4.7: Vista dall'alto del cortocircuito in asse con la struttura e non: la zona in rosso rappresenta la zona dove risiedono i contatti striscianti



Figura 4.8: Scanalature del cilindro interno

### Misure *coupled*

Le misure *coupled* permettono invece di valutare parametri quali la frequenza di risonanza  $f_0$ , la larghezza di banda, i fattori di bontà  $Q_l$  ed i parametri  $S$  (e parametri derivati quali VSWR e coefficiente di riflessione  $\Gamma$ ) tenendo conto degli effetti dell'accoppiamento del coupler. Abbiamo collegato un'uscita del network analyzer con una qualunque delle piccole antenne poste in alto e l'altra uscita con il coupler. Muovendo il cortocircuito e fornendo 0 dBm di potenza abbiamo ottenuto i seguenti

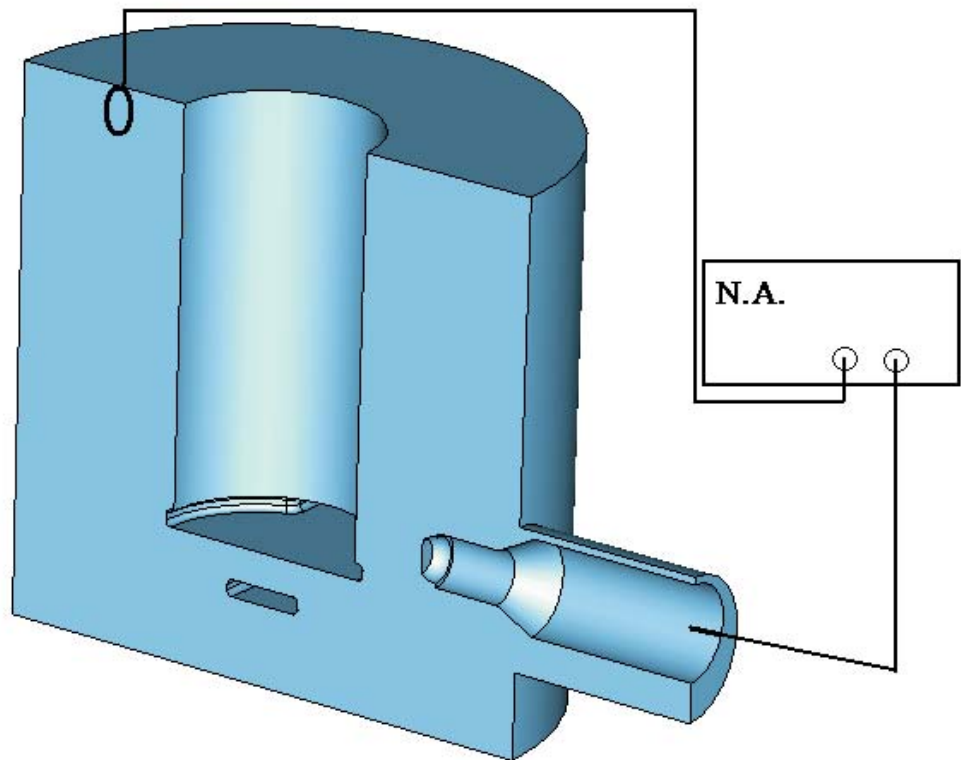


Figura 4.9: Configurazione del Network Analyzer per misure *coupled*

risultati, riassunti in Tabella 4.2.

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

Tabella 4.2: Valori di  $f_0$  e di  $Q_l$  del Chopper 500

| frequenza di risonanza $f_0$ | $Q_l$ | VSWR |
|------------------------------|-------|------|
| 65,3123 MHz                  | 3320  | 1,31 |
| 70,0234 MHz                  | 2450  | 2,18 |
| 75,2619 MHz                  | 1980  | 2,57 |
| 80,0457 MHz                  | 1680  | 2,63 |
| 85,0025 MHz                  | 1562  | 2,53 |
| 90,0100 MHz                  | 1550  | 2,51 |
| 95,0260 MHz                  | 1400  | 2,01 |
| 100,0030 MHz                 | 1390  | 2,28 |
| 105,0120 MHz                 | 1326  | 2,47 |
| 110,0013 MHz                 | 1290  | 2,38 |

