

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
CORSO DI LAUREA IN FISICA

DANIELA CAMPO

STUDIO DELL'INFLETTORE A SPIRALE
PER IL CICLOTRONE SUPERCONDUTTORE
DEL PROGETTO SCENT

TESI DI LAUREA



Relatori:

Chiar.mo Prof. S. Lo Nigro

Dott. L. Calabretta

ANNO ACCADEMICO 2004-2005

Indice

INTRODUZIONE	iv
CAPITOLO 1: L'adroterapia	
1.1 Le neoplasie tumorali	1
1.2 La fisica nucleare in medicina	3
1.3 Gli effetti biologici delle radiazioni	8
1.4 Adroterapia con fasci di ioni leggeri	9
CAPITOLO 2: Centri di adroterapia nel mondo	
2.1 Considerazioni generali	15
2.2 Acceleratori usati in adroterapia	16
2.2.1 Il ciclotrone classico	17
2.2.2 Il sincrociclotrone	19
2.2.3 Il ciclotrone AVF (Azimuthally varying Field)	20
2.2.4 Il ciclotrone superconduttore	20
2.2.5 Il sincrotrone	21
2.3 HIMAC facility	22
2.4 GSI facility	25
2.5 CATANA facility	27
CAPITOLO 3: Il progetto SCENT	
3.1 Le motivazioni del progetto	30

3.2 La configurazione del centro	31
3.3 L'acceleratore	33
3.4 Il sistema di scansione e linee di trattamento	36
 CAPITOLO 4: Il ciclotrone	
4.1 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole	40
4.2 Il funzionamento del ciclotrone	45
4.2.1 Dinamica assiale	46
4.2.2 Dinamica radiale	49
4.3 Il ciclotrone AVF o isocrono	51
4.3.1 L'isocronismo	55
4.3.2 La focalizzazione nei ciclotroni AVF	56
4.4 Iniezione ed estrazione del fascio nei ciclotroni	57
4.4.1 Estrazione mediante deflettori elettrostatici	57
4.4.2 Estrazione per stripping	59
4.5 L'accelerazione nei ciclotroni	60
4.6 Le risonanze	65
 CAPITOLO 5: Il sistema di iniezione del fascio	
5.1 Generalità sui sistemi di iniezione	67
5.2 Iniezione di fasci neutri	69
5.3 Iniezione radiale	70
5.3.1 Iniezione trocoidale	70
5.3.2 Iniezione con campi elettrici schermanti	71
5.3.3 Iniezione di fasci preaccelerati	72
5.3.4 Iniezione nei ciclotroni a settori separati	73
5.4 Iniezione assiale	73
5.4.1 Inflettore a specchio	
elettrostatico	74
5.4.2 Inflettore iperbolico	
76	5.4.3 Inflettore a spirale
78	5.4.4 Axial hole
78	5.5 Equazioni e parametri dell'inflettore a spirale
	79

5.5.1 Equazioni parametriche della traiettoria centrale	79
5.5.2 Forma degli elettrodi	89
5.5.3 Il parametro K	93
5.5.4 L'effetto di fringing del campo elettrico	99
 CAPITOLO 6: Elaborazione dell'inflettore	
6.1 Descrizione della procedura	102
6.2 Studio della traiettoria centrale	104
6.3 Determinazione delle superfici dell'inflettore	110
6.4 Modello dell'inflettore	115
6.5 Le simulazioni	117
6.5.1 Costruzione del "fascio"	120
6.5.2 Analisi dei risultati delle simulazioni	120
 CAPITOLO 7: L'inflettore a spirale per il ciclotrone del progetto SCENT	
7.1 Le caratteristiche	121
7.2 Calcolo dei parametri liberi e della traiettoria di riferimento	123
7.3 Modello dell'inflettore	127
7.4 Risultati	129
 CONCLUSIONI	137
 APPENDICE A: I programmi in MATLAB	140
 BIBLIOGRAFIA	141

Introduzione

Questo lavoro di tesi è stato svolto presso i Laboratori Nazionali del Sud di Catania nell'ambito della realizzazione del progetto SCENT, lo studio di un nuovo ciclotrone superconduttore approvato dalla commissione V dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare.

L'obiettivo principale è la determinazione delle caratteristiche del sistema di iniezione del fascio all'interno del ciclotrone e, in modo particolare, dell'inflettore a spirale.

Il progetto SCENT mira alla realizzazione di un nuovo centro di adroterapia, dove sarà possibile trattare diversi tipi di neoplasie con fasci di particelle: il ciclotrone superconduttore è stato infatti progettato per produrre fasci di protoni e di ioni carbonio con energia sufficientemente alta per effettuare questo tipo di applicazioni medicali.

Nel primo capitolo, si illustrano i vantaggi offerti dall'adroterapia rispetto alle tecniche convenzionali di trattamento dei tumori.

Nel secondo capitolo, si confrontano gli acceleratori utilizzabili per applicazioni medicali e si descrivono alcuni dei più importanti centri di adroterapia già esistenti.

Il terzo capitolo parla del progetto SCENT, delle sue caratteristiche e dei risultati vantaggiosi che si potrebbero ottenere: si spiega l'importanza del progetto.

Le caratteristiche ed il funzionamento del ciclotrone superconduttore sono descritte nel quarto capitolo. Si studiano i fattori e le problematiche che rendono il

ciclotrone un acceleratore complesso, ma che consentono di ottenere ottimi risultati nella produzione di fasci energetici ed intensi, cioè con le proprietà richieste per le applicazioni medicali.

Nel quinto capitolo, si descrivono alcuni esempi di sistemi di iniezione del fascio e si tratta in modo accurato l'inflettore a spirale, per comprenderne il funzionamento ed i fattori dai quali dipende.

Il sesto capitolo è la descrizione della procedura ideata *ad hoc* per la determinazione della geometria e la costruzione del modello dell'inflettore; lo studio del modello tridimensionale con dei programmi di simulazione permette di acquisire molte informazioni utili per il perfezionamento del dispositivo e per la sua esatta costruzione meccanica.

Nel settimo capitolo, si illustrano le caratteristiche dell'inflettore a spirale costruito appositamente per il ciclotrone del progetto SCENT grazie alla procedura messa a punto.

Il risultato finale è soddisfacente: le prove di simulazione hanno rilevato che il modello ha le proprietà necessarie per essere utilizzato nel sistema di iniezione del ciclotrone superconduttore del progetto SCENT.

Capitolo 1

L'ADROTERAPIA

1.1 Le neoplasie tumorali

Le neoplasie tumorali sono delle patologie caratterizzate dallo sviluppo anomalo di cellule che si moltiplicano in modo incontrollato danneggiando l'organismo umano.

Questi agglomerati di cellule sono chiamati solitamente tumori e suddivisi in benigni e maligni, secondo la struttura del tessuto e la capacità invasiva; alcuni tipi di tumori benigni possono diventare maligni e non possono essere rimossi quando interessano tessuti nervosi con funzioni importanti. Più comunemente, si utilizza il termine cancro, soprattutto per indicare la presenza di un tumore maligno.

Le cellule cancerose sono clonali, perché derivano dalla stessa cellula iniziale sana che si è modificata; non sono né differenziate tra loro né sembrano coordinate e possono diffondersi nell'organismo formando successivi ammassi tumorali. Ogni cellula è autonoma, cresce con modalità diverse rispetto sia alle altre cellule malate, sia a quelle delle cellule sane; più le cellule malate differiscono dal tessuto in cui si sviluppano, maggiori sono la velocità di crescita e la malignità.

A seconda del tessuto in cui si è sviluppata la prima cellula tumorale, si riconoscono tre categorie di cancro:

- i sarcomi;
- i carcinomi;

- le leucemie ed i linfomi.

I sarcomi si sviluppano nei tessuti adiposi ed in quelli connettivi, cioè ossa, cartilagini, nervi, vasi sanguigni e muscoli; i carcinomi derivano dai tessuti epiteliali che rivestono le cavità interne, come la cute e le mucose, e dai tessuti ghiandolari, come la prostata e la ghiandola mammaria. Le leucemie ed i linfomi invece si formano negli organi emopoietici e nel sistema linfatico.

Le cellule cancerose si formano attraverso più fasi caratterizzate da una serie di errori genetici irreversibili, dovuti a malattie congenite o genetiche oppure all'esposizione ad agenti cancerogeni chimici o biologici.

Ogni cellula contiene i cromosomi, che sono formati dall'acido desossiribonucleico (DNA) e dai geni; quando una cellula si divide, il DNA è duplicato e ripartito tra le due cellule figlie. Durante la duplicazione però alcuni geni possono essere erroneamente modificati ed ereditati dalle cellule figlie: se i geni modificati sono coinvolti nello sviluppo cellulare, la cellula può diventare cancerosa.

Le cellule cancerose si possono diffondere nei tessuti circostanti per estensione diretta o per infiltrazione e sono capaci di raggiungere anche altri tessuti più distanti formando delle metastasi. Infatti, molti tipi di cancro sono in grado di produrre ed immettere nel sangue e nel sistema linfatico cellule malate, che sono così trasportate dai vasi sanguigni e da quelli linfatici; queste cellule possono penetrare in altri tessuti attraversando le pareti dei vasi o possono restare bloccate quando i vasi diventano molto sottili, come si verifica in organi quali polmoni e fegato: nel nuovo tessuto le cellule malate possono crescere fino a diventare un tumore o formare un piccolo agglomerato, che inizialmente resta inattivo e dopo molti anni può provocare una recidiva del cancro.

Oltre che dalle caratteristiche delle cellule iniziali e da quanto queste differiscono dal tessuto in cui si sviluppano, la crescita e la malignità del tumore sono influenzate dall'atipia, dall'eterogeneità delle sue cellule: è un fattore che aumenta nel tempo e dipende dalle mutazioni e che porta alla formazione di un tessuto sempre più resistente alle terapie.

Si definiscono quattro stadi della malattia, dipendenti dalle caratteristiche e dall'estensione del tessuto malato: lo stadio primario e quello secondario indicano

tumori ancora localizzati, lo stadio terziario si riferisce a tumori estesi anche ai linfonodi della regione corporea, mentre lo stadio quaternario indica un tumore con metastasi lontane dal sito di origine.

È evidente che per contrastare la malattia sono fondamentali una diagnosi precoce e delle terapie appropriate ed efficaci, in grado di eliminare le masse tumorali senza danneggiare i tessuti sani.

La fisica nucleare offre diversi metodi di diagnosi e terapie più efficienti dei classici interventi chirurgici, perché meno invasive e capaci di curare anche tumori non più operabili: permettono quindi di ridurre i tempi di ripresa e la possibile invalidità dei pazienti.

1.2 La fisica nucleare in medicina

Le prime applicazioni della fisica nucleare in medicina risalgono a più di cent'anni fa, quando si osservarono gli effetti prodotti dalle radiazioni sui tessuti dell'organismo umano; da allora le proprietà dei fasci di particelle ionizzanti sono state sfruttate per mettere a punto dei trattamenti con una precisione ed un'efficacia sempre maggiori.

I primi trattamenti furono realizzati con raggi X, anche se non era possibile raggiungere tessuti profondi e gli effetti terapeutici erano poco chiari. Negli anni venti, si introdussero i trattamenti con raggi γ prodotti dal radio, raggi X più energetici prodotti da elettroni accelerati e raggi γ prodotti da sorgenti contenenti cobalto radioattivo.

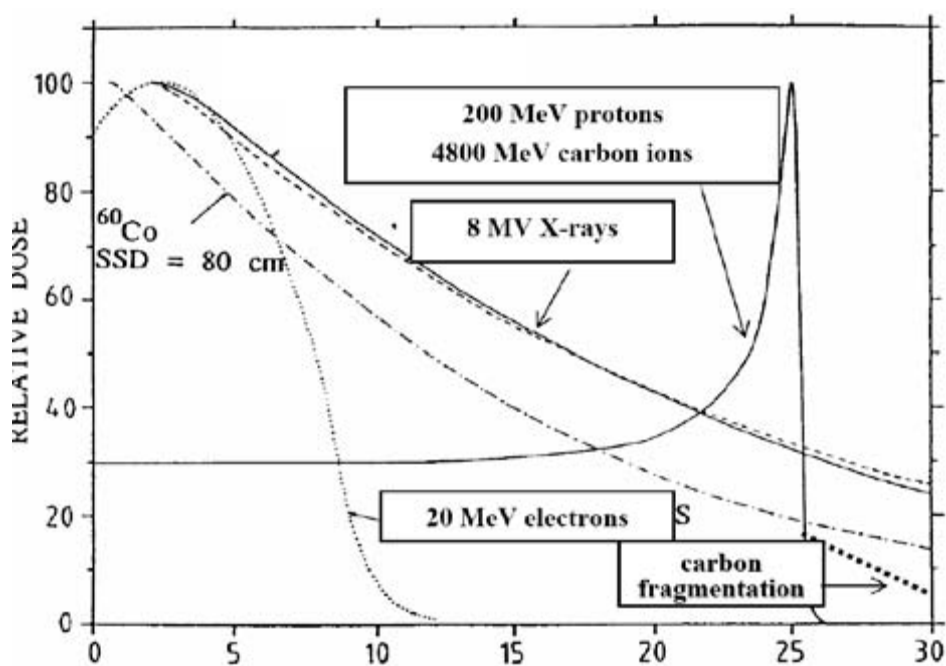
L'utilizzo di fasci di particelle nucleari in terapie mediche fu proposto per la prima volta da Robert R. Wilson nel 1946 e realizzato due anni dopo a Berkeley grazie al ciclotrone ideato da Lawrence, Tobias e Anger. Wilson notò che fasci monoenergetici di protoni, quando incidono su un bersaglio, possono essere ben focalizzati, hanno una bassa diffusione laterale e, soprattutto, depositano la maggior parte della loro energia nella parte finale della traiettoria, detta "picco di Bragg": questa proprietà era infatti già stata osservata da Bragg per le particelle α . Queste caratteristiche implicano che, variando opportunamente l'energia del fascio, è

possibile irradiare una regione limitata uniformemente e con l'intensità desiderata, mentre le regioni confinanti ricevono solo una dose bassa. Alcuni anni dopo Lawrence, Tobias ed Anger confermarono sperimentalmente quanto predetto da Wilson sulle proprietà di protoni, deutoni e particelle α e dimostrarono l'applicabilità dei fasci alla medicina con accurati test radiobiologici [1].

Oggi, l'adroterapia comprende tutti i trattamenti medicali che sfruttano l'azione di fasci di protoni, nuclei di elio e di particelle pesanti, come carbonio e neon [2]. L'applicabilità ed i buoni risultati sono dovuti anche allo sviluppo di nuove tecniche di diagnosi, come la tomografia computerizzata (CT) per l'analisi dei tessuti densi e la risonanza magnetica (MRI) per quella dei tessuti delicati, gli ultra suoni (US), la scintigrafia o tomografia per emissione di positroni (PET), che permettono di determinare forma e posizione dei tessuti tumorali.

L'efficacia delle terapie basate sulle radiazioni dipende da fattori legati alle composizioni del tumore e del tessuto sano ed alle caratteristiche dei fasci utilizzati, come la dose assorbita (D), la dispersione laterale (straggling), l'energia lineare trasferita (LET) dalla radiazione, l'ossigeno contenuto nei tessuti irradiati, il danno biologico effettivo (RBE) arrecato dalla radiazione al tessuto, la dose efficace (E).

La dose assorbita esprime la quantità di energia depositata a livello

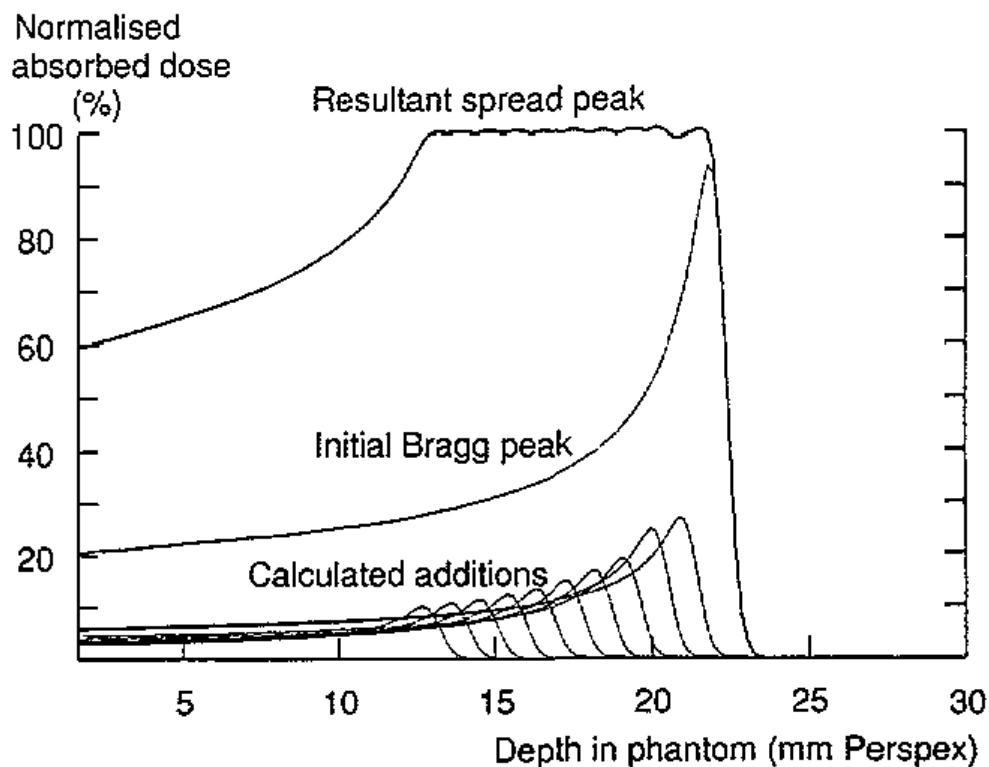


Dipendenza dalla profondità raggiunta della dose depositata per diverse radiazioni

macroscopico, cioè misura l'energia assorbita per unità di massa dal tessuto; si misura in Gray o in rad. Radiazioni quali raggi γ , fotoni di brehmsstrahlung ed elettroni depositano nel tessuto umano una dose che è massima in superficie e decresce all'aumentare della profondità raggiunta. In particolare, nel caso dei fotoni, la dose depositata ha un andamento esponenziale decrescente e la radiazione danneggia buona parte dei tessuti sani che circondano il tumore; poiché i fotoni interagiscono con il tessuto con fenomeni come l'effetto fotoelettrico e la diffusione inelastica, si osserva un allargamento laterale del fascio (straggling). Inoltre bisogna considerare gli effetti dovuti agli elettroni secondari prodotti, che costituiscono una radiazione indirettamente ionizzante [5].

Particelle cariche come protoni e ioni, depositando la maggior parte dell'energia nel tratto finale del percorso nel tessuto, danneggiano poco gli strati superficiali e, grazie alla massa, sono meno soggetti alla diffusione laterale ed all'allargamento del fascio.

La profondità alla quale si osserva il picco di Bragg dipende dall'energia iniziale del fascio, mentre la larghezza è determinata dallo spread energetico del



Esempio di picco di Bragg allargato (SOBP) con la modulazione del fascio

fascio: con particolari variazioni è possibile irradiare uniformemente ed in modo preciso anche tumori di dimensioni più grandi del picco di Bragg. Infatti, la forma del picco si può modellare accuratamente variando l'energia del fascio in uscita dall'acceleratore, usando dei collimatori speciali o inserendo lungo il percorso del fascio degli spessori variabili di materiale assorbente, detti "tessuto equivalente" o modulatori: in tal modo è possibile far sovrapporre più picchi di Bragg ed ottenere uno "Spread-Out Bragg Peak" (SOBP) [6], ovvero un picco più largo capace di irradiare per intero il tumore.

Il LET è definito come l'energia depositata da una particella carica nell'unità di percorso e si misura in keV/ μm , dipende dalla carica e dall'energia della particella e varia con la profondità raggiunta [7]. Maggiore è il LET, maggiore è il danno biologico arrecato al tessuto.