da cui deriva il grafico

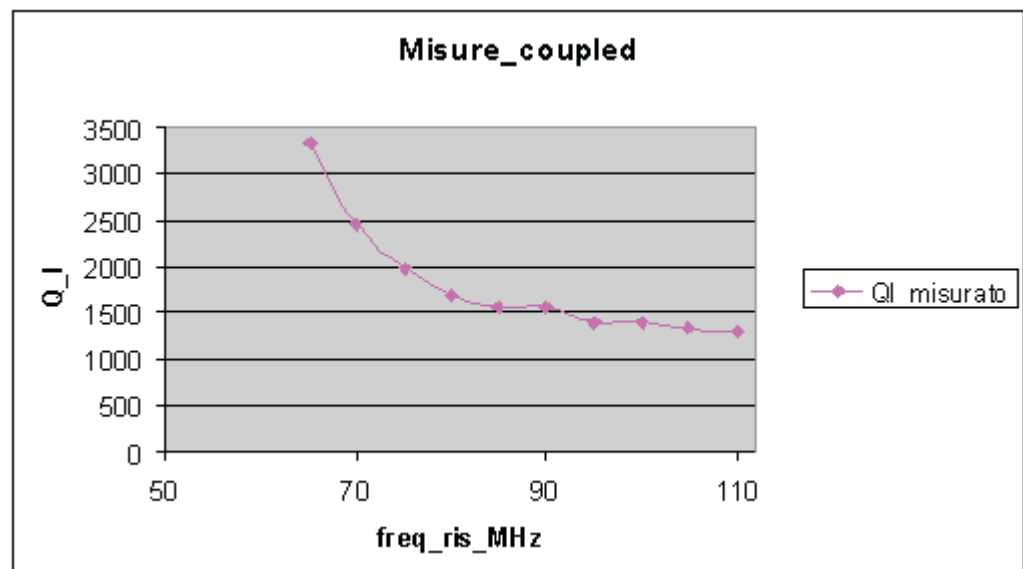


Figura 4.10:  $Q_l$  del Chopper 500

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

I valori di VSWR sono stati ottenuti dalla misura di  $S_{11}$  (alla risonanza) del segnale sul coupler variando la distanza della parte mobile dall'elettrodo per minimizzare la riflessione. Da una analisi dei risultati possiamo trarre le seguenti conclusioni:

- I valori di  $Q_l$  sono mediamente più bassi rispetto ai valori stimati in fase di progetto principalmente per via di un imperfetto sistema di contatti.
- I valori di VSWR sono elevati: ciò è dovuto ad una notevole riflessione di potenza nel coupler: il coupler è cioè male accoppiato con la cavità.

Per risolvere questi problemi abbiamo effettuato i seguenti interventi:

- E' stato rivisto il meccanismo di movimentazione del cortocircuito e sono stati rinforzati, con una garza di rame, i contatti striscianti interni ed esterni del cortocircuito, facendo attenzione in fase di assemblaggio e nelle successive misure a mantenerlo in asse.
- In seguito alle simulazioni esposte nel capitolo precedente, abbiamo aggiunto al coupler una flangia di 40 mm per migliorarne l'accoppiamento con la cavità alle varie frequenze diminuendo l'interazione del coupler con la cavità.

Da misure sul Chopper modificato (si veda il paragrafo 3.4) ci aspettiamo quindi di avere:

- Valori di  $Q_0$  e di  $Q_l$  più alti (come conseguenza del miglioramento dei contatti)
- Valori di VSWR più bassi (conseguenza di un migliore accoppiamento del coupler)

### 4.2.2 Chopper 500 modificato

Esponiamo le misure effettuate sul Chopper 500 modificato.

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

### Misure *uncoupled*

Eseguendo le stesse misure fatte sul Chopper 500, abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

Tabella 4.3: Valori di  $f_0$  e di  $Q_0$  del Chopper modificato

| frequenza di risonanza $f_0$ | $Q_0$ |
|------------------------------|-------|
| 56,256 MHz                   | 6700  |
| 56,9522 MHz                  | 8000  |
| 61,4000 MHz                  | 3800  |
| 67,0070 MHz                  | 9500  |
| 75,0020 MHz                  | 9100  |
| 80,0340 MHz                  | 8900  |
| 85,1792 MHz                  | 8500  |
| 89,9989 MHz                  | 8000  |
| 94,9190 MHz                  | 7700  |
| 99,9300 MHz                  | 7100  |
| 104,1600 MHz                 | 2100  |
| 110,0100 MHz                 | 6400  |

Da questi dati, otteniamo il grafico in figura (4.11).

Notiamo che i valori di  $Q_0$  sono migliori mediamente di un 20 %, tranne per due valori di frequenza, intorno ai 60 MHz ed ai 104 MHz dove si ha un crollo del  $Q_0$ . Come detto prima, a queste frequenze si hanno due risonanze molto vicine: una è la risonanza di lavoro del Chopper 500 come cavità a  $\lambda/4$ , l'altra è una risonanza spuria, causata dal fatto che la struttura a quelle risonanze ha dimensione verticale multipla del diametro del cilindro esterno, per l'esattezza doppia a 64 MHz ed uguale a 105 MHz. Ciò comporta l'innescarsi di modi isofrequenziali al modo dominante

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

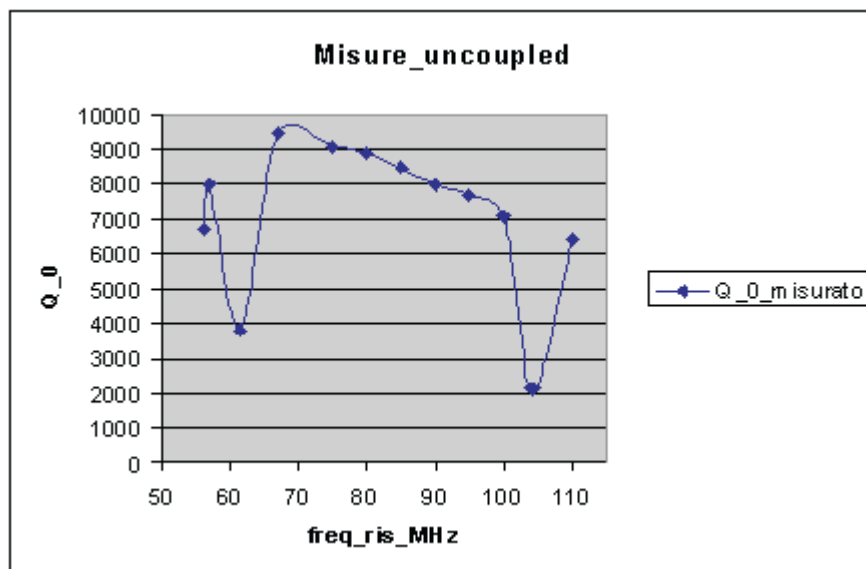


Figura 4.11:  $Q_0$  del Chopper modificato

sottraendogli potenza e causando quindi un peggioramento di prestazioni della cavità a quelle frequenze (per questa ragione queste cavità sono solitamente molto lunghe e strette).

È interessante confrontare le curve di  $Q_0$  delle due configurazioni del Chopper 500, iniziale e con i contatti nuovi (figura (4.12)).

Il miglioramento ad ogni frequenza è ben evidente. Inoltre è scomparso il "buco" a 90 MHz ca., causato quindi dai cattivi contatti.

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

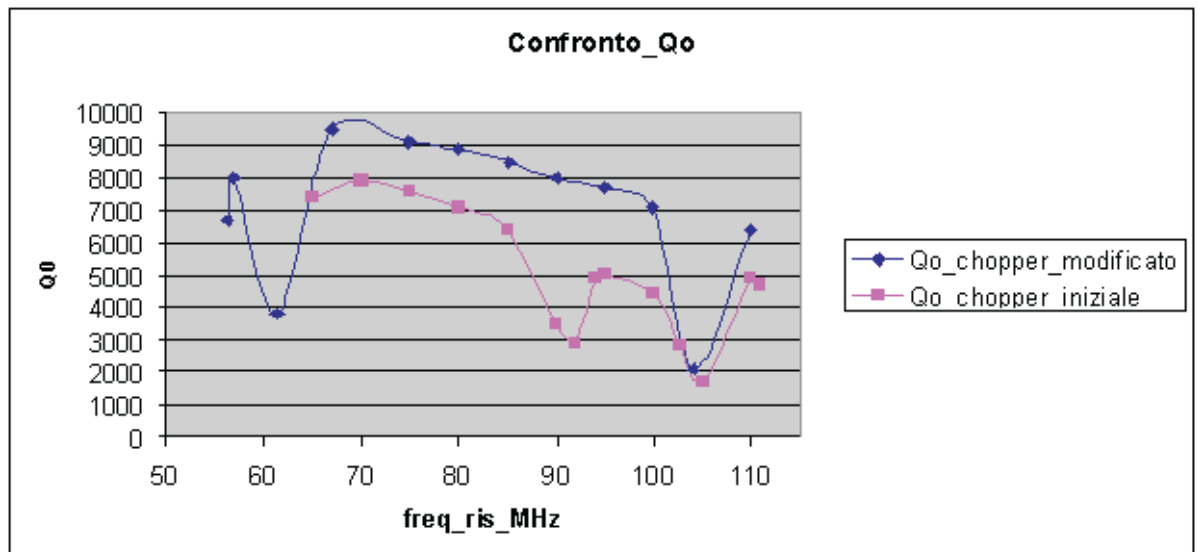


Figura 4.12: Confronto  $Q_0$  del Chopper e del Chopper modificato

### Misure *coupled*

Eseguendo le stesse misure fatte sul Chopper 500 nella configurazione iniziale abbiamo ottenuto i seguenti valori di  $Q_l$  e VSWR :

## 4.2 Misure sul Chopper 500

---

Tabella 4.4: Valori di  $f_0$  e di  $Q_l$  del Chopper modificato

| frequenza di risonanza $f_0$ | $Q_l$ | VSWR  |
|------------------------------|-------|-------|
| 56,2560 MHz                  | 2800  | 1,85  |
| 60,0025 MHz                  | 280   | 1,47  |
| 64,9476 MHz                  | 4380  | 1,009 |
| 69,9185 MHz                  | 4840  | 1,022 |
| 75,0000 MHz                  | 4600  | 1,005 |
| 79,9532 MHz                  | 4315  | 1,05  |
| 84,9522 MHz                  | 4185  | 1,002 |
| 88,5356 MHz                  | 4170  | 1,01  |
| 89,9904 MHz                  | 4110  | 1,02  |
| 98,9880 MHz                  | 3980  | 1,03  |
| 100,2600 MHz                 | 3780  | 1,03  |
| 106,6865 MHz                 | 3360  | 1,06  |

Per prima cosa si notino gli ottimi valori di VSWR , conseguenza del netto miglioramento dell'accoppiamento. Per meglio comprendere questo progresso, (oltre a vedere i singoli valori di VSWR dalla tabella precedente) è opportuno ricordare che l'accoppiamento critico si ha quando  $Q_0=2Q_l$  (si veda l'introduzione del capitolo 2). Graficando quindi le curve di  $Q_0$  e  $2Q_l$ , (si veda la Figura (4.13)), notiamo come per valori di frequenza compresi tra 69 MHz e 100 MHz riusciamo, spostando opportunamente la parte mobile del coupler, a trovare un accoppiamento pressoché perfetto.