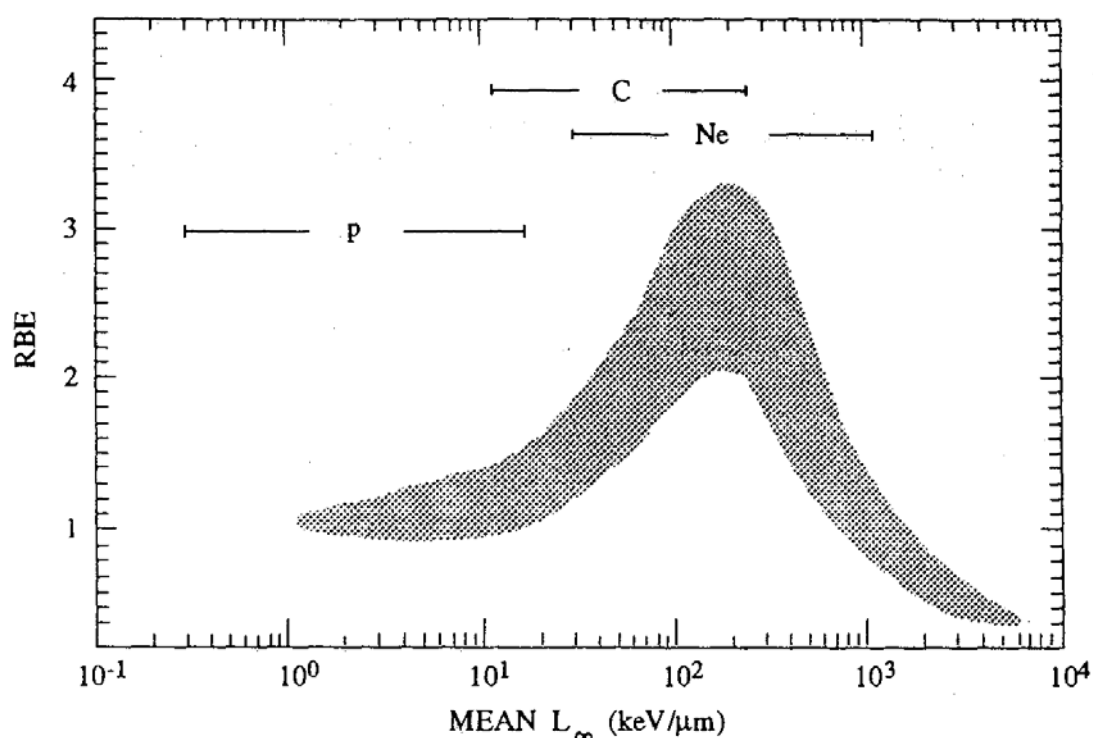
Mentre i fotoni hanno un LET basso lungo tutto il percorso all'interno del tessuto, quello dei protoni e degli ioni più pesanti è basso per buona parte del percorso e nella parte finale, in corrispondenza del picco di Bragg, acquista un valore alto: per i protoni il LET può variare da 10 a 100 keV/ μm , per ioni come neon e carbonio può assumere anche valori più alti. Le radiazioni a basso LET sono più semplici da produrre e trasportare, ma quelle ad alto LET producono degli effetti terapeutici migliori: la differenza di radio-sensibilità tra cellule di tipo diverso è ridotta, anche durante le fasi del ciclo mitotico, e si verificano meno fenomeni di riparazione, cioè meno differenza tra le cellule sottoposte ad irradiazione frazionata.

Tabella. LET di particelle e radiazioni ionizzanti di interesse in radiobiologia

Particles	Charge	Energy (MeV)	$L_{\square}$ (keV/ μm)
Electrons	-1	0.01	2.30
		0.1	0.42
		1.0	0.25
		Cobalt-60 γ rays 4-25 MV photons	0.2–2
Protons	+1	2	16
		5	8
		10	4
		200	0.4
Alfa particles	+2	5	95
Neutrons	0	14	3–30
Carbon ions = C ⁺⁶	+6	400 - 10 MeV/u	15–200

L'effetto biologico della radiazione dipende dalla quantità di ossigeno presente nelle cellule: le neoplasie ipossiche sono più resistenti di quelle ben ossigenate ed è necessario irradiarle con una dose più intensa. L'"Oxygen Enhancement Ratio" (OER) è definito come il rapporto tra le dosi richieste per produrre un certo effetto in assenza ed in presenza di ossigeno, e rappresenta la difficoltà di irradiare le cellule ipossiche del tumore senza danneggiare irreparabilmente i tessuti sani vicini. L'OER decresce all'aumentare del LET: vale circa tre per le radiazioni convenzionali, che sono a basso LET, è pari ad uno per particelle che hanno un LET maggiore di 100 keV/μm. Si osserva quindi che le radiazioni ad alto LET sono più efficaci sulle cellule ipossiche.

Poiché la dose assorbita non è un buon fattore per la valutazione degli effetti biologici, si utilizza il "Relative Biological Effectiveness" (RBE), detto anche dose equivalente (De): questo parametro misura l'incremento degli effetti prodotti da radiazioni più o meno ionizzanti [8]. Più esattamente, l'RBE è il rapporto tra le dosi assorbite di una radiazione di riferimento ed una di test necessarie a produrre lo stesso effetto su un certo sistema biologico; come dose di riferimento si utilizza



Variazione del RBE in funzione del LET. L'RBE è massimo per un LET pari a circa 100 keV/μm e diminuisce per valori di energia depositata maggiori.

quella prodotta da raggi X da 250 keV. L'RBE dipende dalla dose tramite il fattore di qualità Q ed il fattore D_F :

$$RBE = D \cdot D_F \cdot Q$$

Il fattore di qualità Q dipende dal tipo di radiazione e dalla sua energia; il fattore D_F invece è un fattore correttivo che considera l'intensità ed il frazionamento della dose, la distribuzione dei radionuclidi nel tessuto.

Un ulteriore parametro per valutare l'azione delle radiazioni è la dose efficace (E), che è la somma delle dosi equivalenti negli organi o tessuti umani pesate mediante i danni relativi causati agli organi interessati:

$$E = \sum_i F_{p_i} D_{e_i}$$

dove F_p è la sensibilità dei tessuti e degli organi alla radiazione.

Per valutare l'efficacia di un trattamento e le modalità più adatte per applicarlo è necessario considerare tutti i fattori ed i parametri descritti. Inoltre, è bene stimare la durata del trattamento, il tempo necessario per colpire le cellule malate senza danneggiare i tessuti sani.

1.3 Gli effetti biologici delle radiazioni

E' importante capire come l'irraggiamento danneggia i tessuti umani. Il passaggio della radiazione naturale o artificiale nel tessuto induce fenomeni di ionizzazione ed eccitazione: questi agiscono sul DNA e causano la rottura o l'alterazione dei legami biochimici che regolano le funzioni vitali delle cellule.

Il DNA è costituito da due catene molecolari di forma elicoidale: quando l'energia ceduta dalla radiazione provoca la rottura di una delle due eliche, la cellula può morire o può essere riparata dai sistemi enzimatici che rimuovono il tratto danneggiato e lo sostituiscono con un pezzo creato per sintesi e copiato dall'elica intatta; ma se entrambe le eliche vengono rotte non è semplice ricostruire il DNA. Il danno arrecato al DNA si osserva nella fase di riproduzione della cellula: può

trasmettersi alle cellule figlie o può essere così profondo da impedire la scissione della cellula.

Quando la radiazione attraversa le cellule si possono verificare due casi:

- la radiazione ionizza ed eccita atomi e molecole del DNA, creando dei frammenti carichi chimicamente instabili;
- l'interazione tra la radiazione ed una molecola di H_2O produce i radicali liberi, molecole di $OH^\cdot$ dannose per il DNA.

Nel primo caso si parla di danno diretto, nel secondo di danno indiretto: a causa dell'alta presenza di acqua nei tessuti, il danno indiretto è molto più frequente.

Infatti, l'organismo umano è composto per circa il 70-80% da acqua: la ionizzazione di una molecola di H_2O produce uno ione H_2O^+ ed un e^- ; lo ione H_2O^+ si separa successivamente in H^+ e $OH^\cdot$, mentre l' e^- interagisce con altre molecole di H_2O formando $H + OH^\cdot$. Ciò giustifica la necessità di valutare il fattore OER.

All'aumentare del LET, la radiazione provoca al DNA delle lesioni sempre più gravi e più difficili da riparare. Le particelle pesanti, che hanno un RBE alto, sono più dannose: ad esempio, a parità di energia iniziale, il carbonio rilascia una maggiore energia per unità di lunghezza rispetto ai più leggeri protoni e particelle α , quindi ha una maggiore probabilità di danneggiare il tumore; particelle lente e pesanti causano fenomeni di ionizzazione concentrati, che hanno un'alta probabilità di spezzare entrambe le eliche del DNA.

I tessuti sottoposti all'irraggiamento hanno tempi di risposta più o meno lunghi: pelle, intestino e testicoli reagiscono velocemente, mentre midollo spinale, reni, polmoni, vescica richiedono tempi più lunghi.

1.4 Adroterapia con fasci di ioni leggeri

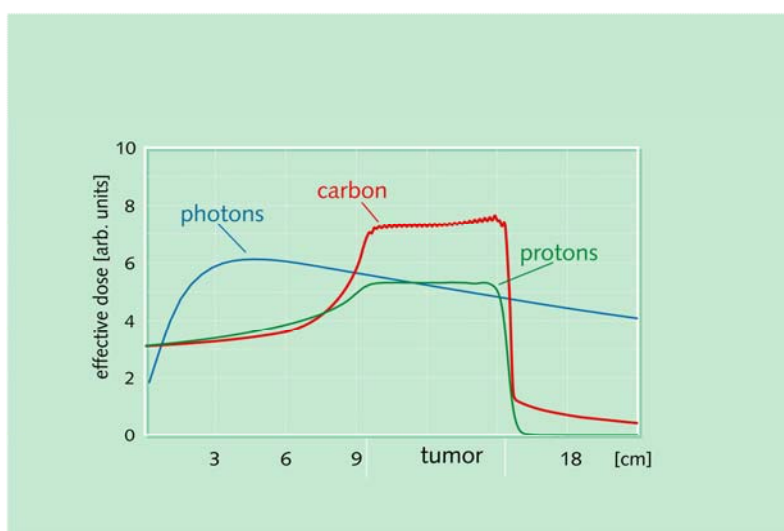
Nell'ambito dell'”*Intensity Modulate Hadron Therapy*” (IMHT), l'utilizzo di fasci di protoni ed ioni leggeri è conveniente per tre proprietà fisiche:

- l'attraversamento dei tessuti avviene con una diffusione trascurabile;
- l'energia è depositata alla fine del percorso attraverso il tessuto, in un volume ben localizzato;

- poiché sono particelle cariche, è possibile produrre fasci sottili e con una profondità di penetrazione variabile, in modo da irradiare accuratamente e velocemente diversi tipi di tumore.

Inoltre, si è già osservata la maggiore efficacia sui tumori profondi ipossici rispetto alle terapie convenzionali.

Negli ultimi anni, le ricerche effettuate hanno rilevato che gli ioni con numero di carica $Z = 2 - 6$, cioè tra le particelle α e gli ioni di carbonio, sono i più adatti ad essere utilizzati per trattamenti medicali. Infatti, valori del LET maggiori di 20 keV/ μm possono essere confinati nel volume del tumore; la frammentazione degli ioni incidenti in ioni più leggeri con una carica più piccola (e quindi con un picco di Bragg situato più in profondità) causa la formazione di una coda nella distribuzione dell'energia, ma ciò dà un piccolo effetto sulla distribuzione della dose. Fasci di ioni leggeri come quelli indicati in tabella sono particolarmente adatti ai trattamenti terapeutici; bisogna però considerare che durante l'irraggiamento le parti del tumore saranno trattate con ioni che hanno un LET diverso.



Confronto tra le dosi biologiche effettive depositate da fotoni, protoni e ioni carbonio. L'aumento dell'energia depositata alla fine della traiettoria della particella e l'alta efficienza biologica degli ioni sono le caratteristiche che li rendono gli strumenti ideali per il trattamento dei tumori situati in profondità.

La scelta del tipo di radiazione da utilizzare dipende anzitutto dalla profondità di penetrazione da raggiungere e dalla posizione in cui si vuole ottenere il picco di Bragg; l'energia necessaria allo ione, invece, determina il tipo di acceleratore da

utilizzare, perché maggiore è la massa dello ione maggiore deve essere l'energia d'incidenza per raggiungere la profondità di penetrazione richiesta.

Da misure effettuate in acqua, si osserva che ad un'energia di 250 A MeV i protoni raggiungono una profondità massima di 37 cm, gli ioni litio arrivano a 24 cm e gli ioni carbonio arrivano a 12.8 cm; affinché gli ioni carbonio arrivino a 30 cm, è necessaria un'energia di 400 A MeV.

Ioni più pesanti di quelli già menzionati richiedono energie ancora più alte e sono caratterizzati da un plateau alto nella dose ceduta prima di raggiungere il bersaglio, quindi sono più adatti alla cura delle neoplasie superficiali.

I tessuti che si trovano oltre il volume del tumore vengono irradiati dai frammenti prodotti dalla radiazione incidente: si osserva che il rapporto tra l'energia depositata al picco e quella che invece va oltre dipende dalla massa dello ione ed è

Tabella. Proprietà di ioni utilizzabili in adroterapia

Charged particle	E [MeV/u]	p [MeV/c]	p at inject. [MeV/c]	LET [keV/□m] at various residual ranges in water [cm]				
${}_M^ZN^Z$	<i>range</i> <i>26.2 cm</i>	<i>range</i> <i>26.2 cm</i>	$E = 7$ <i>MeV/u</i>	26.2	15	7	3	0.1
${}^1\text{H}^{+1}$	200.0	645	115	0.5	0.6	0.8	1.1	4.8
${}^4\text{He}^{+2}$	202.0	2580	457	1.8	2.2	3.1	4.4	20.0
${}^7\text{Li}^{+3}$	234.3	4905	800	3.7	4.6	6.2	8.9	40.0
${}^{11}\text{B}^{+5}$	329.5	9350	1260	8.5	10.0	13.5	19.0	87.5
${}^{12}\text{C}^{+6}$	390.7	11260	1370	11.0	13.5	17.5	24.5	112.0
${}^{14}\text{N}^{+7}$	430.5	13910	1600	14.5	17.5	22.5	31.5	142.0
${}^{16}\text{O}^{+8}$	468.0	16710	1830	18.0	21.5	28.0	39.0	175.0

del 15% per gli ioni di litio e carbonio, ma può superare il 30% per gli ioni di neon. Questo effetto diminuisce la precisione del fascio ed aumenta la probabilità di danneggiare i tessuti sani situati intorno al tumore: quindi, è preferibile utilizzare ioni più leggeri dell'ossigeno.

L'intensità del fascio deve tener conto della forma e della posizione del tumore, della dose necessaria a danneggiarlo e della durata del trattamento; l'intensità in uscita dall'acceleratore deve essere maggiore di quella richiesta dal

trattamento, perché bisogna tener conto delle possibili perdite durante il trasporto del fascio. Il limite superiore dell'intensità del fascio è fissato da una dose di 5 Gy/min su un bersaglio di 20 cm di diametro: si osserva che il rate è tanto più piccolo quanto più pesanti sono le particelle.

La risposta dei tessuti alla radiazione è non lineare: oltre una certa soglia critica per la quale la risposta è piccola, il rate di sopravvivenza crolla a zero in un range di dose molto piccolo. Di conseguenza, bisogna controllare accuratamente la dose inviata in ogni elemento del campo di trattamento, per ottenere la risposta desiderata dal tumore e ridurre gli effetti nel tessuto sano: si richiede un'accuratezza pari a $\pm 2\%$. Si osserva che ogni elemento di volume della targhetta non riceve solo la dose rilasciata dalle particelle che si fermano in esso, ma c'è anche un contributo dovuto alle particelle che lo attraversano per raggiungere strati più profondi. In fase di pianificazione del trattamento, si considerano questi effetti, si converte la dose desiderata in ciascun elemento di volume della targhetta nel numero di particelle che è necessario inviare per ottenerla: esistono due diverse tecniche di "beam delivery", 2-D delivery e 3-D delivery, che permettono di ottimizzare l'uniformità e l'accuratezza del trattamento [9-10].

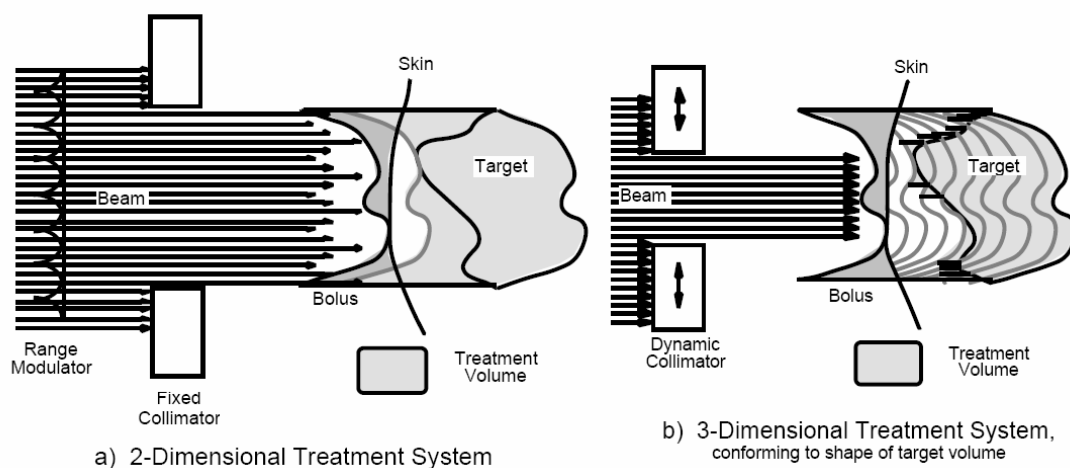
Tabella. Intensità del fascio.

Ione	C	N	O	Ne	Ar
Intensità del fascio sul bersaglio (particelle/secondi)	$1 \cdot 10^9$	$9 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^8$

I sistemi 2-D delivery si dicono passivi. Il più semplice consiste in un insieme di elementi di scattering: l'iterazione tra il fascio e questi elementi appiattisce la distribuzione gaussiana del fascio; si ottengono campi di protoni con diametro maggiore di 30 cm. Per fasci di particelle più pesanti e con una rigidità maggiore, lo scattering non è sufficientemente efficace e si utilizzano dei sistemi magnetici, detti "wobbling", che muovono il fascio descrivendo delle figure geometriche concentriche, come cerchi e rettangoli; la forma dello spot del fascio si allarga di pochi centimetri ed i margini della distribuzione sono tali da garantire una distribuzione piatta del campo. In entrambi i casi, la modulazione in profondità è

realizzata con dei “ridge filters”, delle placche in ottone opportunamente scanalate con spessori di materiali che rallentano il fascio; l'SOBP risultante produce la stessa distribuzione di dose per tutta la profondità del campo ed al variare dei filtri si ottengono campi con SOBP di tanti spessori. Il campo di trattamento ha però una simmetria cilindrica: il volume del trattamento modellato dal collimatore mantiene questa simmetria e contiene oltre all'intera massa tumorale, anche dei tessuti sani che ricevono tutta la dose terapeutica.

I sistemi 3-D delivery sono detti “attivi” e permettono di sagomare il campo di trattamento in una forma tridimensionale arbitraria, riducendo la quantità di tessuto normale irradiato. Con il sistema di scansione “pencil-beam” o “raster”, è possibile controllare un fascio dal diametro compreso tra 5 e 10 mm in direzione trasversale mediante dei magneti ed in profondità tramite l'energia: il fascio resta in una certa posizione giusto il tempo necessario affinché depositi la dose desiderata per ciascun elemento di volume del bersaglio. Poiché i bersagli sono suddivisi in molti elementi di volume di dimensione minore di quella del fascio di un fattore 2 o 3, sorgono delle difficoltà relative ai tempi legati al rate della dose ed alla dosimetria: infatti, il tempo di sosta del fascio su ciascun elemento di volume dovrebbe essere di poche



Rappresentazione schematica dei sistemi di beam delivery. a) Sistema “passivo” classico con un range-modulator “filter”, che allarga la distribuzione della posizione finale raggiunta dalle particelle intorno al massimo spessore del tumore, ed un collimatore statico, che sagoma il campo per coprire anche l'estensione laterale del tumore. b) Il collimatore dinamico modella il campo secondo la sezione del bersaglio raggiunta ad ogni valore dell'energia: la dose depositata con questo metodo tiene maggiormente conto delle irregolarità del bersaglio.

centinaia di μs , cioè un intervallo molto piccolo e difficilmente gestibile. Inoltre, questo sistema non garantisce il deposito uniforme della dose.