Le modifiche eseguite sul Chopper 500 hanno portato miglioramenti delle prestazioni in termini di fattori di qualità e di accoppiamento di impedenza (VSWR).

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

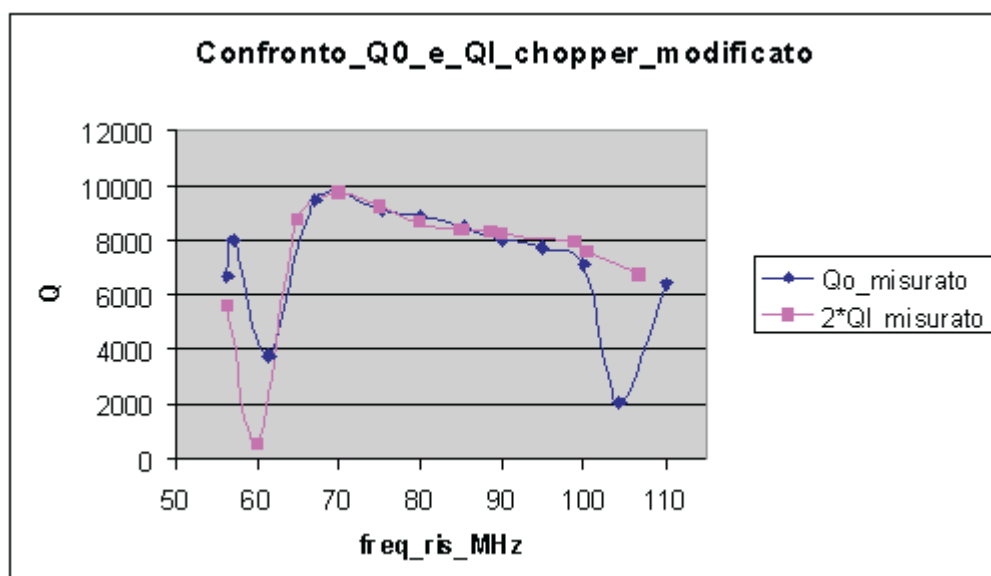


Figura 4.13: Confronto  $Q_0$  e  $2Q_l$  del Chopper modificato

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

E' interessante confrontare i risultati ottenuti dalle simulazioni ed i dati misurati sul Chopper 500, così da conferire validità al lavoro di simulazione. Le quantità che possiamo confrontare sono differenti:

- La frequenza di risonanza  $f_0$
- I fattori di bontà quali  $Q_0$ ,  $Q_l$
- I parametri  $S$  in notazione polare (sotto forma di carta di Smith)
- I parametri  $S$  in notazione cartesiana (sotto forma di modulo e fase)
- I parametri VSWR ,  $\beta$ ,  $\Gamma$

Ogni confronto sarà fatto su configurazioni geometricamente uguali, cioè con stessi valori dei parametri altezza del cortocircuito, posizione del coupler, posizione della parte mobile del coupler ed altezza del coupler.

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

Come primo confronto, guardiamo i valori di  $f_0$  e di  $Q_0$  alle tre configurazioni di studio:

Tabella 4.5: Confronto dei valori misurati e simulati di  $f_0$  e di  $Q_0$  del Chopper a 64 MHz

|       | valori misurati | valori MWS | valori H.F.S.S. |
|-------|-----------------|------------|-----------------|
| $f_0$ | 64,86 MHz       | 64,32 MHz  | 64,38 MHz       |
| $Q_0$ | 9000            | 12672      | 11652,6         |

Tabella 4.6: Confronto dei valori misurati e simulati di  $f_0$  e di  $Q_0$  del Chopper a 88 MHz

|       | valori misurati | valori MWS | valori H.F.S.S. |
|-------|-----------------|------------|-----------------|
| $f_0$ | 88,29 MHz       | 87,86 MHz  | 87,81 MHz       |
| $Q_0$ | 8000            | 13310      | 13682           |

Tabella 4.7: Confronto dei valori misurati e simulati di  $f_0$  e di  $Q_0$  del Chopper a 106 MHz

|       | valori misurati | valori MWS | valori H.F.S.S. |
|-------|-----------------|------------|-----------------|
| $f_0$ | 106,41 MHz      | 105,96 MHz | 105,97 MHz      |
| $Q_0$ | 6700            | 13201      | 12534           |

Grafichiamo inoltre le curve di  $Q_0$  misurato e simulato (figura (4.14)) e le curve della frequenza di risonanza  $f_0$  simulata in funzione della posizione del coupler (figura (4.15)):