Un altro sistema di tipo 3-D delivery, mediante un collimatore multi-leaf e dei “range-stacking”, agisce su diversi strati del tumore, dal più profondo al più superficiale, sagomando di volta in volta la sezione del fascio in modo da renderla il più possibile simile al campo di trattamento necessario. In questo modo, l'intero volume riceve la dose necessaria.

Un fattore rilevante da considerare è la respirazione del paziente: soprattutto in prossimità di organi e tessuti delicati, come collo e cervello, bisogna prevedere e considerare la variazione della posizione del tumore ed il possibile irraggiamento dei tessuti sani. Il beam gating è una soluzione a questo problema: un sistema di sensori monitorizza la respirazione del paziente e quindi i movimenti e controlla l'estrazione del fascio, in modo che l'irraggiamento avvenga sempre nello stesso momento del ciclo respiratorio. Con questa tecnica i margini del volume irradiato sono solo di pochi millimetri, contro l'1 – 2 cm dei trattamenti normali; la durata del trattamento è maggiore, ma non più di un fattore due [11-12].

Capitolo 2

CENTRI DI ADROTERAPIA NEL MONDO

2.1 Considerazioni generali

Esistono diversi centri in tutto il mondo dove si utilizzano fasci di particelle cariche per curare vari tipi di neoplasie. Questi centri sono il risultato di un'esperienza maturata in decenni di ricerche in fisica ed in medicina, motivata dalla necessità di trovare una cura da contrapporre ad una malattia che colpisce migliaia di persone di tutte le età ogni anno.

Ciascuno di questi laboratori dispone di un sistema di accelerazione di particelle, scelto in funzione del tipo di trattamenti da effettuare, e quindi del tipo di radiazione da utilizzare e della sua energia. Soprattutto nell'ambito ospedaliero, il sistema di accelerazione deve essere affidabile e facilmente controllabile, deve avere delle dimensioni ridotte ed i costi di produzione e mantenimento non devono essere ingenti.

Bisogna anche curare le linee di trasporto del fascio, soprattutto tra l'uscita dall'acceleratore ed il paziente: è infatti in questa fase che è possibile modellare il fascio per renderlo il più possibile vicino alle condizioni ideali per il trattamento. Le operazioni che consentono di ottimizzare le caratteristiche del fascio devono essere eseguite nel minor tempo possibile, sia per sfruttare al meglio il fascio prodotto, sia per aumentare il numero di trattamenti giornalieri effettuati.

Nei prossimi paragrafi si descriveranno le caratteristiche di alcuni importanti centri esistenti al mondo, dove già da diversi anni si trattano le neoplasie con fasci di particelle cariche con risultati notevoli. Si parlerà dei centri HIMAC (Chiba, Giappone), del GSI (Darmstadt, Germania) e dei LNS (Catania, Italia).

Tabella. Centri di adroterapia.

CENTRE	COUNTRY	PARTICLE	MAX. ENERGY (MeV)	BEAM DIRECTION	START OF TREATMENT	TOTAL PATIENTS TREATED
Harvard, Boston	MA.,USA	P ¹	160	horiz.	1961	9116
ITEP, Moscow	Russia	P ³	200	horiz.	1969	3638
St.Petersburg	Russia	P ²	1000	horiz.	1975	1029
Chiba	Japan	P ³	70	vertical	1979	145
PMRC (1), Tsukuba	Japan	P ³	70	horiz.	1983	700
PSI, Villigen	Switzerland	P ¹	72	horiz.	1984	3712
Dubna	Russia	P ¹	200*	horiz.	1987	198
Uppsala	Sweden	P ^{1,2}	200	horiz.	1989	311
Clatterbridge	England	P ¹	62	horiz.	1989	1201
Loma Linda	CA.,USA	P ¹	250	gantry,horiz.	1990	8203
Nice	France	P ¹	65	horiz.	1991	1951
Orsay	France	P ²	200	horiz.	1991	2157
iThemba Labs	South Africa	P ¹	200	horiz.	1993	442
MPRI	IN.,USA	P ¹	200	horiz.	1993	34
UCSF	CA.,USA	P ¹	60	horiz.	1994	448
HIMAC, Chiba	Japan	Ion ³	800/u	horiz.vertical	1994	1187
TRIUMF, Vancouver	Canada	P ¹	72	horiz.	1995	77
PSI, Villigen	Switzerland	P** ¹	230*	gantry,horiz	1996	129
G.S.I. Darmstadt	Germany	Ion** ³	430/u	horiz.	1997	172
HMI, Berlin	Germany	P ¹	72	horiz.	1998	317
NCC, Kashiwa	Japan	P ¹	235	gantry,horiz	1998	200
Hyogo	Japan	P, Ion ³	230,320	gantry,horiz.	2001	135
PMRC(2), Tsukuba	Japan	P ³	270*	horiz.,vertical	2001	237
NPTC, MGH Boston	USA	P ¹	235	gantry,horiz.	2001	425
INFN-LNS, Catania	Italy	P ¹	60	horiz.	2002	52
Wakasa Bay, Tsuruga	Japan	P ³	200	horizontal and vertical	2002	6

¹⁾ Ciclotrone, ²⁾ SincroCiclotrone, ³⁾ Sincrotrone

* degraded beam, ** with beam scanning (all others with spread beam)

2.2 Acceleratori usati in adroterapia

Ogni centro di adroterapia dispone di un sistema di accelerazione del fascio, progettato appositamente per applicazioni medicali o costruito per la ricerca in fisica

nucleare. I sistemi di accelerazione utilizzati sono prevalentemente macchine circolari, il cui principio di funzionamento si basa sulla forza di Lorentz.

Una particella carica in presenza di un campo magnetico è soggetta agli effetti della forza di Lorentz e descrive una traiettoria circolare con una frequenza che dipende solo dall'intensità del campo magnetico e dalla massa e dalla carica della particella stessa; finché gli effetti relativistici si possono trascurare, si può considerare la frequenza indipendente dal momento della particella.

Se si sottopone la particella ad un'accelerazione mediante l'azione di sistemi a radiofrequenza (RF), la variazione della quantità di moto implica l'aumento del raggio di curvatura della traiettoria: il percorso non è più circolare, ma ha la forma caratteristica di spirale.

Negli anni trenta, E. O. Lawrence ebbe l'idea di sfruttare questo fenomeno per produrre fasci energetici di particelle e, con M. S. Livingston, realizzò il primo acceleratore circolare.

Per comprendere il funzionamento, i vantaggi e gli inconvenienti dovuti ai sistemi di accelerazione, si descrivono e si confrontano le caratteristiche delle macchine acceleratrici [20-21].

2.2.1 Il ciclotrone classico

La configurazione del ciclotrone classico è quella ideata da Lawrence e Livingston nel 1930.

La forza di Lorentz alla quale è sottoposta una particella di massa m e carica q in presenza del solo campo magnetico B è:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Il lavoro compiuto dalla forza sulla particella è nullo, perché essa è perpendicolare alla velocità: la particella non è accelerata e si muove lungo una circonferenza su un piano ortogonale alla direzione del campo magnetico; vale l'uguaglianza tra la forza magnetica e la forza centripeta:

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

e quindi:

$$Br = \frac{m}{q}v$$

dove r è il raggio della circonferenza descritta dalla particella.

La particella percorre la circonferenza con un periodo:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Si osserva che il periodo non cambia se m e B restano costanti; se varia la velocità, cambia il valore del raggio.

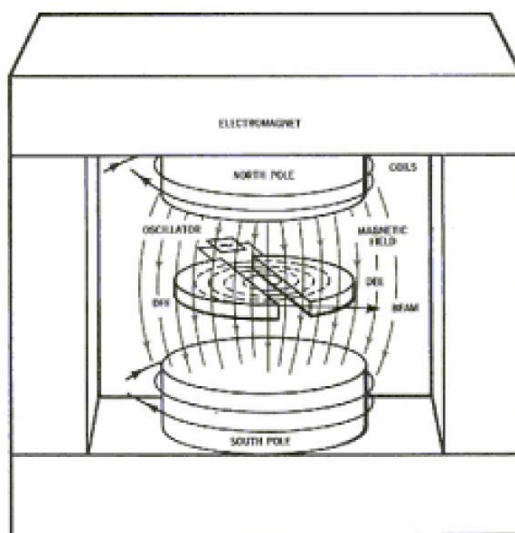
Le particelle cariche da accelerare possono essere prodotte da una sorgente interna o possono essere iniettate dall'esterno con delle particolari linee di trasporto al centro della macchina, dove è presente il campo magnetico prodotto da un elettromagnete e che costringe le particelle su una traiettoria circolare. Il gap centrale è delimitato da due elettrodi (detti dee, perché nei primi ciclotroni avevano una forma simile alla lettera D) ai quali è applicata una differenza di potenziale alternata, regolata in modo che si inverta ogni $T/2$, cioè il tempo necessario per compiere mezzo giro. La fase della tensione è regolata in modo che, in prossimità del gap, la particella positiva incontri l'elettrodo carico negativamente, che l'attrae e l'accelera.

Superato il gap, la particella accelerata continua a muoversi nel dee sottoposta solo all'azione del campo magnetico e percorre una semicirconferenza con un raggio maggiore, perché ha acquistato velocità. Ciò si ripete ogni $T/2$: l'aumento della velocità causa l'aumento del raggio della traiettoria e la particella descrive all'interno della macchina una spirale.

Si osserva che alla base del corretto funzionamento dell'acceleratore vi è la sincronizzazione tra campo elettrico e campo magnetico.

Nei ciclotroni classici, l'aumento dell'energia della particella è limitato dal verificarsi degli effetti relativistici. La crescita dell'energia in una particella con velocità prossima a quella della luce induce un aumento della massa della particella stessa: oltre un certo limite si perde l'isocronismo.

Questo inconveniente è risolvibile variando col tempo la frequenza dell'oscillatore, come nei sincrociclotrone, o applicando un campo magnetico B costante nel tempo e dipendente dal raggio dell'orbita della particella, come nei ciclotroni isocroni più moderni.



Struttura del primo ciclotrone.

2.2.2 Il sincrociclotrone

Nel sincrociclotrone, il limite di energia presente nel ciclotrone classico è superato variando la frequenza di accelerazione e modulandola in funzione dell'aumento di energia della particella. Ciò si realizza inserendo nel circuito elettrico della macchina un elemento che abbassa la frequenza dell'oscillatore e permette di mantenere in fase sia il voltaggio sia il fascio.

Lo svantaggio maggiore di questo acceleratore è che l'intensità della corrente prodotta è bassa. Infatti, i ciclotroni forniscono un fascio pulsato con una frequenza dell'ordine dei $5 \div 70$ MHz (*continuous wave*) e con un duty (rapporto fra l'intervallo di tempo in cui il fascio è accettato ed accelerato ed il periodo della frequenza di

accelerazione) dell'ordine di $0.1 \div 0.4$; invece, nel sincrociclotrone il fascio è frazionato sia a causa della frequenza di accelerazione, sia a causa della periodicità con cui la frequenza varia nell'intervallo necessario a mantenere l'isocronismo di rivoluzione: solo quando il pacchetto di particelle accelerato è portato ad alte energie, l'oscillatore può tornare alla frequenza di partenza per accelerare un nuovo pacchetto. Questa operazione richiede un tempo dell'ordine di 10^{-2} sec ed il duty factor si riduce a 0.001, con una notevole riduzione dell'intensità del fascio.

2.2.3 Il ciclotrone AVF (Azimuthally varying Field) o isocrono

I ciclotroni AVF hanno una frequenza di accelerazione costante, mentre l'isocronismo si ottiene variando il campo magnetico in funzione del raggio della traiettoria della particella. Si producono fasci energetici come quelli del sincrociclotrone, ma più intensi, perché frammentati in una serie infinita di impulsi di frequenza dell'ordine dei 5 – 10 MHz.

In particolare, il campo magnetico aumenta radialmente: ciò riduce l'effetto di focalizzazione verticale, fenomeno che si può contrastare variando l'intensità del campo anche azimutalmente, cioè introducendo la focalizzazione a settori o di Thomas. Questo metodo sfrutta il rapporto tra i valori assunti dal campo magnetico nei diversi settori della macchina ed è alla base del funzionamento dei ciclotroni moderni; verrà approfondito nei prossimi capitoli.

2.2.4 Il ciclotrone superconduttore

Nella maggior parte dei ciclotroni, il campo magnetico è prodotto da magneti e bobine a temperatura ambiente e può raggiungere un'intensità massima di 2 T; quindi è necessario disporre di una macchina con raggio tanto più grande quanto più elevata è l'energia del fascio da produrre e ciò influisce notevolmente sul costo di realizzazione.

Nei ciclotroni superconduttori, il campo magnetico è alimentato con bobine superconduttrici: si producono campi con un'intensità di $4 \div 5$ T riducendo le dimensioni del magnete di un fattore $4 \div 5$.

2.2.5 Il sincrotrone

Approssimativamente, la massa di ferro necessaria per creare il campo magnetico all'interno dell'acceleratore cresce con il cubo del diametro del polo: questa relazione costituisce un limite economico per le macchine finora descritte nel caso in cui si vogliano ottenere fasci molto energetici, perché il loro costo di realizzazione sarebbe molto alto.

Per la produzione di fasci di alta energia si utilizzano i sincrotroni. In queste macchine, le particelle non hanno una traiettoria a spirale, ma ruotano in orbite di raggio costante in presenza di un campo magnetico variabile, che aumenta nel tempo con la loro velocità. Si raggiungono energie 1000 volte più grandi di quelle permesse dagli altri acceleratori.

I sincrotroni sono costituiti da un insieme di magneti disposti su una circonferenza di raggio opportuno: è evidente il risparmio economico, in quanto non è necessario applicare un campo magnetico nell'area interna alla circonferenza.

Le particelle vengono accelerate lungo una traiettoria costante: si aumenta la frequenza dell'oscillatore in sincronia con la variazione della velocità degli ioni. In particolare, si accelerano pacchetti di particelle: dopo l'accelerazione di un pacchetto, è necessario riportare il campo magnetico e la frequenza ai loro valori iniziali prima di poter accelerare un nuovo pacchetto. Come già visto nei sincrociclotroni, queste sono operazioni che richiedono tempi relativamente lunghi, che incidono sull'intensità dei fasci prodotti e che richiedono dei complessi sistemi di controllo.

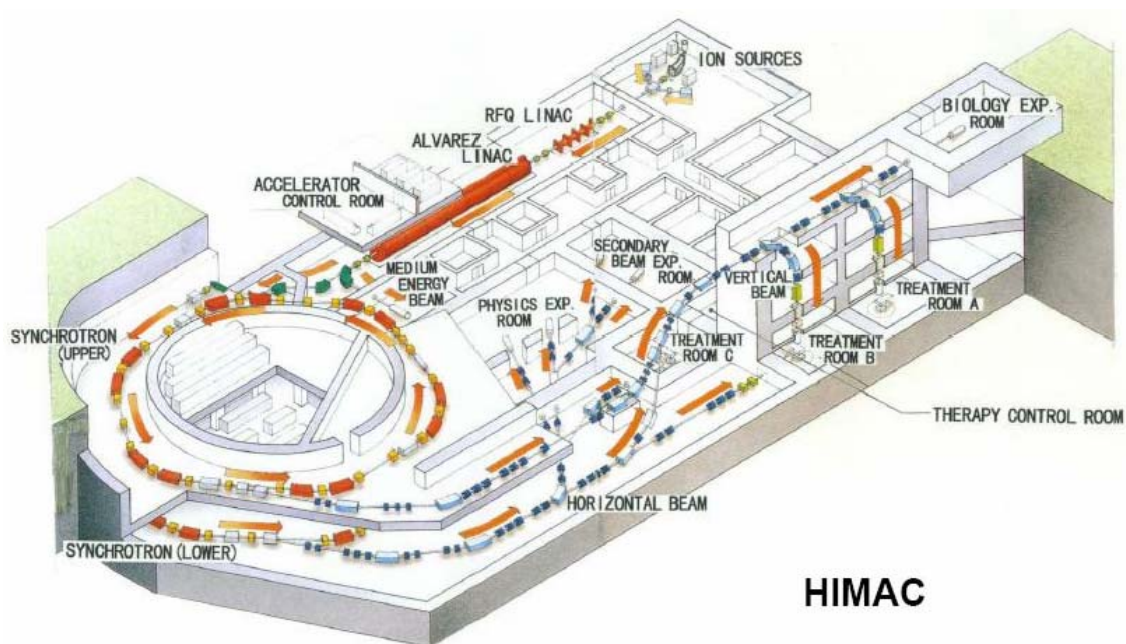
La tabella seguente riassume e confronta le caratteristiche degli acceleratori descritti.

Tabella. Similitudini e differenze tra i vari acceleratori.

	Ciclotroni con frequenza fissa	Ciclotroni con frequenza modulata	Sincrotroni
Campo magnetico nel tempo	Costante	Costante	Aumenta
Raggio dell'orbita	Aumenta	Aumenta	Costante
Frequenza dell'oscillatore	Costante	Diminuisce	Aumenta

2.3 HIMAC facility (Chiba, Giappone)

In Giappone sono già in funzione due centri per l'adroterapia: HIMAC (Heavy Ion Medical Accelerator) utilizza fasci di ioni carbonio, Kashiwa fasci di protoni; altri cinque centri sono in fase di realizzazione, come quello di Hyogo dove si utilizzeranno sia protoni che ioni. In questo paragrafo si descriverà solo il centro HIMAC [14-15].



L'acceleratore del centro HIMAC è un sincrotrone progettato appositamente per applicazioni mediche e permette di accelerare fasci di ioni con numero atomico compreso tra 2 e 18, dall'elio all'argon: in particolare, è stato possibile accelerare ioni di silicio ad un'energia di 800 A MeV, cioè fino a raggiungere una profondità di 30 cm nel tessuto.

Poiché per gli ioni più pesanti gli effetti di coda sono consistenti e portano al danneggiamento dei tessuti sani circostanti, è opportuno utilizzare solo ioni con numero atomico compreso tra 2 e 6 ed in particolare gli ioni carbonio.

Si raggiunge un rate di dose di 5 Gy/min su un bersaglio del diametro di 22 cm, che corrisponde ad un'intensità del fascio di $2 \cdot 10^9$ pps per il carbonio, di $1.2 \cdot 10^{10}$ pps per l'elio e di $2.7 \cdot 10^8$ pps per l'argon.

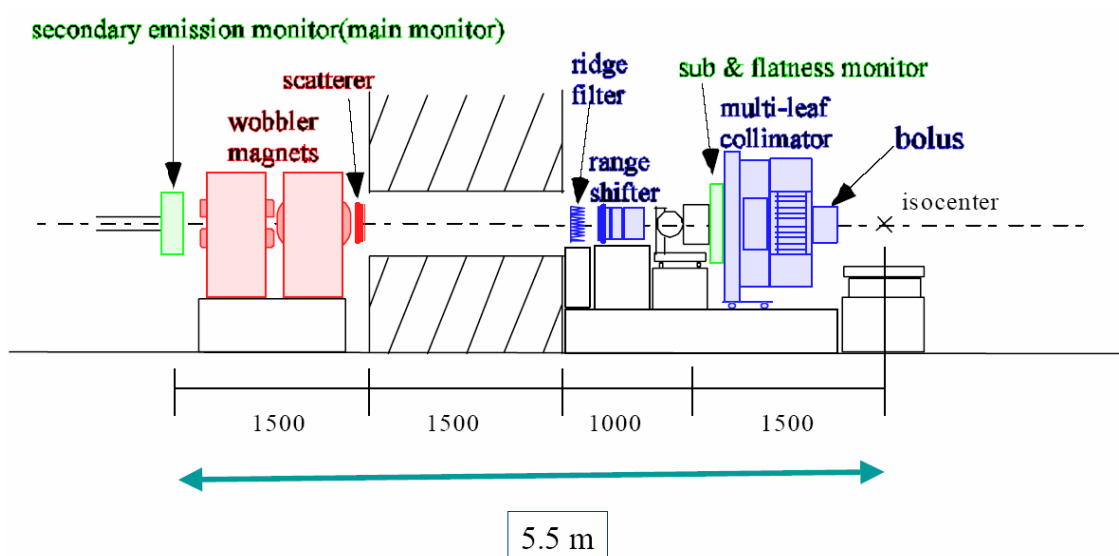
Il sincrotrone del centro di Chiba è costituito da due anelli sovrapposti: i fasci

accelerati dall'anello inferiore raggiungono un'energia di 800 A MeV, sono trasportati orizzontalmente ed utilizzati sia per i trattamenti medicali, sia per altri studi. L'anello superiore accelera le particelle fino a 600 A MeV, che sono inviate in tre linee di trasporto: due verticali per i trattamenti medicali, una orizzontale per i test radiobiologici. La circonferenza degli anelli è di 130 m, il campo magnetico massimo è di 1.5 T, la velocità di salita è di 2 T/s, il rate di ripetizione varia da 0.3 a 1.5 Hz.