Si nota:

- Lo stesso offset tra  $f_0$  simulata e calcolata dell'ordine dei 5 KHz per tutti e tre i punti di lavoro 64 MHz, 88 MHz e 106 MHz

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

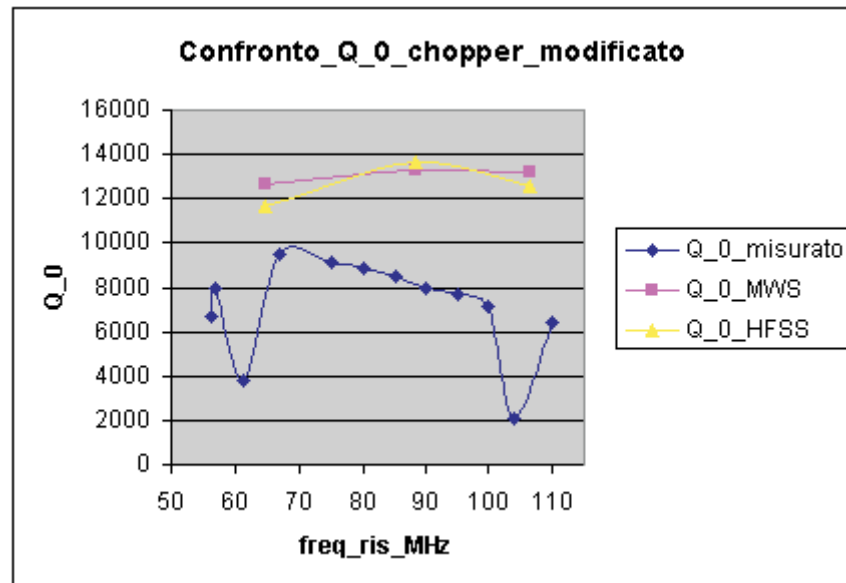


Figura 4.14: Confronto valori di  $Q_0$  misurati e simulati

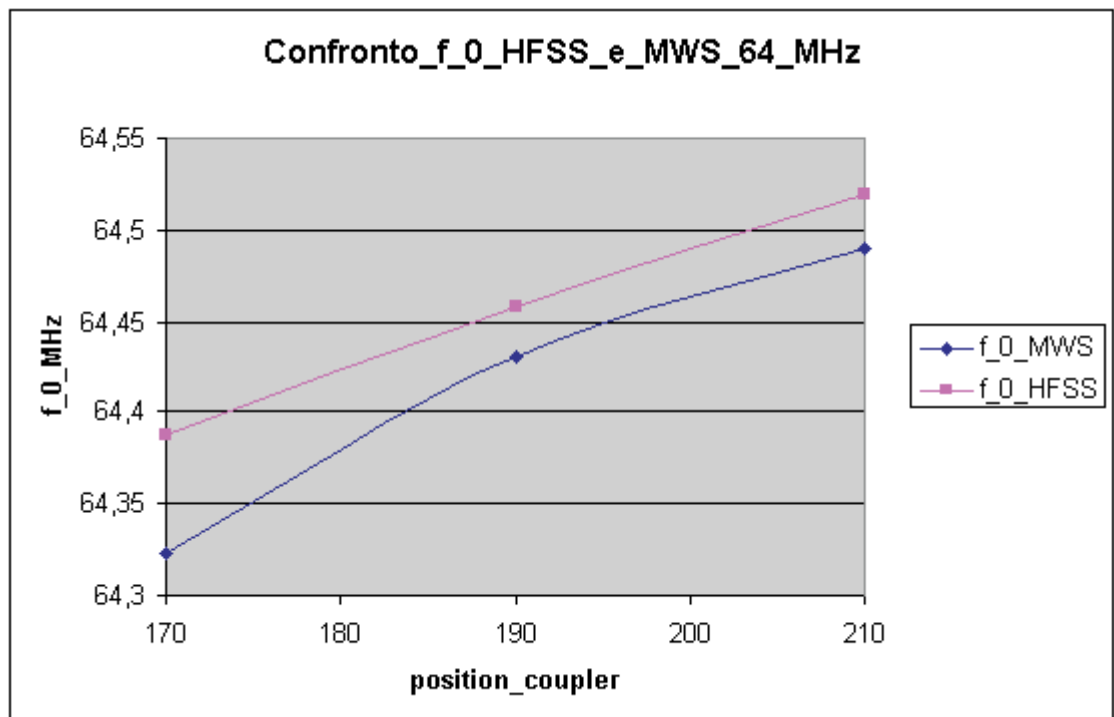


Figura 4.15: Confronto valori di  $f_0$  tra H.F.S.S. e MWS

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

- Valori del fattore di qualità a vuoto  $Q_0$  misurato inferiori ai valori simulati, peggiori alle alte frequenze. Ciò è attribuibile al fatto che le simulazioni non tengono conto di inevitabili perdite di energia della struttura reale. Infatti le misure sul Chopper 500 non sono state effettuate sotto vuoto bensì sul Chopper in aria: le misure sotto vuoto dovrebbero fornire valori di  $Q_0$  migliori per via di un migliore contatto dei contatti striscianti (la presenza dell'aria comporta inevitabili 'cuscinetti' tra i contatti striscianti e le superfici di contatto, riducendone il contatto e l'attrito). Inoltre alle alte frequenze le prestazioni reali sono peggiori per via della maggiore criticità del sistema: la lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica diventa confrontabile con le imperfezioni meccaniche della cavità.

I parametri  $S$ , il VSWR e le altre quantità citate sopra sono espressioni che forniscono indicazioni sullo stato di accoppiamento del sistema. Per evitare inutili ridondanze, confronteremo solamente il VSWR misurato con quello simulato da H.F.S.S.

Confrontando i valori di VSWR relativi alla configurazione di lavoro a 106 MHz alle tre posizioni di coupler simulate con i valori misurati

Tabella 4.8: Valori misurati di  $f_0$  e di VSWR del Chopper a 106 MHz

| position_coupler | 170 mm      | 190 mm       | 210 mm       |
|------------------|-------------|--------------|--------------|
| $f_0$            | 106,412 MHz | 106,5938 MHz | 106,6865 MHz |
| VSWR             | 3,08        | 1,66         | 1,15         |

Tabella 4.9: Valori di  $f_0$  e di VSWR simulati con H.F.S.S. del Chopper a 106 MHz

| position_coupler | 170 mm      | 190 mm      | 210 mm      |
|------------------|-------------|-------------|-------------|
| $f_0$            | 105,978 MHz | 106,064 MHz | 106,051 MHz |
| VSWR             | 3,63        | 1,61        | 1,47        |

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

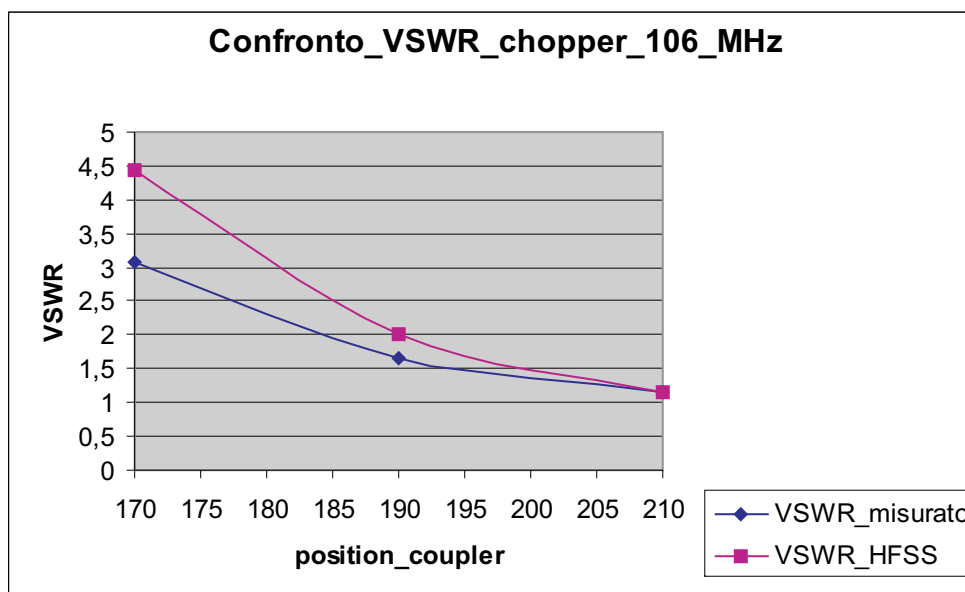


Figura 4.16: Confronto del VSWR del Chopper modificato nella configurazione a 106 MHz

e graficandoli in figura (4.16), si evince un'ottima corrispondenza dei valori. Lo stesso si può dire per l'altra configurazioni di lavoro a 88 MHz (figura (4.17)), ma non per la configurazione a 64 MHz (figura (4.18)).

La capacità di replicare la realtà, di simulare il problema reale può essere considerata la caratteristica principale dei simulatori elettromagnetici. Per certi versi, è anche il loro limite. Da questi confronti sul Chopper 500 si vede come i simulatori impiegati permettano di replicare fedelmente la situazione reale in quanto le piccole differenze che si hanno sono più che accettabili.

Nel prossimo futuro si eseguiranno le misure a vuoto fornendo potenza al Chopper 500. Qualora si presentassero problemi dovuti al cattivo sistema di contatti (i contatti potrebbero per esempio bruciarsi), sarà possibile sostituire i contatti striscianti con contatti a sfera, che sopportano una maggiore densità di corrente[12]. Sarebbe anche interessante misurare la tensione sui piatti, così da fare un confronto