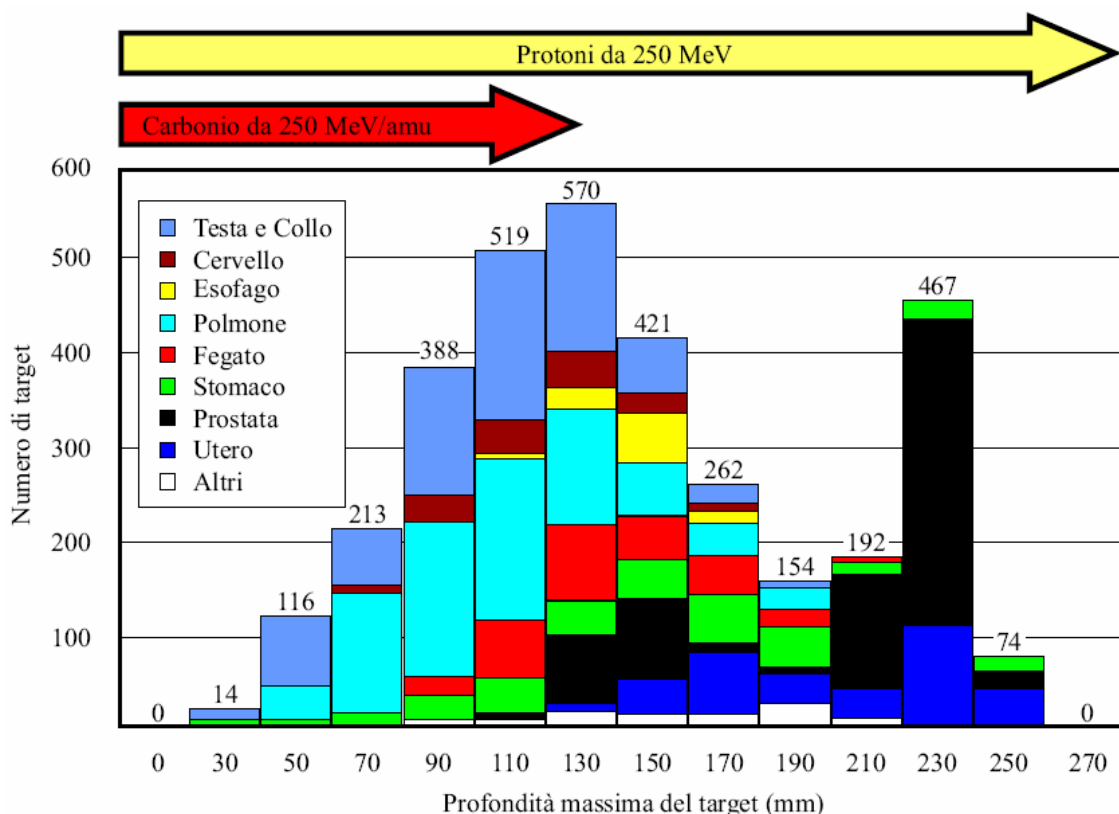
Gli ioni da accelerare sono prodotti da una sorgente ECR (Electron Cyclotron Resonance) ed hanno un'energia iniziale di 8 keV/u; poiché non sono completamente ionizzati, non possono essere iniettati direttamente nel sincrotrone ed è stato necessario introdurre un sistema di preaccelerazione, formato da un acceleratore RFQ e da un Linac.

L'acceleratore RFQ (radiofrequency quadrupole) è lungo 7.3 m ed accelera ioni con stato di carica basso e rapporto carica massa pari a 1/7 fino ad un'energia di 800 A keV; l'energia così raggiunta dagli ioni non è però sufficiente per avere uno stripping totale: per questo è necessario utilizzare anche un acceleratore lineare.

Il linac è lungo 24 m e, mediante una tensione alternata, accelera gli ioni ad un'energia di 6 A MeV, energia abbastanza grande da permettere che lo stripping su un foglio di carbonio renda le particelle iniettabili nel sincrociclotrone.



Sistema di beam delivery con wobbler a spirale utilizzato nel centro HIMAC.



Risultati dei trattamenti effettuati presso il centro oncologico HIMAC di Chiba: si riporta il numero di bersagli per tipologia di tumore in funzione della profondità.

La scansione del fascio è effettuata con un sistema costituito da dipoli magnetici, bersagli intermedi, filtri, collimatori. I dipoli magnetici, detti “wobbling”, sono ortogonali tra loro e consentono di muovere il fascio facendogli tracciare figure geometriche concentriche: si copre tutta l’area del tumore in modo uniforme. L’uniformità del trattamento si raggiunge anche grazie all’utilizzo di filtri e bersagli intermedi di spessori variabili; l’iterazione con i diversi spessori permette di variare l’energia e la forma del fascio, la profondità raggiunta e la dose rilasciata nel tessuto. Un’ulteriore modifica della forma del fascio per adattarla il più possibile al tumore si realizza con dei collimatori, soprattutto per limitare la dispersione laterale e l’irradiazione dei tessuti sani.

Il trattamento nel centro HIMAC è effettuato con il sistema di beam gating, che regola l’erogazione della dose e che è stato trattato nel capitolo precedente.

2.4 GSI facility (Darmstadt, Germania)

Il centro di terapia del GSI è entrato in funzione nel 1997 e si occupa prevalentemente del trattamento dei tumori nella regione della testa, non trattabili con i metodi convenzionali più invasivi. Si utilizzano fasci di ioni carbonio, che si possono inviare con una grande precisione sul tumore e che hanno un'alta efficienza biologica: si danneggiano irreversibilmente solo le cellule cancerose preservando i tessuti nervosi sani [16-17].

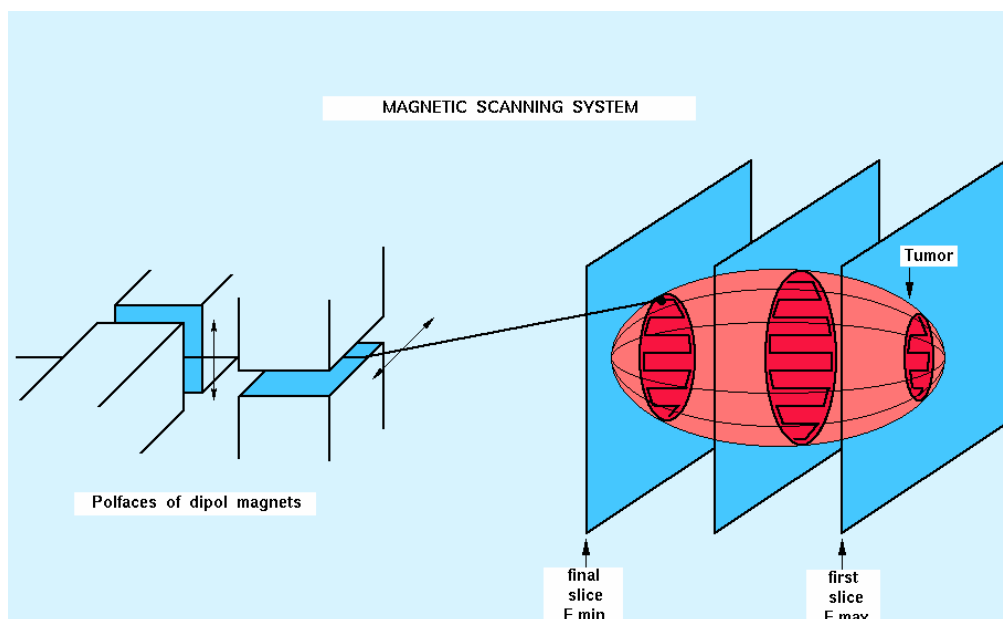
Dall'inizio dei trattamenti al giugno del 2005, 250 pazienti sono stati curati con successo: si è osservata una riduzione significativa della massa tumorale in tutti i pazienti senza alcun segno di ricaduta della malattia.

L'acceleratore del GSI è il sincrotrone SIS 18, che ha una circonferenza di 216 m ed è costituito da 48 magneti, in particolare da 24 dipoli, 12 tripletti e 12 sestupoli; il campo magnetico massimo è di 1.8 T e si raggiunge con un tempo di salita di 10 T/s, mentre il rate di ripetizione varia da 0.8 a 5.6 Hz.

Prima di essere iniettate nel sincrotrone, le particelle devono essere completamente ionizzate: si utilizzano un RFQ, un linac e l'interazione con uno stripper, come nella HIMAC facility. L'RFQ accelera ioni con A/q fino a 65 fino ad un'energia massima di 120 A keV, mentre l'energia del fascio all'uscita del linac, lungo 6 m, va da 2 a 10 A MeV; dopo il passaggio attraverso lo stripper per ionizzare le particelle, il fascio può essere iniettato nel sincrotrone.

L'energia massima raggiungibile con questo sistema è di 2 A GeV per particelle che hanno un rapporto carica massa pari a 0.5; è possibile anche accelerare l'uranio fino a 1 GeV, ma non è utile per scopi terapeutici.

Poiché al GSI si trattano prevalentemente neoplasie situate in collo e testa, il sistema di scansione utilizzato è il pencil beam, metodo di tipo 3-D o attivo che permette di limitare lo spread energetico e di aumentare il rapporto tra la dose assorbita dal tumore e quella assorbita dai tessuti sani circostanti. Il fascio prodotto ha una sezione di circa 3 mm^2 , la dose massima viene rilasciata in un volume di 3 mm^3 , che corrisponde al picco di Bragg. Si trattano gli elementi di volume, detti voxel, in sequenza: grazie all'azione dei magneti, il fascio passa da un voxel all'altro non appena ha depositato la dose richiesta; è il metodo che si adatta



Vista schematica del sistema di scanning magnetico del GSI.

maggiormente alla cura di masse tumorali irregolari. La dose necessaria è rilasciata in circa un ms: il sistema di controllo e monitoraggio del fascio deve avere una maximum scan speed di 2.0 cm/ms.

Durante i trattamenti, ogni altro esperimento è interrotto perché il sincrotrone SIS può produrre solo le particelle necessarie all'irraggiamento. Il fascio è inizialmente prodotto con l'energia minima, che va crescendo fino al valore massimo richiesto.

Nella fase di irraggiamento, il paziente è immobilizzato da una maschera e non è collegato né a sensori, né ad elettrodi; inoltre, non sono necessari collimatori ed assorbitori per modellare il fascio: ciò permette di ridurre i tempi necessari per passare da un trattamento all'altro.

Sull'esempio del centro del GSI, è in costruzione un nuovo centro a Heidelberg, dove si potranno curare circa 1000 pazienti ogni anno. L'acceleratore del nuovo centro potrà produrre sia particelle a basso LET, come protoni e He, sia particelle ad alto LET, cioè ioni carbonio ed ossigeno, con un range di energia compreso tra i 50 ed i 430 MeV/u. Si disporrà di un sistema attivo di controllo dell'energia e dell'intensità del fascio, di due sale per i trattamenti e di un sistema gantry ruotante, che permette di irradiare il tumore da diverse direzioni ruotando il fascio e di ridurre la dose assorbita dai tessuti sani.

2.5 CATANA facility (Catania, Italia)

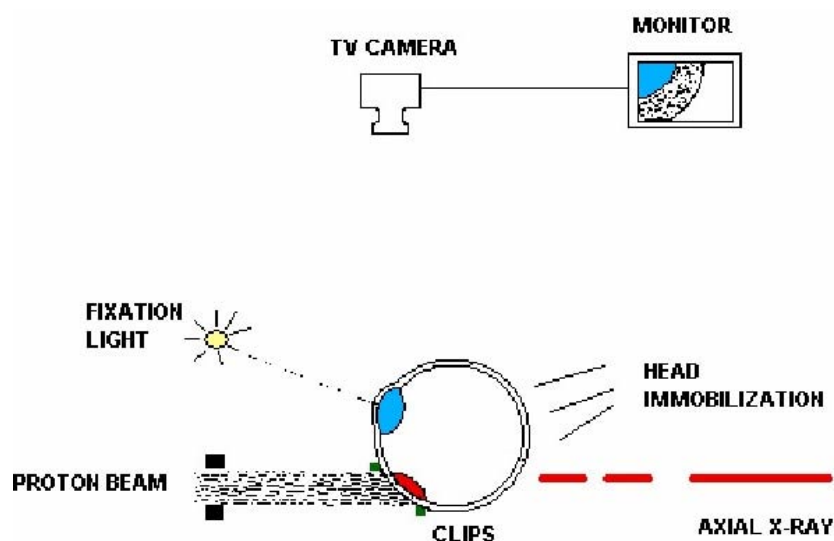
Il progetto CATANA (Centre of AdroTherapy and Advanced Nuclear Application) nasce dalla collaborazione tra l'INFN-LNS, la clinica oculistica, l'Istituto di Radiologia, il Dipartimento di Fisica ed Astronomia dell'Università di Catania ed il CSFNSM (Centro Siciliano di Fisica Nucleare e Struttura della Materia).

È il primo centro di adroterapia italiano dove si possono trattare alcune neoplasie dell'occhio, come il melanoma coroidale, il tumore dell'iride, il retinoblastoma e le degenerazioni maculari legate all'età, che hanno una localizzazione poco profonda, non superiore ai 4 cm [18].

Si utilizza un fascio di protoni prodotto da una sorgente ECR ed accelerato fino ad un'energia di 62 MeV dal ciclotrone superconduttore (CS) dei LNS.

Il ciclotrone ha tre settori ed un raggio di 90 cm; il campo magnetico è prodotto da bobine superconduttrici raffreddate a 4.2 K (temperatura dell'elio liquido) e nel piano mediano varia da 2.2 a 5.4 T; la radiofrequenza è compresa tra 15 e 48 MHz. L'estrazione del fascio avviene con dei deflettori elettrostatici: si ottengono dei fasci con emittanza dell'ordine di $1 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ ed energia massima di 100 A MeV per ioni leggeri completamente ionizzati e di 20 A MeV per ioni più pesanti, come $^{238}\text{U}^{38+}$.

Il sistema di diffusione utilizzato è di tipo passivo e comprende: un fogliolino di tantalio, spesso 15 micron e posto sotto vuoto per il controllo della corrente; uno stopper cilindrico in ottone spesso 7 mm e dal diametro di 4 mm; una finestra di uscita in aria del fascio in kapton spessa 50 micron; un secondo fogliolino di tantalio spesso 25 micron posizionato a 10 cm dalla finestra in kapton; un collimatore da 30 mm. La profondità massima raggiunta dal fascio di protoni è variata agendo sull'energia con dei modulatori di percorso, chiamati range shifter, in perspex: cambiando il numero e lo spessore dei modulatori, si può spostare il picco in profondità fra 0 e 30 mm acqua equivalenti con un passo di 0.2 mm. Con un diffusore rotante si allarga il picco di Bragg in profondità, tra 5 e 30 mm acqua equivalenti: in particolare, con 5 modulatori si può realizzare un picco allargato delle dimensioni di 10, 15, 18, 20, 25 mm di tessuto oculare equivalente. La dose



Schema di trattamento. Per mantenere l'occhio immobile nella direzione desiderata, il paziente durante il trattamento deve fissare un led luminoso posizionato opportunamente; una telecamera di controllo percepisce gli eventuali movimenti dell'occhio e consente di bloccare l'irradiazione.

fornita al paziente è misurata da due camere a ionizzazione a facce parallele situate dopo il modulatore, mentre un'ulteriore camera controlla il centraggio del fascio durante il trattamento. Questo apparato consente di trattare una regione profonda al massimo 30 mm acqua equivalenti con una dose omogenea entro il $\pm 2.5\%$ su una superficie di 35 mm di diametro.

Il sistema di immobilizzazione comprende una sedia, che può compiere sei diversi movimenti nello spazio controllati e programmabili elettronicamente, un sistema di maschere termoplastiche per impedire i movimenti di collo e testa ed un sistema di bloccaggio della bocca, che consiste in un morso modellato sulla forma delle arcate dentali di ciascun paziente. Durante il trattamento, il paziente deve fissare un led collocato in modo tale da ottimizzare la posizione dell'occhio; la posizione della massa da irradiare è verificata mediante due tubi a raggi-X ortogonali tra loro, che rilevano la collocazione di alcune clip radio-opache in tantalio introdotte da un oculista per contornare il tumore. Per ciascun paziente si progetta e si utilizza un collimatore finale, in modo da ottimizzare il più possibile il trattamento.

Il piano di trattamento è elaborato con il programma di simulazione EYEPLAN, che, a partire dai dati forniti dall'oculista, costruisce un modello

virtuale tridimensionale dell'occhio e della neoplasia: dallo studio del modello si ricavano l'angolazione e la direzione del fascio più efficaci. Il programma permette anche di determinare le curve di isodose, che devono racchiudere il 90% della neoplasia da trattare con un margine di sicurezza di circa 2.5 mm: ciò è necessario per non danneggiare i tessuti sani, in particolare la macula ed il nervo ottico.

Una seduta di trattamento richiede dai 60 ai 90 secondi ed una dose d'irradiazione di circa 15 Gy; nel complesso sono necessarie quattro sedute effettuate nell'arco di una settimana, con una dose totale di 60 Gy.

Capitolo 3

IL PROGETTO SCENT

3.1 Le motivazioni del progetto

Nei capitoli precedenti sono state illustrate le proprietà dei fasci di particelle nucleari ed i vantaggi della loro applicazione nell'ambito dell'adroterapia, che indubbiamente è un'ottima alternativa ai metodi convenzionali di trattamento delle neoplasie. Si sono descritti alcuni dei centri già esistenti, sottolineando le potenzialità ed i limiti di funzionamento e soprattutto i risultati ottenuti.

In questo capitolo si descriverà il progetto SCENT (Superconductivity Cyclotron for Exotic Nuclei and Therapy), che punta alla realizzazione di un nuovo centro di adroterapia a Catania [19].

Lo studio è condotto presso i Laboratori Nazionali del Sud e finanziato dalla V commissione scientifica dell'I.N.F.N.

Il progetto SCENT si avvale dei risultati ottenuti in altri centri nel mondo, ma soprattutto dell'esperienza acquisita ai L.N.S. con la facility CATANA, e prevede la realizzazione di un particolare ciclotrone capace di accelerare sia fasci di protoni sia fasci di ioni carbonio.

Con i fasci di protoni si potranno trattare tumori profondi, con quelli di ioni carbonio tumori radio-resistenti: il centro sarebbe un punto di riferimento per la cura

di buona parte di neoplasie, con un bacino di utenza molto più vasto di quello del progetto CATANA.

La scelta di realizzare il nuovo centro di adroterapia in Sicilia è motivata dalla possibilità di avvalersi del contributo dei LNS per:

- curare la definizione del centro, in modo particolare l'acceleratore di particelle, le linee di trasporto del fascio, i sistemi di irraggiamento ed i sistemi di dosimetria;
- partecipare alla realizzazione del centro, occupandosi sia della strumentazione sia della formazione del personale che gestirà il centro.

Inoltre, la Sicilia si trova in una condizione favorevole sia dal punto di vista geografico sia dal punto di vista culturale e professionale: è infatti l'unica regione italiana in cui esiste già un centro di adroterapia, dove sono stati trattati pazienti provenienti anche da altre regioni.

Dai dati statistici forniti dall'AIRO (Associazione Italiana di Radioterapia Oncologica) e dall'attività svolta presso altri centri di adroterapia, si stima che i pazienti che potrebbero necessitare di trattamenti di protonterapia siano circa 7000 ogni anno in tutta l'Italia e, di questi, 800 in Sicilia.

Le terapie con ioni carbonio, invece, avrebbero un bacino di utenza di almeno 300 pazienti solo in Sicilia.

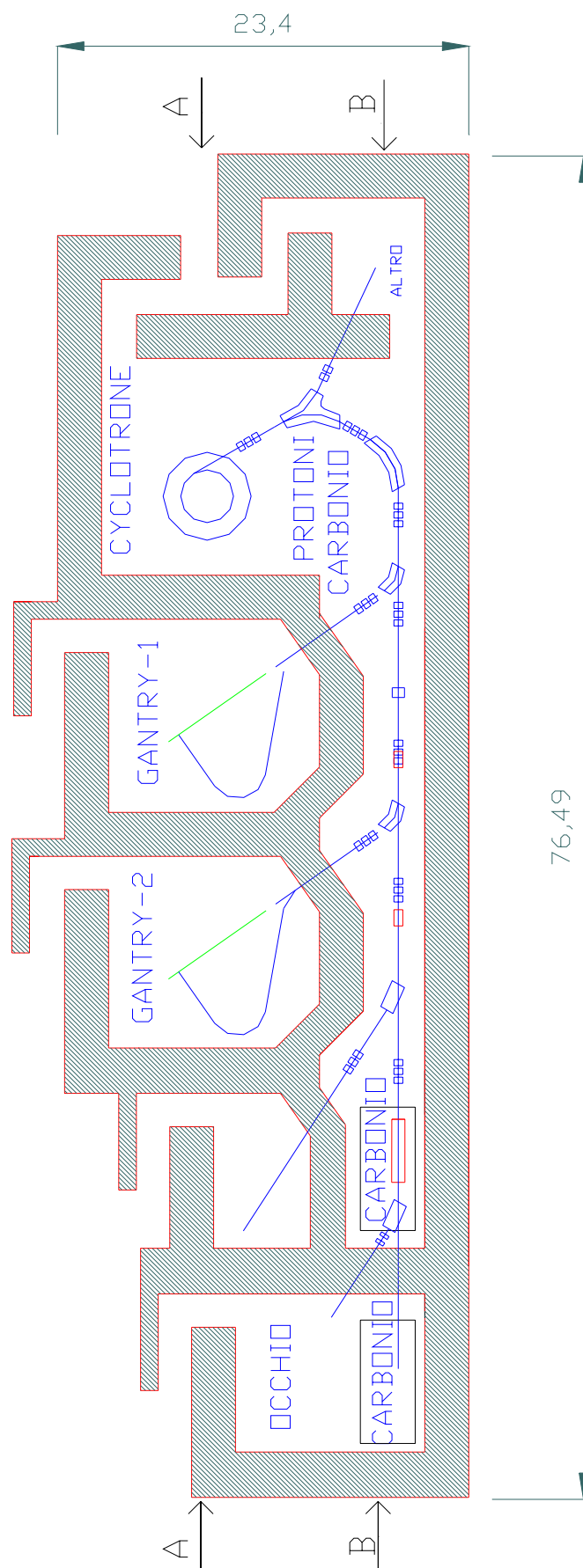
Inoltre, il centro potrebbe essere accessibile anche agli altri paesi del Mediterraneo.

3.2 La configurazione del centro

Il centro avrà bisogno di servizi come:

- un laboratorio di analisi cliniche;
- un sistema di diagnostica avanzata che comprenda TAC multislice a spirale, risonanza magnetica ad alto campo e PET;
- un servizio clinico di primo soccorso, cioè anestesia, rianimazione e cardiologia.

Questi servizi devono essere forniti da una struttura ospedaliera.



Schema del centro di adroterapia di Catania. Si possono osservare facilmente la sala controllo, la sala ciclotrone, le due sale con dotate di gantry, le sale 3 e 4 per gli irraggiamenti su bersagli fissi con fascio orizzontale. In prossimità della sala 3 ed al di sotto della sala di distribuzione dei fasci sarà realizzata la sala per gli irraggiamenti con fascio proveniente dall'alto. Nell'angolo inferiore sinistro è situata la sala per gli irraggiamenti multidisciplinari.

In particolare, la possibilità di usufruire della diagnostica PET consentirà sia una definizione migliore del bersaglio e dei parametri biologici, sia una definizione di protocolli per le fasi di trattamento e post-trattamento.

Nella pagina precedente è rappresentato un possibile schema del centro.

Sono presenti una sala di controllo dell'acceleratore e dei sistemi di distribuzione dei fasci, una sala per il ciclotrone ed una per la distribuzione dei fasci alle sale di terapie.

A differenza del progetto CATANA, dove c'è una sola sala per il trattamento terapeutico, il progetto SCENT prevede cinque sale di terapia:

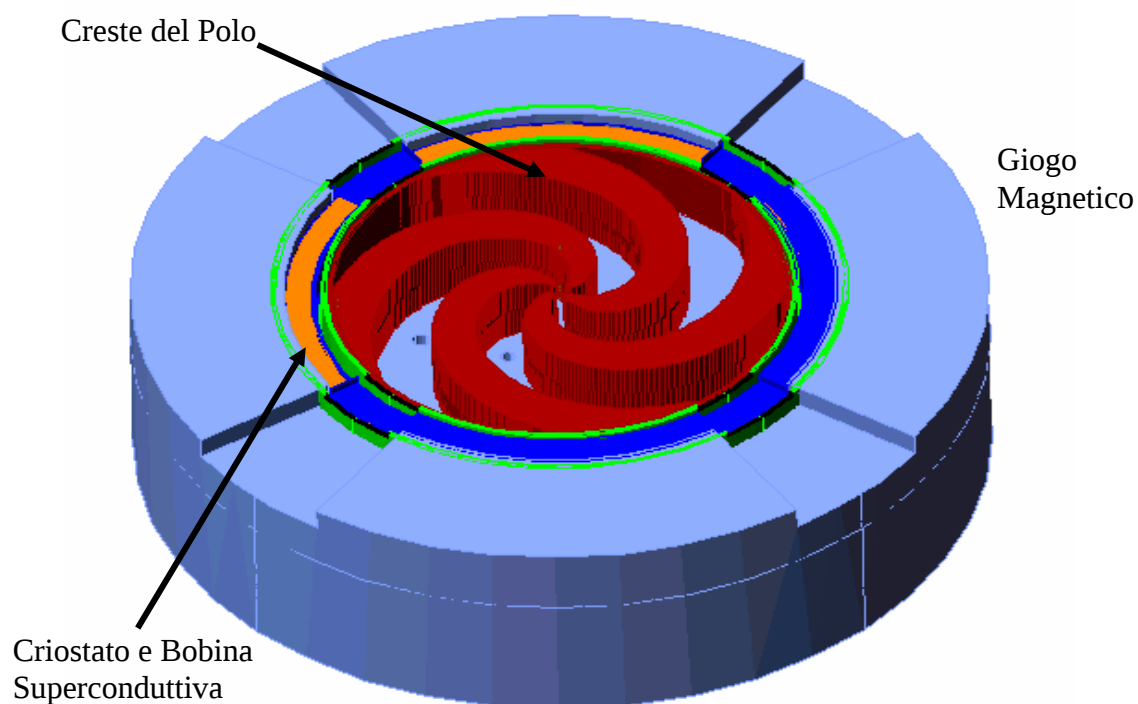
- due sale saranno dotate di gantry rotante;
- due sale riceveranno il fascio mediante linee orizzontali fisse e saranno utilizzate per i trattamenti delle patologie oculari e delle neoplasie di collo e testa sia con ioni carbonio sia con protoni;
- una sala sarà adibita ai trattamenti con fascio verticale, in particolare, con fasci di ioni carbonio.

Il progetto include anche una sala per la sperimentazione in ambito biologico, dei biomateriali, dell'industria elettronica, aerospaziale e meccanica, ed una sala per la simulazione virtuale basata su TAC spirale multislice.

Tra le altre cose, l'INFN potrà occuparsi della realizzazione di una rete ad alta velocità per i servizi di tele consulto a distanza, per il trasferimento di immagini e per il supporto tecnologico.

3.3 L'acceleratore

Il progetto SCENT prevede come macchina acceleratrice un ciclotrone superconduttore a quattro settori a spirale del diametro di 4.8 m: a parità di energia del fascio prodotto, ha dimensioni più piccole rispetto a quelle di un sincrotrone ed è di certo più resistente ad eventuali eventi sismici, frequenti nella zona orientale della Sicilia. Il campo magnetico del ciclotrone sarà realizzato con delle bobine superconduttive: in particolare, sul piano mediano il campo magnetico medio sarà di 3.8 T.



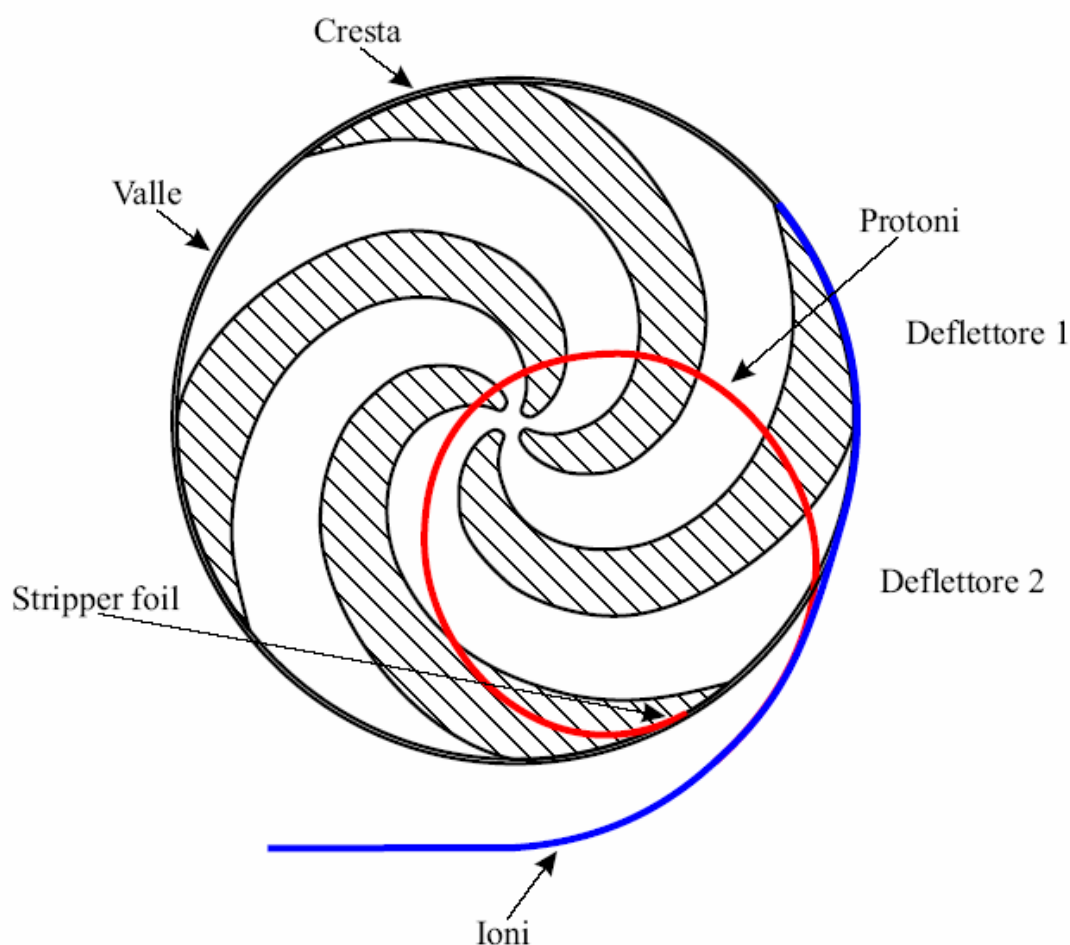
Vista in 3D del ciclotrone disegnato per il progetto SCENT.

Sarà possibile accelerare ioni con $\frac{Q}{A} = 0.5$ e produrre fasci di protoni da 250 MeV, di ioni litio da 1500 MeV e di ioni carbonio da 3000 MeV, che equivalgono rispettivamente a 37, 24 e 12.8 cm di profondità massima di penetrazione in acqua: così con i fasci di protoni si potranno trattare i tumori più profondi, con quelli di ioni leggeri i tumori radioresistenti o/e quelli non molto profondi.

Inoltre, si estrarranno anche fasci di protoni di potenza pari a 10 kWatts, che potranno essere utilizzati per la produzione di radioisotopi non convenzionali e per usi industriali.

La tecnica di estrazione del fascio dipenderà dal tipo di particella accelerata: per i protoni si userà lo stripping, per gli ioni la deflessione elettrostatica.

Più esattamente, i protoni saranno accelerati come molecola di idrogeno ionizzata H_2^+ : al raggio di estrazione il fascio incide su un sottile foglio di carbonio che strappa l'elettrone di legame e la molecola si scinde nei due protoni. Questa



Traiettorie di estrazione. Per i protoni l'estrazione avviene mediante lo stripper che cambia il raggio di curvatura molto bruscamente (curva in rosso). Per gli altri ioni l'estrazione avviene mediante l'uso di due deflettori elettrostatici (curva in blu).

tecnica è più efficiente della deflessione elettrostatica, implica una minore attivazione dei componenti all'estrazione e permette di estrarre fasci di notevole potenza, pari a 10 kWatts; ha anche un minor costo di realizzazione.

Si osserva che per accelerare le molecole H_2^+ , che hanno $\frac{Q}{A} = 0.5$, è necessario raddoppiare il valore del campo magnetico, perché solo così i protoni dopo lo stripping avranno un raggio di curvatura tale da rendere agevole l'uscita delle particelle stesse dal ciclotrone: ciò è comunque fattibile grazie alle bobine superconduttrici. Si preferisce accelerare H_2^+ , perché l' H , che ha una massa minore e richiede un campo magnetico più basso, ha un'energia di legame dell'ultimo elettrone pari a 0.775 eV: in queste condizioni, per evitare lo stripping

elettromagnetico all'interno del ciclotrone, il campo magnetico non deve superare il valore di 0.6 T. L'energia di legame dell'ultimo elettrone della molecola H_2^+ è invece di 16.3 eV, cioè circa 20 volte più grande: si possono accelerare queste molecole fino all'energia di 2 GeV in un campo magnetico di 5 T con una probabilità che si verifichi lo stripping elettromagnetico nulla.

Per passare dall'accelerazione di un certo tipo di particelle ad un altro, basterà una variazione del campo magnetico dell'ordine di 10^{-3} , mentre la frequenza di risonanza della cavità resterà costante: è un'operazione che richiederà meno di 15 minuti. Infatti sarà necessario:

- modificare il campo magnetico del ciclotrone di circa 0.002 (tempo necessario <1');
- sostituire il fascio iniettato dalla sorgente di protoni con quello dello ione desiderato o viceversa (tempo necessario <5');
- verificare l'iniezione e l'accelerazione del fascio (tempo necessario <2');
- verificare il trasporto del fascio accelerato (tempo necessario <5').

Per quanto riguarda l'estrazione dei fasci di ioni, la posizione del deflettore elettrostatico è la stessa, perchè il rapporto carica-massa è uguale per tutte le particelle da accelerare e pari a 0.5.

3.4 Il sistema di scansione e linee di trattamento

Il progetto prevede un sistema di scansione attivo a slice: sarà possibile trattare aree di dimensioni pari a $25 \times 25 \text{ cm}^2$.

All'uscita del ciclotrone, l'energia del fascio sarà variata introducendo degli assorbitori di vario spessore: si produce uno sparpagliamento sia in energia che in angolo; per limitare la degradazione dovuta allo spread spaziale, si introduce uno spettrometro magnetico ed un insieme di collimatori. Ovviamente, la modulazione e la selezione in energia implicano una minore intensità del fascio.

Durante i trattamenti, sarà necessario variare l'energia del fascio dall'energia minima a quella massima con piccole variazioni per irraggiare tutto lo spessore del bersaglio; ogni incremento dell'energia comporta una variazione della profondità

raggiunta di circa 2 mm: il trattamento di particolari neoplasie, spesse dai 5 ai 10 cm, richiederà anche più di 50 variazioni dell'energia. È quindi necessario effettuare le modifiche dell'apparato nel minor tempo possibile (<1 sec).

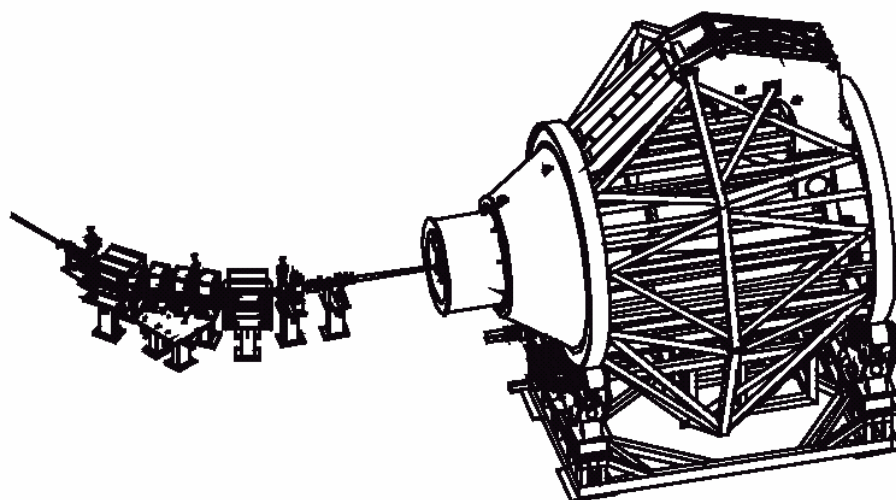
La modulazione dell'energia è associata a sistemi di modulazione del fascio nelle direzioni X e Y: è la tecnica di irraggiamento punto per punto, che consente di rilasciare la dose in un volume conforme alla neoplasia da trattare.

Tutti i magneti delle linee di trasporto e dei gantry saranno laminati: ciò permetterà una variazione del campo magnetico rapida (1 T/sec) e ridurrà i tempi necessari per il passaggio del fascio da una sala di trattamento all'altra.

I gantry, che sono dei complessi sistemi di magneti montati su un supporto ruotante intorno ad un asse, permetteranno di inviare il fascio sul bersaglio da tutte le direzioni e si utilizzeranno con un sistema di scansione del fascio su due assi ortogonali e con un lettino elettronicamente regolabile lungo gli assi X, Y e Z.

Per posizionare correttamente i pazienti per il trattamento con gantry sono necessari 20 – 30 minuti, mentre l'irraggiamento richiede solo pochi minuti: avere due sale con gantry consente di sfruttare al meglio il fascio.

Le sale dei trattamenti con ioni carbonio saranno due: in una sala il fascio sarà trasportato orizzontalmente dopo aver attraversato solo il selettore di energia, nell'altra si disporrà di un sistema magnetico per curvare il fascio di 90° e farlo arrivare al bersaglio dall'alto.



Disegno 3-D del sistema magnetico rotante gantry.

L'argomento di questo lavoro di tesi è lo studio del sistema di iniezione del fascio nel ciclotrone superconduttore del progetto SCENT appena illustrato.

Pertanto, nei capitoli successivi si descriveranno accuratamente l'elaborazione e le caratteristiche del sistema di iniezione.

Tabella. Caratteristiche dei fasci per uso terapeutico

Energia del fascio di protoni	250 MeV
Energia del fascio di Carbonio	3000 MeV
Intensità del fascio di protoni	500 nA (prima dello spettrometro)
Intensità del fascio di Carbonio	20 nA (prima dello spettrometro)
Range del fascio di protoni	Da 3 g/cm ² fino a 35 g/cm ²
Range del fascio di Carbonio	Da 3 g/cm ² fino a 129 g/cm ²
Modulazione del picco di Bragg	< 0.2 g/cm ² (ranges < 5 g/cm ²) < 0.5 g/cm ² (ranges > 5 g/cm ²)
Passo di incremento del range	0.1 g/cm ²
Rate medio di dose per protoni	>10 Gy/min
Altezza dell'asse del fascio	140 – 160 cm
Dimensioni del campo	>30 x 30 cm ²
Precisione delle dimensioni del campo	± 1 mm
Omogeneità trasversale sul campo di trattamento	± 2.5 %

Tabella. Parametri del ciclotrone del progetto SCENT.

Caratteristiche del magnete	
Numero di settori	4
Diametro massimo	4.8 m
Raggio all'estrazione	1.28 m
Campo medio all'estrazione	3.85 T
Peso totale	< 320 Ton
Corrente nelle bobine superconduttive	$4500 \frac{A}{cm^2}$
Sistema RF	
Armonica	$h = 4$
Frequenza di lavoro	91 MHz
Tensione massima sul dee	80 ÷ 120 kV
Caratteristiche del fascio	
Ioni accelerabili	$Q/A=0.5$
Energia massima per tutti gli ioni	250 A MeV
Intensita del fascio	500 nA per protoni 100 nA per ioni carbonio
Varie	
Vuoto operativo	$1 \div 5 \cdot 10^{-7}$ Torr
Estrazione	Stripping per i protoni Deflettore elettrostatico per gli altri ioni

Capitolo 4

IL CICLOTRONE

4.1 Il ciclotrone classico e la focalizzazione debole

In questo capitolo si descrive la fisica del ciclotrone. Si studia la dinamica del fascio in presenza del campo elettromagnetico e si determinano i parametri che ne assicurano la stabilità risolvendo le equazioni del moto. È una procedura valida sia per i ciclotroni classici sia per quelli moderni.