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

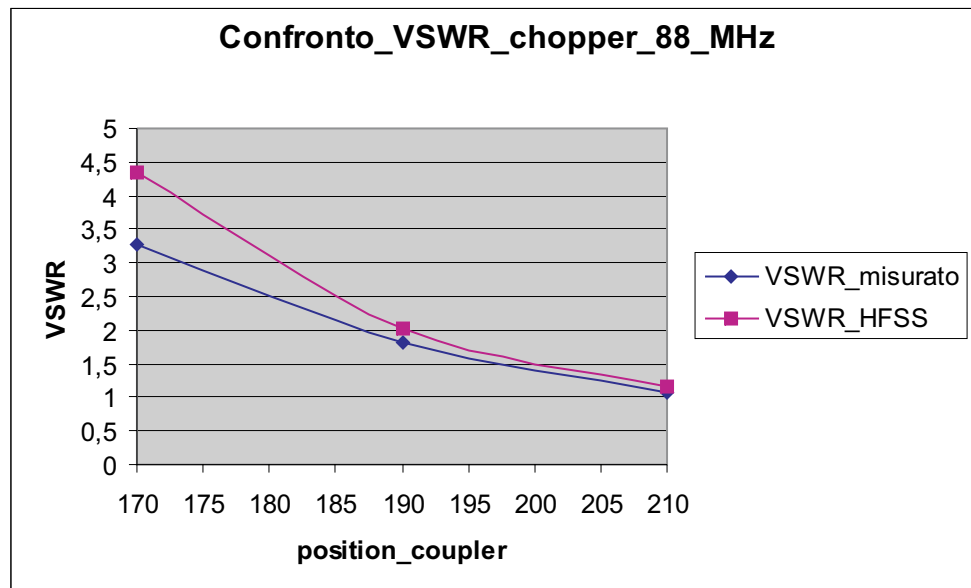


Figura 4.17: Confronto del VSWR del Chopper modificato nella configurazione a 88 MHz

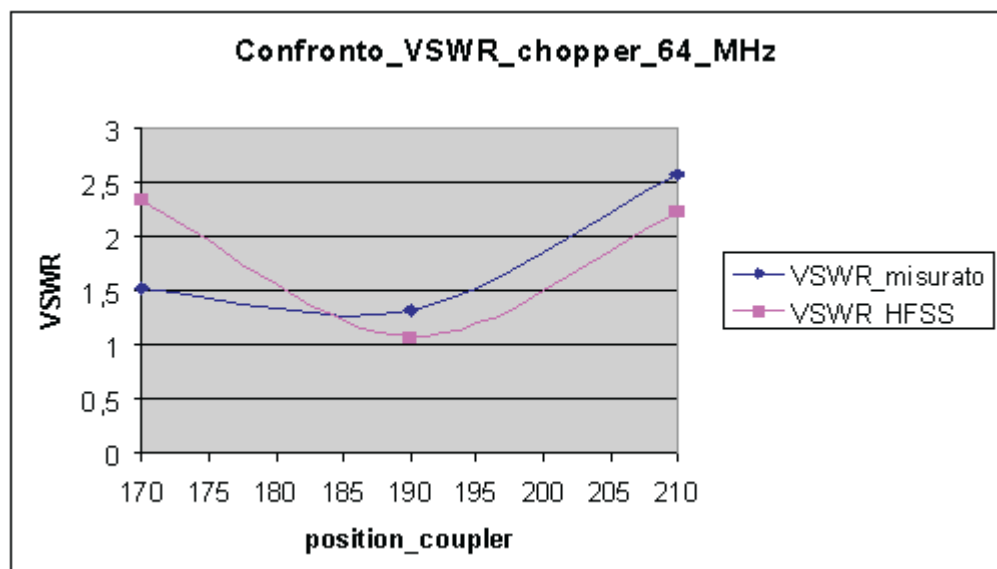


Figura 4.18: Confronto del VSWR del Chopper modificato nella configurazione a 64 MHz: si nota un cattivo matching di valori rispetto agli altri casi

### 4.3 Confronto valori misurati e simulati

---

con i valori di tensione, ca. 200 Kvolt, e di potenza dissipata attesi.

# Appendice A

## Macro utilizzate

Il simulatore H.F.S.S. permette di realizzare delle macro in modo da poter calcolare funzioni, grandezze o diagrammi non accessibili direttamente dal post-processore. La versione che abbiamo utilizzato si poggia su un codice specifico [15], riportiamo le routine più importanti nello sviluppo di questo progetto.

### A.1 Calcoli di energia

Le seguenti macro calcolano l'energia immagazzinata nella cavità, mediata in un periodo, dal campo elettrico e dal campo magnetico. Sebbene queste energie debbano, naturalmente, coincidere, il confronto tra le due è un indicatore della convergenza della soluzione. L'energia totale è, come sappiamo, il doppio di una delle due.