Inizialmente si studiano le orbite all'equilibrio, cioè in assenza di campo elettrico: non si considerano gli effetti dell'accelerazione sull'evoluzione temporale del fascio.

L'equazione fondamentale di partenza è quella relativa alla forza di Lorentz, agente su una particella di massa m , carica q e velocità $\vec{v}$ immersa in un campo magnetico $\vec{B}$:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Se $\vec{B} \perp \vec{v}$, $\vec{F}$ agisce come forza centripeta e la particella carica percorre una traiettoria circolare di raggio r con frequenza ω_0 :

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow \frac{v}{r} = \omega_0 = \frac{qB}{m}$$

La frequenza ω_0 si dice frequenza di ciclotrone e, nei ciclotroni classici e per energie non relativistiche, resta costante durante tutta la fase di accelerazione. Nelle macchine isocrone, la frequenza del sistema RF è uguale o pari ad un multiplo intero della frequenza di ciclotrone:

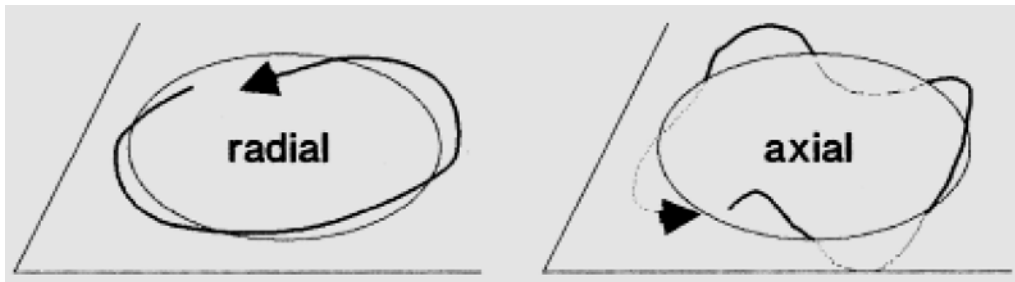
$$\omega_{RF} = h\omega_0$$

con h numero armonico o armonica di funzionamento. Inoltre, si conserva la fase tra il campo elettrico e la particella: quest'ultima attraversa il gap tra i dee nel momento in cui il campo elettrico assume il suo valore massimo. Sono accelerate anche particelle con fase differente da quella ideale, che corrisponde alla massima accelerazione.

La frequenza ω_0 è legata al periodo del moto τ dalla relazione:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Le particelle non percorrono però una traiettoria perfettamente circolare, ma in generale oscillano rispetto all'orbita di equilibrio sia sul piano verticale sia su quello orizzontale: questi movimenti sono noti come oscillazioni di betatrone o oscillazioni libere e la loro ampiezza determina il livello di focalizzazione del fascio [21]. In



Rappresentazione schematica delle oscillazioni di betatrone attorno ad un'orbita circolare di equilibrio.

particolare, le oscillazioni nel piano mediano si dicono radiali, quelle parallele all'asse del campo magnetico si dicono assiali; in prima approssimazione, si studiano i due moti separatamente e si determinano le condizioni necessarie per la stabilità del fascio.

Si introduce l'indice di campo, che rappresenta la variazione del campo magnetico con il raggio, che definisce l'andamento del campo magnetico nella regione delle espansioni polari del magnete:

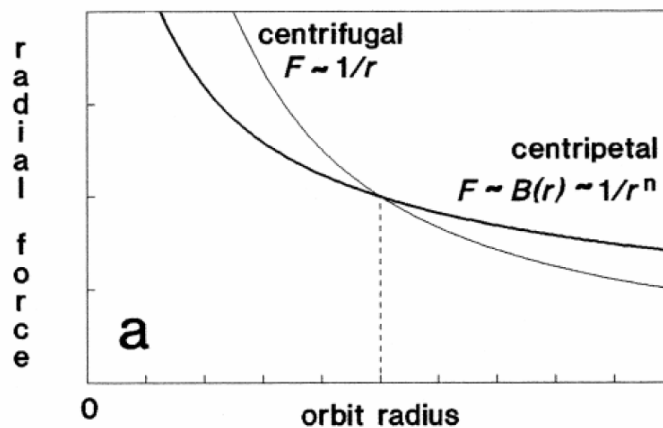
$$n = -\frac{r}{B} \frac{dB}{dr} \quad [4.1]$$

Si consideri una particella con carica q e massa m in moto sul piano $z = 0$ con velocità v ed in presenza del campo magnetico B ; sulla particella agiscono la forza di Lorentz F_p e la forza centrifuga F_f , che sono una opposta all'altra e definite come:

$$F_p = qvB_z \quad F_f = -\frac{mv^2}{r}$$

Si studi la componente radiale della forza risultante agente su una particella distante $\pm\Delta r$ dall'orbita di equilibrio di raggio r_0 . Se $n < 1$:

Radial orbit stability $n < 1$



$$\begin{cases} F_f \propto \frac{1}{r} > F_p \propto \frac{1}{r^n} & \text{per } r < r_o \\ F_f \propto \frac{1}{r} < F_p \propto \frac{1}{r^n} & \text{per } r > r_o \end{cases}$$

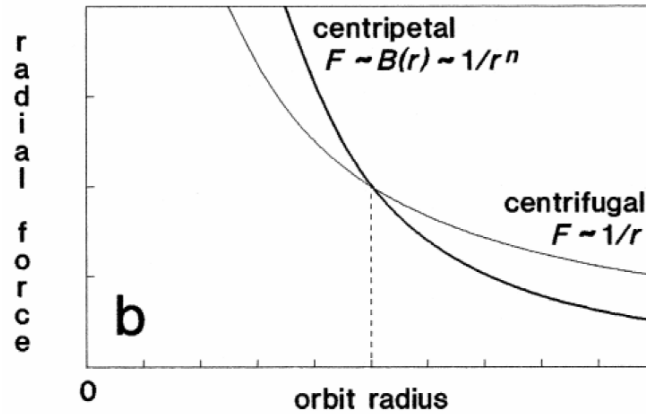
In entrambi i casi, la risultante conduce la particella verso la posizione di equilibrio, con un effetto di focalizzazione radiale.

Se $n > 1$:

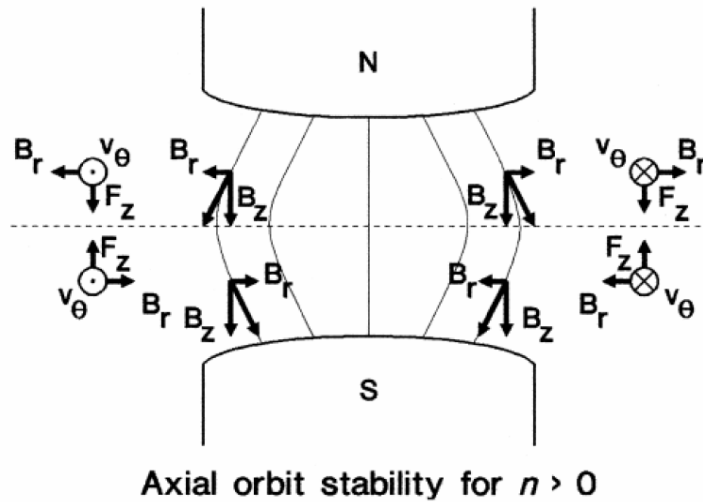
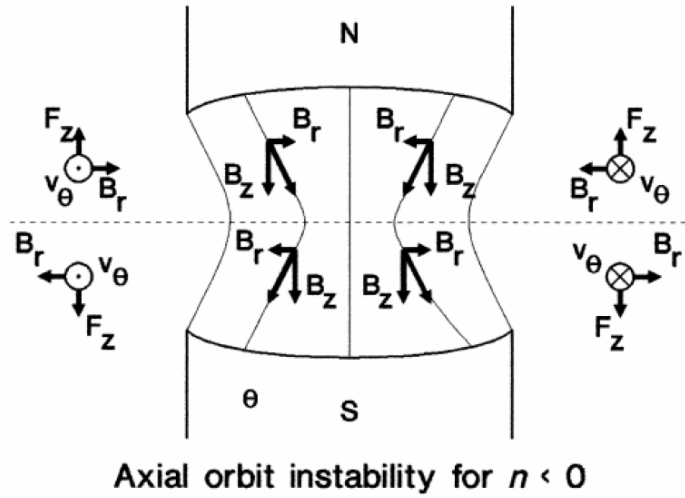
$$\begin{cases} F_f \propto \frac{1}{r} > F_p \propto \frac{1}{r^n} & \text{per } r < r_o \\ F_f \propto \frac{1}{r} < F_p \propto \frac{1}{r^n} & \text{per } r > r_o \end{cases}$$

Si ha un effetto di defocalizzazione radiale in entrambi i casi: se $r < r_o$ la particella è spinta verso il centro della macchina, nel caso opposto verso la parte esterna.

Radial orbit stability $n > 1$



Si consideri ora la componente assiale della forza esercitata su una particella separata da $\pm \Delta z$ dall'orbita di equilibrio posta sul piano $z=0$. In una configurazione di campo magnetico con $n < 0$ la forza di Lorentz, dovuta all'iterazione tra la componente longitudinale della velocità della particella e la componente radiale del campo magnetico, fa allontanare ulteriormente la particella dall'orbita stabile: si verifica un fenomeno di defocalizzazione.



Se invece $n > 0$ si ha un effetto di focalizzazione assiale.

Riassumendo, per avere contemporaneamente sia la focalizzazione assiale sia quella radiale, è necessario che sia soddisfatta la condizione:

$$0 < n < 1$$

Questa relazione è tipica di un tipo di focalizzazione, detta debole, presente in macchine come i ciclotroni classici, nei quali il sistema focalizzante e di confinamento dipende da un solo magnete.

La condizione $|n| \ll 1$ indica invece un altro tipo di focalizzazione: la focalizzazione forte. È una caratteristica degli acceleratori con gradienti di campo

elevati, come i sincrotroni ed i linac.

4.2 Il funzionamento del ciclotrone

In un sistema di riferimento tridimensionale $Oxyz$, l'equazione del moto di una particella di massa m , carica q e velocità $\vec{v}$ immersa in un campo magnetico $\vec{B}$ è determinata dalla forza di Lorentz:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

con:

$$\vec{F}_L = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Le componenti scalari di questa equazione sono:

$$\frac{d(m\dot{x})}{dt} = q[\dot{y}B_z - \dot{z}B_y]$$

$$\frac{d(m\dot{y})}{dt} = q[\dot{z}B_x - \dot{x}B_z]$$

$$\frac{d(m\dot{z})}{dt} = q[\dot{x}B_y - \dot{y}B_x]$$

o utilizzando le coordinate cilindriche:

$$\frac{d(m\dot{r})}{dt} - m\dot{r}\dot{\vartheta}^2 = q[r\dot{\vartheta}B_z - \dot{z}B_\theta]$$

$$\frac{d(mr\dot{\vartheta})}{dt} + m\dot{r}\dot{\vartheta} = q[zB_r - \dot{r}B_z]$$

$$\frac{d(m\dot{z})}{dt} = q[\dot{r}B_\theta - r\dot{\vartheta}B_r]$$

In coordinate cilindriche, la forma generale del campo magnetico è:

$$\vec{B}(r, \theta, z) = \hat{r}B_r(r, \theta, z) + \hat{\theta}B_\theta(r, \theta, z) + \hat{z}B_z(r, \theta, z)$$

Nei ciclotroni con campo azimutalmente uniforme, non si ha dipendenza da θ :

$$\vec{B}(r, \theta, z) = \hat{r}B_r(r, z) + \hat{z}B_z(r, z)$$

Nelle pagine seguenti si studieranno le equazioni del moto radiale ed assiale con un'analisi al I° ordine.

In particolare, per una particella con velocità costante si utilizzeranno le equazioni del moto:

$$m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 = qr\dot{\theta}B_z(r, z) \quad [4.2]$$

$$mr\ddot{\theta} + 2m\dot{r}\dot{\theta} = q[\dot{z}B_r(r, z) - \dot{r}B_z(r, z)] \quad [4.3]$$

$$m\ddot{z} = -qr\dot{\theta}B_r(r, z) \quad [4.4]$$

4.2.1 Dinamica assiale

Si ipotizzi che la particella percorra la sua traiettoria con un raggio fisso r e conservando la velocità azimutale all'interno del gap tra i dee.

Si sviluppi in serie di Taylor con punto iniziale $(r, 0)$ la componente radiale del campo magnetico $B_r(r, z)$:

$$B_r(r, z) = z \left(\frac{\partial B_r(r, z)}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{z^2}{2} \left(\frac{\partial^2 B_r(r, z)}{\partial z^2} \right)_{z=0} + \dots \approx z \left(\frac{\partial B_r(r, z)}{\partial z} \right)_{z=0}$$

Utilizzando il valore di $B_r(r, z)$ con l'approssimazione al I° ordine, si riscrive l'equazione del moto assiale della particella [4.4]:

$$m\ddot{z} = -qr\dot{\theta}z \left(\frac{\partial B_r(r, z)}{\partial z} \right)_{z=0} \quad [4.5]$$

Nelle condizioni di campo magnetico statico ed assenza di correnti, il rotore del campo magnetico è nullo, $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$, e vale la relazione:

$$\left(\frac{\partial B_r(r, z)}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial B_z(r, z)}{\partial r} \right)_{z=0} \quad [4.6]$$

Sul piano mediano, il campo magnetico ha solo la componente assiale:

$$\vec{B}(r, \theta, 0) = -\hat{z}B_z(r, 0) = -\hat{z}B_z(r)$$

Pertanto dalla [4.6] si ottiene:

$$\left(\frac{\partial B_r(r, z)}{\partial z} \right)_{z=0} = -\frac{dB_z(r)}{dr} \quad [4.7]$$

Da questa relazione e con la definizione di indice di campo [4.1] si può scrivere:

$$\frac{dB_z(r)}{dr} = -n \frac{B_z(r)}{r}$$

e quindi si può riscrivere l'equazione [4.5] come:

$$\ddot{z} = -\frac{q}{m} B_z(r) \dot{\theta} n z \quad [4.8]$$

Utilizzando le relazioni:

$$\dot{\theta} = \omega \quad [4.9]$$

e

$$\omega = \frac{q}{m} B_z(r) \quad [4.10]$$

si ottiene l'equazione di Kerst-Serber:

$$\ddot{z} + \omega^2 n z = 0 \quad [4.11]$$

che descrive le oscillazioni libere assiali.

Per $n > 0$, lungo la direzione assiale, la particella segue un moto armonico di ampiezza z_0 e frequenza $\omega_z = \sqrt{n}\omega$ e descritto dall'espressione:

$$z = z_0 \sin(\sqrt{n}\omega t + \varphi_0) \quad [4.12]$$

Per $n < 0$, la soluzione è invece la curva divergente:

$$z = z_0 \sinh(\omega t) \quad [4.13]$$

La frequenza assiale è definita come:

$$\nu_z = \frac{\omega_z}{\omega} = \sqrt{n} \quad [4.14]$$

ed indica il numero di oscillazioni di betatrone assiale compiute dalla particella in un giro completo all'interno della macchina.

Si osserva che l'orbita è assialmente stabile solo se l'indice di campo n è strettamente positivo ($n > 0$).

4.2.2 Dinamica radiale

Si studia ora la dinamica radiale [20] della particella carica in moto con velocità v sul piano $z=0$. L'equazione da risolvere è:

$$m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 = -qr\dot{\theta}B_z(r, z) \quad [4.15]$$

Si introduce la variabile x , che corrisponde alla differenza tra la posizione della particella ed il raggio dell'orbita di equilibrio:

$$x = r - r_{oe} \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{r}$$

e, poiché $\dot{\theta} = \omega$ quando $r = r_{oe}$, si può scrivere:

$$\dot{\theta} = \omega \frac{r_{oe}}{r} \quad [4.16]$$

Da questa relazione si ricava:

$$r\dot{\theta}^2 = \omega^2 \left(\frac{r_{oe}^2}{r} \right) = \omega^2 r_{oe}^2 \frac{1}{r_{oe} + x} = \omega^2 r_{oe} \frac{1}{1 + \frac{x}{r_{oe}}} \approx \omega^2 r_{oe} \left(1 - \frac{x}{r_{oe}} \right) = \omega^2 (r_{oe} - x) \quad [4.17]$$

$$\omega = \frac{q}{m} B_z(r_{oe}, 0) = \frac{q}{m} B_z(r_{oe})$$

Utilizzando lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $(r_{oe}, 0)$ della componente del campo magnetico $B_z(r, z)$ arrestato al primo ordine:

$$B_z(r, 0) \approx B_z(r_{oe}) - n \frac{B_z(r_{oe})}{r_{oe}} x \quad [4.18]$$

Con le espressioni [4.17] e [4.18], si riscrive l'equazione [4.15] come:

$$m\ddot{x} - m\omega^2(r_{oe} - x) = -q\omega r_{oe} \left[B_z(r_{oe}) - n \frac{B_z(r_{oe})}{r_{oe}} x \right]$$

$$\ddot{x} - \omega^2 r_{oe} + \omega^2 x = -\frac{q}{m} B_z(r_{oe}) \omega r_{oe} + \frac{q}{m} B_z(r_{oe}) \omega n x$$

$$\ddot{x} - \omega^2 r_{oe} + \omega^2 x = -\omega^2 r_{oe} + \omega^2 n x$$

ed infine si ottiene l'espressione:

$$\ddot{x} + \omega^2(1-n)x = 0 \quad [4.19]$$

Questa è l'equazione di Kerst-Serber per le oscillazioni libere radiali ed ha come soluzione un moto oscillatorio armonico, così come già osservato nello studio della dinamica assiale:

$$x = x_0 \sin\left(\sqrt{(1-n)}\omega t\right) \quad [4.20]$$

x_0 e $\omega_x = \sqrt{(1-n)}\omega$ sono rispettivamente l'ampiezza e la frequenza di oscillazione; il numero di oscillazioni radiali per rivoluzione è:

$$\nu_x = \frac{\omega_x}{\omega} = \sqrt{1-n} \quad [4.21]$$

Le soluzioni delle equazioni del moto e, in particolare, le espressioni delle frequenze ν_x e ν_z limitano il range di valori che l'indice di campo può assumere: si osserva che, affinché il fascio sia stabile nei piani orizzontale e verticale, il gradiente radiale del campo magnetico assiale deve avere un valore tale che:

$$0 < n < 1$$

Questa relazione è nota come criterio di stabilità di Steenbeck e costituisce un limite anche per il numero di oscillazioni radiali ed assiali che il fascio può compiere lungo l'orbita di equilibrio.

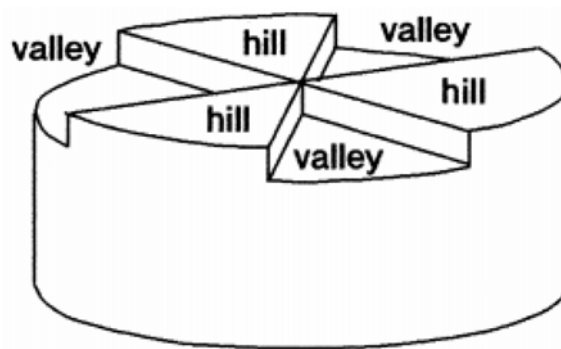
In generale, l'effetto focalizzante sul fascio è tanto più grande quanto più alto è il numero delle oscillazioni, ma nel caso della focalizzazione debole il criterio di stabilità di Steenbeck impone che il fascio non compia mai un'oscillazione completa in una rivoluzione.

Si osserva che la validità del criterio di stabilità di Steenbeck implica che il ciclotrone classico non è isocrono: ciò comporta un limite alle energie raggiungibili.

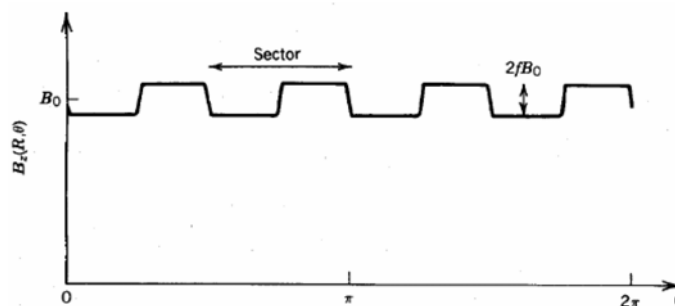
4.3 Il ciclotrone AVF o isocrono

La maggior parte dei ciclotroni moderni segue il principio di funzionamento del ciclotrone AVF (Azimuthally Varying Field) [20].

Il campo magnetico ha una componente orizzontale che ha un effetto di focalizzazione verticale sul fascio, detto Thomas focusing: scegliendo opportunamente il gradiente radiale positivo e la variazione azimutale, si può bilanciare l'aumento relativistico della massa delle particelle con l'incremento del campo magnetico. I ciclotroni AVF possono conservare l'isocronismo: in tal caso, si



Schema di un ciclotrone AVF.



Schema della variazione azimutale del campo magnetico.

ha anche una focalizzazione verticale migliore e quindi la possibilità di ottenere fasci più intensi.

La variazione azimutale del campo magnetico si ottiene variando la distanza delle espansioni polari del ciclotrone; in ogni settore, il campo magnetico assume un valore medio differente, producendo dei campi che variano lungo la direzione di moto delle particelle. Le regioni dove l'intensità del campo è più elevata si dicono creste (*hills*), quelle dove invece è minore si chiamano valli.

A seconda di come si realizza la suddivisione in creste e valli del magnete, si distinguono due tipi di ciclotroni AVF.

- Ciclotroni AVF a settori separati (Separated Sector Cyclotrons, SSC): la struttura magnetica è formata da tanti magneti indipendenti quanti sono i settori previsti; in approssimazione hard edge, il campo nelle valli si considera nullo.
- Ciclotroni AVF compatti: la struttura magnetica è unica, non suddivisa in più parti, e il campo nelle valli è diverso da zero.

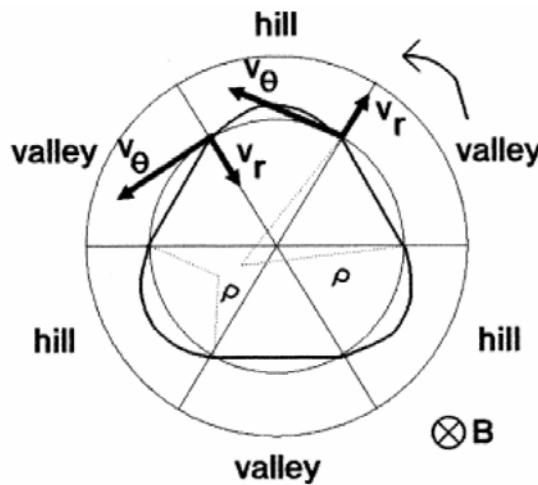
Il corretto funzionamento della macchina dipende notevolmente da come sono progettati e realizzati i settori.

Si ipotizzi che le facce dei poli del magnete abbiano un andamento sinusoidale in azimuth: le linee del campo magnetico risultano convesse rispetto ai centri delle valli e nel piano mediano il campo magnetico ha solo una componente verticale. Nei punti che non appartengono al piano mediano, il campo ha una componente azimutale, il cui segno dipende dalla coordinata assiale. In un campo con queste caratteristiche, il raggio di curvatura di una particella di energia fissata varia in modo opposto all'intensità del campo e l'orbita non è più una circonferenza. Infatti,

vale la relazione:

$$mv = qB\rho$$

Se invece l'andamento delle facce è a gradino, il raggio di curvatura varia solo tra due valori; la traiettoria seguita è illustrata nella seguente figura.



Ciclotrone a quattro settori con andamento a gradino delle facce dei poli ideale. La traiettoria ha due raggi di curvatura.

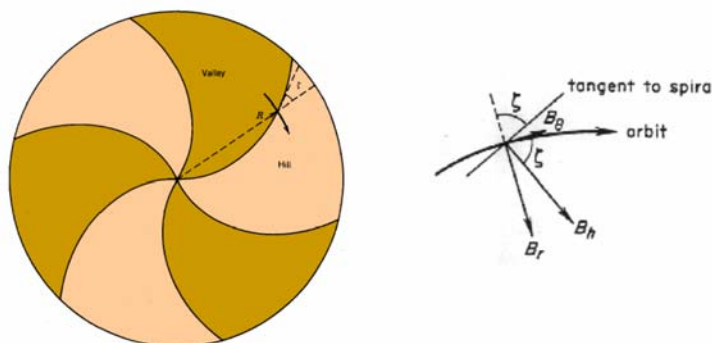
A differenza dell'orbita circolare, la componente radiale della velocità v_r cambia periodicamente direzione, verso l'interno o l'esterno.

La combinazione del campo azimutale B_θ e della velocità radiale v_r genera una forza assiale diretta sempre verso il piano mediano e quasi indipendente dal gradiente radiale del campo: questa è la forza di Thomas ed il suo effetto è molto importante per la corretta dinamica delle particelle del fascio.

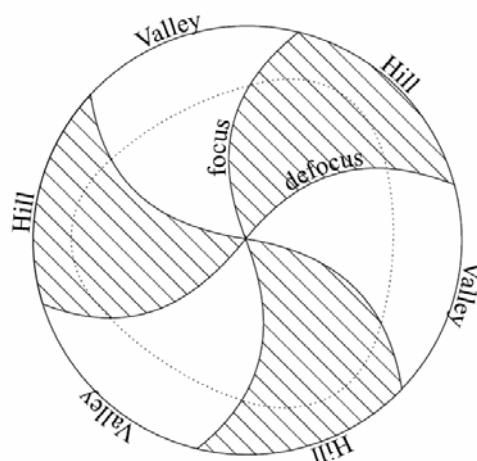
Se i settori hanno una forma a spirale, per la forza di Thomas, il campo periferico esercita in modo alternato un'azione focalizzante e defocalizzante lungo la direzione assiale sulle particelle. Infatti, per ragioni di simmetria, il passaggio da una valle ad una cresta ha un effetto focalizzante, quello da una cresta ad una valle invece ha un effetto defocalizzante: l'effetto complessivo è comunque focalizzante e fornisce un metodo per migliorare la focalizzazione lungo la direzione verticale.

L'effetto di focalizzazione è proporzionale all'angolo di spirale $\zeta(R)$, cioè l'angolo di inclinazione tra il confine cresta-valle ed il raggio della particella; in

particolare, la focalizzazione deve essere maggiore verso i raggi esterni, dove l'energia delle particelle è più grande.



Schema di un ciclotrone con settori ad andamento a spirale e visualizzazione dell'angolo di spirale.



Ciclotrone con settori di forma a spirale: effetti di focalizzazione e defocalizzazione nelle regioni di confine tra le zone con diverso valore di campo magnetico.

Il ciclotrone AVF consente di accelerare particelle ad energie più alte rispetto a quelle ottenibili con il ciclotrone classico; l'incremento di energia però comporta i seguenti problemi:

- nel range di energie raggiunte, gli effetti relativistici causano l'aumento della massa delle particelle e, per non perdere l'isocronismo, bisogna aumentare il campo magnetico lungo la direzione radiale;
- l'aumento del campo magnetico comporta un valore negativo dell'indice di campo n e quindi la defocalizzazione assiale del fascio.

4.3.1 L'isocronismo

Introducendo gli effetti relativistici, la frequenza di ciclotrone è:

$$\omega_0 = q \frac{\langle B \rangle}{m} = q \langle B \rangle \frac{c^2}{E} = q \langle B \rangle \frac{c^2}{\gamma E_0}$$

con E ed E_0 rispettivamente energia ed energia a riposo della particella e $\langle B \rangle$ campo medio. Affinché si conservi l'isocronismo, la frequenza di ciclotrone deve rimanere costante durante tutta la fase di accelerazione: il rapporto tra $\langle B \rangle$ e γ deve allora essere costante. L'aumento di γ per effetto relativistico implica così un incremento del campo magnetico medio $\langle B \rangle$. Utilizzando le definizioni:

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}$$

il campo magnetico si esprime come:

$$\begin{aligned} B(r) &= B_0 \gamma(r) = B_0 \sqrt{\frac{1}{1-\beta(r)^2}} = B_0 \sqrt{\frac{1}{1-\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right)^2}} = \\ &= B_0 \sqrt{\frac{1}{1-\left(\frac{2\pi r f_r}{c}\right)^2}} \end{aligned} \quad [4.22]$$

con f_r frequenza di rivoluzione; invece B_0 è il campo magnetico al centro del ciclotrone ed è pari a:

$$B_0 = \frac{m}{qe} \omega = \frac{2\pi m_0 c^2}{c^2} \left(\frac{A}{q} \right) f_r$$

La relazione [4.22] si dice condizione di isocronismo.

4.3.2 La focalizzazione nei ciclotroni AVF

Con uno studio analogo a quello fatto per i ciclotroni classici, si possono determinare le espressioni delle frequenze di oscillazione assiale e radiale:

$$\nu_z^2 = -k + \frac{N^2}{N^2 - 1} F (1 + 2 \tan^2 \zeta) + \dots$$

$$\nu_x^2 = 1 + k + \frac{3N^2}{(N^2 - 1)(N^2 - 4)} F (1 + 2 \tan^2 \zeta) + \dots$$

N è il numero di settori, ζ è l'angolo di spirale e k è l'indice di campo medio, definito come:

$$k(r) = -n(r) = \frac{rd\langle B \rangle}{\langle B \rangle dr} = \gamma^2(r) - 1$$

F è il flutter del campo magnetico al raggio r ed esprime la variazione azimutale del campo magnetico, cioè la differenza fra i campi nelle creste e nelle valli:

$$F = \frac{\langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2}{\langle B \rangle^2}$$

4.4 Iniezione ed estrazione del fascio nei ciclotroni

L'iniezione e l'estrazione del fascio nei ciclotroni possono essere realizzate in diversi modi. La scelta dei sistemi più adatti dipende sia dalla macchina sia dalle caratteristiche del fascio. Bisogna curare con attenzione questi sistemi, perché è in fase di iniezione ed in quella di estrazione che si verifica la maggior parte della perdita di intensità del fascio.

Il sistema di iniezione dipende essenzialmente dal tipo di sorgente adoperata per la creazione del fascio. Nei primi ciclotroni si utilizzavano delle sorgenti interne, poste al centro della macchina, ma ciò limitava enormemente le capacità delle macchine e le energie raggiungibili. Negli acceleratori moderni, il fascio è prodotto esternamente e spesso, quando è iniettato nella macchina, è già stato accelerato da altri dispositivi [22].

L'iniezione dipende anche dalle caratteristiche delle particelle: particelle cariche richiedono accorgimenti differenti da quelle neutre ed anche il rapporto carica-massa influisce sulla dinamica dell'iniezione.

I sistemi di iniezione si possono distinguere in:

- sistemi di iniezione di fasci neutri;
- sistemi di iniezione radiale;
- sistemi di iniezione assiale.

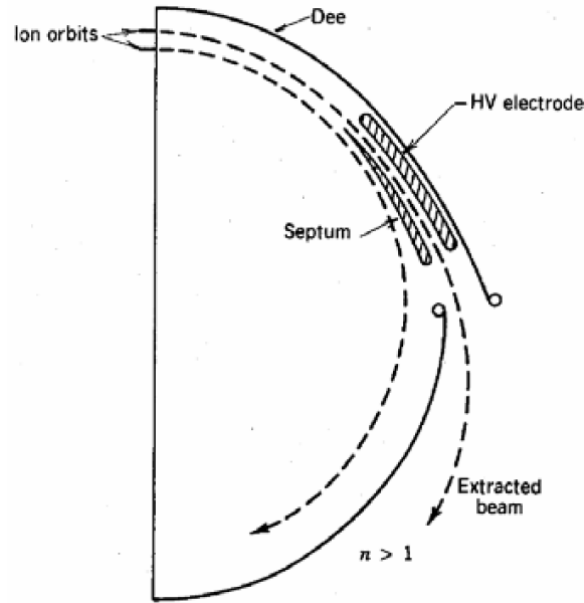
Questa tesi tratta del sistema di iniezione del fascio nel ciclotrone del progetto SCENT: di conseguenza, nel prossimo capitolo, si descriveranno in modo accurato le caratteristiche ed il funzionamento di questi sistemi.

L'estrazione del fascio è una delle fasi più complesse del processo di accelerazione e dipende soprattutto dalle caratteristiche del fascio estratto. I metodi di estrazione più utilizzati sono:

- estrazione mediante deflettori elettrostatici;
- estrazione per stripping.

4.4.1 Estrazione mediante deflettori elettrostatici

Storicamente, è il primo metodo di estrazione messo a punto e sfrutta l'azione



Schema dell'estrazione mediante deflessione elettrostatica.

di deflettori elettrostatici che guidano il fascio fuori dal ciclotrone.

Quando le particelle raggiungono l'energia finale, si trovano in orbita nella regione più esterna della macchina: qui viene posto un deflettore elettrostatico, che produce un campo elettrico radiale diretto verso l'interno. La forza dovuta alla presenza del campo elettrico spinge le particelle cariche positivamente verso l'esterno: pertanto il raggio di curvatura aumenta e le particelle sono deflesse fuori dall'acceleratore.

Il deflettore è costituito da due elettrodi curvati ed ha una struttura simile ad un condensatore cilindrico; l'elettrodo interno è a massa, quello esterno è invece ad una tensione opportuna.

Il maggiore inconveniente di questo sistema è che parte del fascio colpisce l'elettrodo interno: ciò riduce l'efficienza di estrazione e causa l'attivazione dell'elettrodo e di altre componenti del sistema.

Affinché l'efficienza di estrazione sia migliore (con conseguente riduzione del fenomeno di attivazione), è necessario che le orbite siano ben separate; la distanza di separazione tra le orbite si può esprimere come:

$$\frac{dR}{dN} = R \frac{E_g}{E} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{v_x^2}$$

dove R è il raggio medio dell'orbita, E_g è l'energia guadagnata a giro, E è l'energia cinetica, γ è il fattore relativistico, ν_x è la frequenza di betatrone radiale e N è il numero di giri.

Le condizioni che consentono di migliorare l'efficienza di estrazione sono:

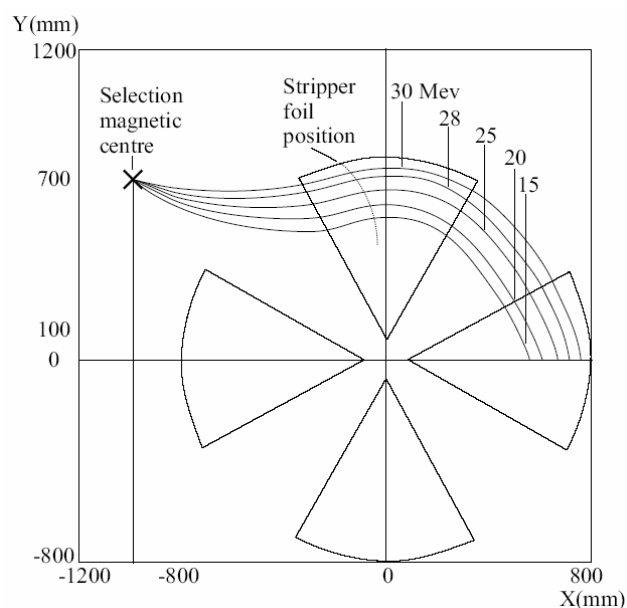
- il raggio di estrazione del ciclotrone deve essere grande;
- il guadagno di energia per giro deve essere alto;
- il fascio deve essere accelerato nelle regioni dove la frequenza di betatrone radiale ν_x è più piccola.

Nei ciclotroni in cui la separazione delle orbite non è abbastanza grande, si interviene sulla dinamica del fascio con delle perturbazioni magnetiche (risonanze): questo permette di aumentare leggermente il gap tra le orbite.

4.4.2 Estrazione per stripping

Questo metodo è utilizzabile solo per particelle accelerate che hanno ancora qualche elettrone legato: pertanto non è possibile applicarlo per estrarre protoni ed ioni completamente ionizzati.

In prossimità del raggio di estrazione, si posiziona un foglio di carbonio di



Estrazione per stripping di un fascio di H.

spessore $50 \div 200 \text{ } \mu\text{g} / \text{cm}^2$. Quando il fascio attraversa il foglio, le particelle accelerate perdono gli elettroni: cambia così il rapporto carica-massa degli ioni e di conseguenza il raggio di curvatura della traiettoria, che esce dall'acceleratore.

L'efficienza di questo sistema di estrazione è molto alta, talvolta raggiunge il 100%, anche per fasci di intensità elevata; l'attivazione dei componenti è piccola e quindi è possibile modificare le componenti dell'acceleratore in poco tempo.

Inoltre, si può variare l'energia del fascio in uscita semplicemente variando la posizione del foglio di carbonio o anche ottenere due fasci di energie diverse contemporaneamente.

I vantaggi di questo sistema fanno sì che sia il metodo più utilizzato nei ciclotroni che accelerano H per applicazioni medicali e per la produzione di radioisotopi.

4.5 L'accelerazione nei ciclotroni

Una particella di carica q in presenza di campo elettrico E è sottoposta alla forza:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

ed è accelerata parallelamente alla direzione in cui è applicato il campo elettrico.

Nei ciclotroni, i campi elettrici presenti non sono continui, ma alternati e l'accelerazione impressa alle particelle dipende dalla fase con la quale queste attraversano i gap di accelerazione.

I campi elettrici alternati sono prodotti da cavità a radiofrequenza (RF) e il loro andamento dipende dalla frequenza di ciclotrone o da un suo multiplo intero:

$$\omega_{RF} = h\omega_0 = h\frac{qB}{m}$$

dove h è il numero di armonica.

Ad ogni passaggio attraverso il gap accelerante, l'energia guadagnata dalla particella è:

$$U = qV \sin \varphi$$

e dipende dalla carica, dal potenziale V applicato per produrre il campo elettrico e dalla fase φ .

Il guadagno energetico non è lo stesso per tutte le particelle di un fascio, in quanto queste hanno velocità diverse, raggiungono il gap in istanti differenti e soprattutto non necessariamente in fase con il campo elettrico. Quindi, le particelle vengono accelerate in modo differente.

Per comprendere meglio questo fenomeno, si consideri una particella che si muove su un'orbita di lunghezza L con momento p ; se τ è il periodo di rivoluzione, differenziando la relazione $v = \frac{L}{\tau}$ si ottiene:

$$\frac{dL}{L} = \frac{dv}{v} + \frac{d\tau}{\tau} = \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\tau}{\tau}$$

Esprimendo l'impulso come:

$$p = m_0 \gamma \beta$$

e derivando rispetto a β , si ottiene:

$$\frac{dp}{p} = -\gamma^2 \frac{d\beta}{\beta}$$

Si definisce *momentum compaction* la quantità:

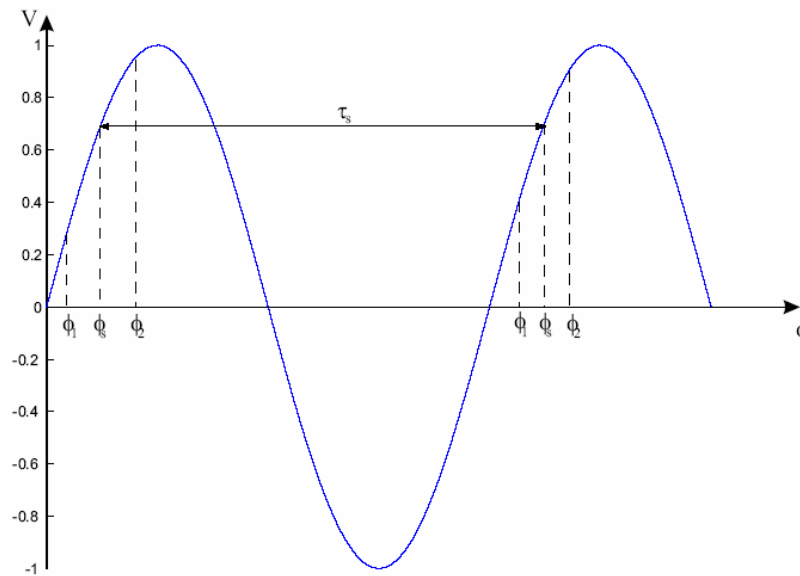
$$\alpha = \frac{p}{L} \cdot \frac{dL}{dp} = \frac{p}{R} \cdot \frac{dR}{dp}$$

con R raggio dell'orbita. Sostituendo in questa relazione le due espressioni ricavate precedentemente, si ricava:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cdot \frac{dp}{p} = \eta \cdot \frac{dp}{p}$$

Considerando dp e $d\tau$ rispettivamente come la variazione del momento e quella del periodo della particella che non è in fase, questa relazione permette di legare la dinamica delle particelle non sincrone e di determinare il valore della fase φ_s della particella sincrona, che sarà il valore stabile di riferimento della macchina.