#### A.1.1 Energia immagazzinata dal campo elettrico

Il calcolo dell'energia immagazzinata dal campo elettrico può svolgersi con la seguente macro che utilizza la formula:  $\langle W_e \rangle = \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}^* dV$ , in cui V è il volume che definisce la cavità.

```
Assign volume GetString "Inserisci il solido che definisce la
```

## A.1 Calcoli di energia

---

```
cavità:"
ShowCalc
Enter "E"
Push
Conj
Dot
Real
EnterVolume volume
Integrate
EnterScalar 8.854187827E-012
EnterScalar 0.5
*
*
Evaluate
```

### A.1.2 Energia immagazzinata dal campo magnetico

Il calcolo dell'energia immagazzinata dal campo magnetico viene effettuato dalla funzione che segue. È necessario inserire il nome del solido, di volume  $V$ , che definisce la cavità e la formula utilizzata è:  $\langle W_h \rangle = \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* dV$ .

```
Assign volume GetString "Inserisci il solido che definisce la
cavità:"
ShowCalc
Enter "H"
Push
Conj
Dot
```

## A.2 Calcoli di potenza e fattore di qualità

---

```
Real
EnterVolume volume
Integrate
EnterScalar 1.25663706144E-006
EnterScalar 0.5
*
*
Evaluate
```

## A.2 Calcoli di potenza e fattore di qualità

Le macro di seguito riportate servono a valutare la potenza dissipata ed il fattore di qualità.

### A.2.1 Calcolo della potenza dissipata

Questa è la macro che calcola la potenza dissipata come:

$$\langle P_d \rangle = R_s \int_{\Sigma_p} \left( \hat{n} \times \vec{H} \right) \cdot \left( \hat{n} \times \vec{H} \right)^* d\Sigma_p$$

in cui  $\Sigma_p$  è la superficie dei conduttori. Prima di avviarla occorre definire una lista di facce (faces-list) su cui effettuare i calcoli.

```
Assign faces GetString "Inserisci il nome della faces-list su cui
calcolare la potenza dissipata:"
ShowCalc
Clear
Enter "H"
```

## A.2 Calcoli di potenza e fattore di qualità

---

```
EnterSurface faces
Normal
Cross
Push
Conj
Dot
Real
EnterSurface faces
Integrate
EnterScalar 0.5
EnterScalar 3.14159265358979
EnterFrequency
*
EnterScalar 1.25663706144E-006
*
EnterScalar 58000000
/
Sqrt
*
*
Evaluate
```

### A.2.2 Calcolo del fattore di qualità

Questa macro calcola il fattore di qualità unloaded, per una cavità avente facce appartenenti a una faces-list già definita, come:

$$Q = \frac{2 \langle W_h \rangle}{\langle P_d \rangle}$$

## A.2 Calcoli di potenza e fattore di qualità

---

Assign facesGetString "Inserisci il nome della faces-list su cui  
calcolare la potenza dissipata:"

Assign volume

GetString

"Inserisci il nome del solido che definisce la cavità:"

ShowCalc

Enter "H"

Push

Conj

Dot

Real

EnterVolume volume

Integrate

Push

EnterScalar 0

\*

Enter "H"

EnterSurface faces

Normal

Cross

Push

Conj

Dot

Real

EnterSurface faces

Integrate

EnterScalar 2

## A.2 Calcoli di potenza e fattore di qualità

---

EnterScalar 3.14159265358979

EnterFrequency

\*

EnterScalar

1.25663706144E-006

\*

EnterScalar 1

\*

EnterScalar 5.8E7

\*

Sqrt

\*

1/

\*

+

/

Evaluate

# Bibliografia

- [1] **J.Livingood:** *'Principles of cyclic particle accelerators'*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey.
- [2] **K.Strijckmans:** *'The isochronous cyclotron: principles and recent developments'*, Computerized Medical Imaging and Graphics 25 (2001) 69-78.
- [3] **P. Heikkinen:** *'Cyclotrons'*, CERN 94-01 v 2, pp.805-818.
- [4] **G.Conciauro:** *'Fondamenti di onde elettromagnetiche'*, McGraw-Hill.
- [5] **S.Barbarino:** *'Appunti di Campi Elettromagnetici'*.
- [6] **S.Barbarino:** *'Appunti di Microonde'*.
- [7] **I.Campisi:** *'Fundamental power couplers for superconducting cavities'*, Thomas Jefferson National Accelerator Facility.
- [8] **I.Campisi:** *'State of art power couplers for superconducting RF cavities'*, Proceedings of EPAC 2002, Paris, France.
- [9] **S.Belomestnykh:** *'High average power fundamental input couplers for the Cornell University ERL: requirements, design challenges and first ideas'*, ERL 02-8, 9 September 2002.

## BIBLIOGRAFIA

---

- [10] **R.Orta:** *‘Teoria delle linee di trasmissione’*, Comunicazione privata, Marzo 1999.
- [11] **L.Vicetti:** *‘Linee di trasmissione nel dominio della frequenza’*, Comunicazione privata.
- [12] **C.Sabato:** *‘Prove di funzionamento della cavità prototipo del ciclotrone superconduttore di Milano’*, Università degli studi di Milano.
- [13] **D.Pozar:** *‘Microwave Engineering’*, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [14] **M.Berenc:** *‘Simulation and measurement considerations for resonant cavity couplers and extrapolating results to multiple cells and varying conductivities’*, RFI NOTE #005.
- [15] **Ansoft:** *‘Introduction to the Ansoft Macro Language’*, [www.ansoft.com](http://www.ansoft.com).
- [16] **CST:** *‘Computer Simulation Technology’*, [www.cst.de](http://www.cst.de).