Si può studiare la fase φ_s in funzione del segno di η e dell'andamento del potenziale.



Andamento della tensione al variare della fase.

Se $\eta < 0$, l'aumento del momento implica la diminuzione del periodo e la fase φ_s deve essere compresa nell'intervallo $\left(0, \frac{\pi}{2} \right)$, che corrisponde al tratto ascendente

del potenziale.

In questo caso, una particella con fase φ_1 ed in anticipo rispetto a quella sincrona nel primo gap subisce un'accelerazione minore, ma, avendo una velocità maggiore della particella di riferimento, nel secondo gap è maggiormente accelerata: così si riduce la differenza $\varphi_s - \varphi_1$.

Invece, una particella con fase φ_2 ed in ritardo rispetto a quella di riferimento nel primo gap acquista un'accelerazione maggiore che riduce la differenza di velocità, differenza che si riduce ulteriormente anche nel secondo gap.

Se $\eta > 0$, si osserva che φ_s appartiene all'intervallo $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, dove il potenziale è positivo e discendente: le particelle in anticipo compensano la minore velocità ricevendo un'accelerazione maggiore; quelle in ritardo che hanno una velocità superiore sono meno accelerate. L'effetto complessivo è una riduzione della differenza di fase, come nel caso precedente.

Il ciclotrone isocrono non ha stabilità di fase. Per mantenere l'isocronismo, il campo magnetico deve crescere radialmente in modo proporzionale al fattore relativistico (par. 4.3.1).

Si può dimostrare che su tutto il range di accelerazione risulta:

$$\gamma^2 = \alpha$$

e quindi:

$$\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\gamma^2}\right) = 0 \Rightarrow \eta = 0$$

cioè non si ha stabilità di fase.

Poiché il campo magnetico non è perfettamente isocrono, η può assumere valori sia positivi sia negativi e la fase di accelerazione cambia di conseguenza.

In particolare, si può esprimere lo spostamento del valore della fase in funzione della variazione del campo magnetico rispetto al teorico con la relazione:

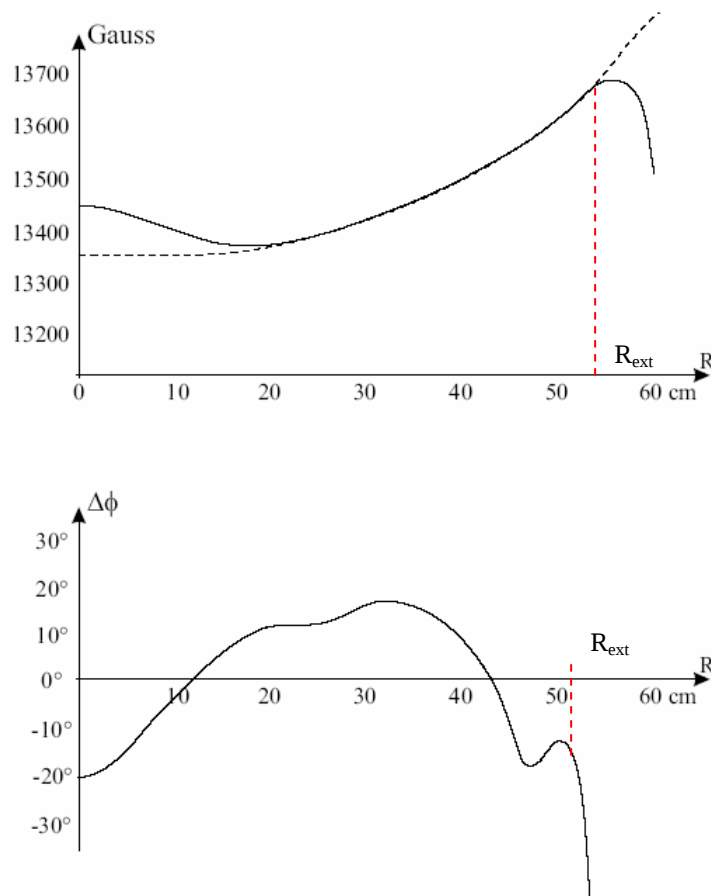
$$d(\sin \varphi) = 2\pi h \frac{dB}{B_{iso}} n_g \quad .[4.4]$$

B_{iso} è il campo isocrono, dB è la differenza tra il campo isocrono e quello reale, n_g è il numero di giri compiuti dalla particella ed h è il numero armonico del ciclotrone [20].

La variazione della fase è possibile entro certi limiti. Infatti, il campo isocrono e quello reale devono differire di poco, con un'incertezza del campo magnetico del tipo $\frac{\Delta B}{B} \approx 10^{-4}$.

In generale, uno spostamento della fase di $20^\circ - 30^\circ$ è accettabile.

I grafici seguenti rappresentano campo magnetico e fase di un ciclotrone compatto. Nella prima figura si confronta il campo isocrono teorico (linea



Campo isocrono e variazione di fase.

tratteggiata) con quello misurato (linea continua); la seconda figura mostra l'andamento della differenza di fase secondo l'equazione [4.4] durante tutto il range di accelerazione.

Oltre che dalle caratteristiche del campo magnetico, il valore massimo accettabile per lo spostamento di fase dipende dalle caratteristiche della particella e degli elettrodi acceleranti e dal numero armonico h .

L'accelerazione delle particelle avviene al confine tra l'elettrodo ed il ground, nelle cavità risonanti: questi sono i dispositivi che generano i campi che accelerano le particelle.

Le cavità di un ciclotrone sono solitamente di tipo coassiale: il conduttore esterno si dice liner, quello interno si chiama stem. La parte finale dello stem è un piatto e costituisce la dee, cioè l'elettrodo accelerante.

Affinché la particella sia accelerata due volte, la differenza tra la fase del gap di ingresso e quella del gap in uscita deve essere di 180° .

4.6 Le risonanze

Finora si è studiata la dinamica del fascio trattando separatamente la parte assiale e quella radiale, considerandole indipendenti l'una dall'altra e con un'approssimazione al primo ordine.

Si è utilizzato un campo magnetico ideale: ad esempio, nello studio del moto radiale sul piano mediano delle espansioni polari, si è trascurata la dipendenza della componente assiale dalla coordinata z e si sono prese in considerazione solo le variazioni lungo la coordinata radiale.

Questa analisi però non permette di osservare gli effetti dell'accoppiamento dei due moti che si verificano effettivamente.

Infatti, le imperfezioni del campo e gli ordini superiori del suo sviluppo in serie causano l'instabilità del moto per particolari valori delle frequenze di focalizzazione ν_x e ν_z : questo è il cosiddetto fenomeno delle risonanze.

L'accoppiamento si verifica quando le frequenze di oscillazione dei moti sono multipli interi e, in alcuni di questi casi, l'energia di un moto si trasferisce all'altro.

L'analisi più esatta del sistema deve quindi includere la dipendenza da entrambe le variabili x e z e la presenza di termini misti e di termini fino al secondo ordine.

Esistono due tipi principali di risonanze:

- le risonanze da imperfezione, dovute alle variazioni del campo magnetico;
- le risonanze intrinseche, attribuibili agli ordini superiori dello sviluppo delle equazioni del moto ed al loro accoppiamento.

Le condizioni per le quali si manifestano le risonanze sono:

$$Av_x + Bv_z = C$$

$$Dv_x - Ev_z = F$$

A, B, C, D, E ed F sono numeri interi. In particolare, la prima condizione si riferisce ad gruppo detto delle risonanze somma, la seconda alle risonanze chiamate differenza.

Se il campo è uniforme, come nei ciclotroni classici, i valori di v_x e v_z soddisfano sempre la condizione:

$$v_x^2 + v_z^2 = (\sqrt{n})^2 + (\sqrt{1-n})^2 = 1$$

L'intersezione tra questa circonferenza e la retta che descrive la risonanza si chiama punto operativo.

Una delle risonanze che si verifica più spesso è quella di Walkinshaw, detta anche risonanza fondamentale, ed è espressa dalla relazione:

$$v_x = 2v_z$$

Altri esempi di risonanze comuni sono quelli descritti dalle relazioni:

$$v_x - 2v_z = -1$$

$$\nu_x - \nu_z = 0$$

$$2\nu_x - \nu_z = 1$$

Queste risonanze devono essere evitate o attraversate in pochi giri di accelerazione, perché ad ogni giro provocano la perdita di parte del fascio.

Le difficoltà maggiori si hanno quando la frequenza di betatrone è un multiplo della frequenza di ciclotrone: il disturbo si ripete sempre nello stesso istante dell'oscillazione e ne accresce l'ampiezza. In tal modo, si perde la stabilità del fascio.

È quindi necessario studiare accuratamente il percorso del fascio nello spazio delle $\nu_x - \nu_z$, in modo da sapere se si attraversano o no delle risonanze ed operare le opportune scelte per permettere il corretto funzionamento del ciclotrone.

Capitolo 5

IL SISTEMA DI INIEZIONE DEL FASCIO

5.1 Generalità sui sistemi di iniezione

Nel capitolo 4 si è brevemente accennato ai sistemi di iniezione del fascio: in questo capitolo invece si illustreranno le diverse possibilità per l'iniezione del fascio nei ciclotroni.

Affinché l'accelerazione sia la più efficace possibile, le caratteristiche richieste al fascio all'ingresso al ciclotrone sono:

- degli alti stati di carica per gli ioni;
- un'intensità di corrente alta;
- valori di affidabilità ed efficienza alti e una buona emittanza.

Nei primi ciclotroni, il fascio era prodotto da una sorgente posizionata all'interno della macchina e non soddisfaceva appieno queste richieste.

Con l'introduzione delle sorgenti di ioni esterne, ed in particolare delle sorgenti ECR, le prestazioni dei ciclotroni sono notevolmente migliorate: è possibile infatti produrre fasci con caratteristiche migliori, a partire da una maggiore intensità ed un'emittanza migliore.

L'utilizzo di sorgenti esterne richiede l'introduzione di un sistema per il trasporto del fascio all'interno dalla macchina, in grado di portarlo nella posizione in

cui ha inizio la fase di accelerazione minimizzando le perdite e l'alterazione delle caratteristiche del fascio.

Il sistema di iniezione deve tener conto di diversi fattori: l'energia e l'emittanza del fascio, la massa e la carica delle particelle ed il tipo di sorgente utilizzato. Inoltre, la dinamica del fascio deve tener conto degli effetti prodotti dai campi presenti all'interno della macchina che regolano l'accelerazione del fascio.

5.2 Iniezione di fasci neutri

Per limitare gli effetti del campo elettrico e di quello magnetico sulla dinamica di ingresso, si possono iniettare nel ciclotrone fasci di particelle neutre con un'energia iniziale appropriata.

Un metodo per l'accelerazione di fasci neutri è quello ideato dal gruppo Keller del CERN [24].

Una sorgente polarizzata posta sul piano mediano del ciclotrone produce degli atomi neutri che vengono polarizzati per bombardamento elettronico: in questo modo si ottengono fasci di bassa energia, detti *thermal velocity beam*. Questo metodo non è l'ideale per fasci di protoni, perché, in tal caso, risulta difficile ridurre il rumore dovuto alla presenza dell'idrogeno ad un valore trascurabile.

La presenza del rumore dell'idrogeno è abbastanza piccola quando si accelerano deutoni: è stato possibile iniettare in un ciclotrone da 22 MeV un fascio di deutoni ottenendo una polarizzazione del 55% ed una corrente di 0.03 nA.

Un altro esperimento con il ciclotrone del centro di Saclay ha prodotto un fascio dell'intensità di 5 nA utilizzando un *arc-type ioniser*.

Risultati migliori si ottengono se il fascio è ionizzato all'esterno del ciclotrone: in particolare, si ottengono correnti dieci volte più intense.

Fasci di energia più alta, detti *fast neutral beam*, richiedono un sistema di iniezione differente: è necessario che, prima dell'ingresso nel ciclotrone, il fascio abbia un'energia maggiore e sia neutralizzato, mentre lo stripping mediante l'attraversamento di un fogliolino avviene all'interno della macchina.

Il fogliolino deve essere abbastanza sottile, in modo da limitare le perdite di energia, e deve essere resistente ai danni termici e delle radiazioni; variando la posizione del fogliolino e la direzione di ingresso del fascio è possibile centrare le prime orbite della traiettoria e trovare il punto più adatto all'inizio della fase di accelerazione.

I vantaggi di questo metodo sono l'assenza di fenomeni di ionizzazione del gas residuo e che il fascio può essere focalizzato prima della neutralizzazione; si ottengono però basse intensità di corrente.

5.3 Iniezione radiale

In alcuni sistemi di accelerazione, il fascio è prodotto da sorgenti esterne e, talvolta, giunge al ciclotrone già preaccelerato da altri acceleratori, come il tandem ed il linac: i sistemi di iniezione radiale consentono di trasportare il fascio all'interno del ciclotrone conservandone le caratteristiche.

L'iniezione avviene con dei deflettori elettrostatici e si può realizzare sia nei ciclotroni a settori separati sia in quelli compatti. Di seguito sono illustrati alcuni esempi di sistemi di iniezione radiale [24].

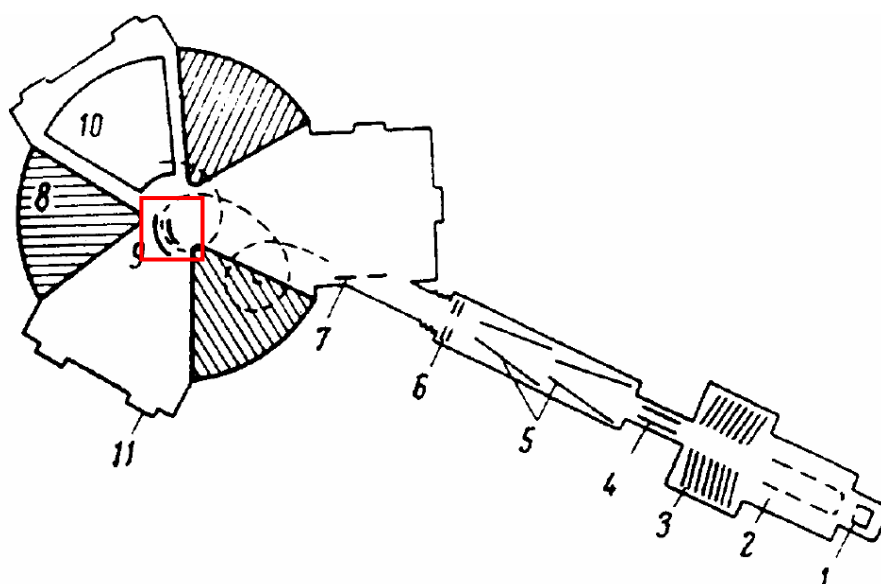
5.3.1 Iniezione trocoidale

È il primo metodo di iniezione radiale progettato e fu utilizzato presso il Lebedev Institute di Mosca.

La differenza di campo magnetico tra creste e valli fa seguire al fascio una traiettoria trocoidale fino al centro dell'acceleratore; lì, un canale elettrostatico curva il fascio verso l'orbita centrale.

L'iniezione con questa tecnica è molto difficile a causa della sovrapposizione del fascio in corrispondenza dei nodi della traiettoria.

Inoltre, l'energia di estrazione ottenibile è bassa rispetto a quella di iniezione: ad esempio, al Lebedev Institute, ad un'energia iniziale di 30 keV corrispondeva un valore finale di soli 300 keV.



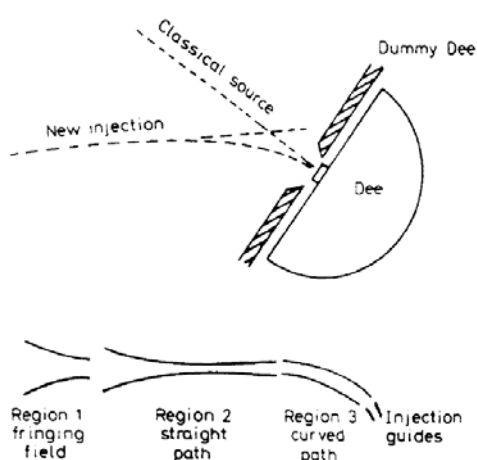
Schema del sistema di iniezione radiale trocoidale del fascio nel piano mediano del ciclotrone del Lebedev Institute di Mosca: il riquadro rosso evidenzia la posizione del canale elettrostatico.

Oggi l'iniezione trocoidale non si utilizza più.

5.3.2 Iniezione con campi elettrici schermanti

Questa tecnica fu proposta nel 1965 dai ricercatori Beurtey e Thirion di Saclay.

Il campo elettrico orizzontale prodotto da un sistema di elettrodi schermo la forza esercitata dal campo magnetico sul fascio e focalizza la sua traiettoria nel



Rappresentazione schematica del sistema di iniezione radiale in cui i campi elettrici schermano i campi magnetici.

centro del ciclotrone.

L'iniezione di protoni da 5 keV produce all'estrazione un fascio di intensità pari a 70 nA.

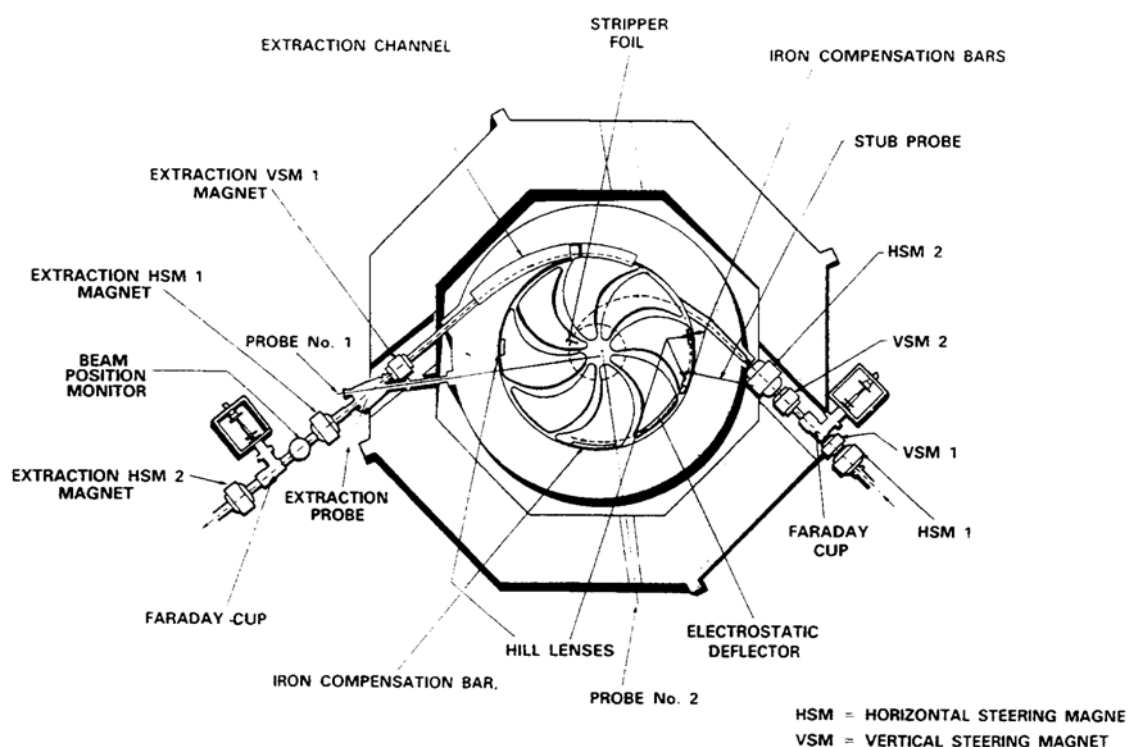
5.3.3 Iniezione di fasci preaccelerati

In buona parte dei sistemi moderni, il fascio ionizzato con un certo stato di carica raggiunge il ciclotrone dopo essere stato preaccelerato da un tandem o da un altro apparato di accelerazione.

Il campo magnetico guida il fascio fino ad uno stripper posto all'interno della macchina, in corrispondenza dell'orbita di equilibrio più interna: il fascio cambia stato di carica e, per effetto della variazione della rigidità magnetica, il raggio di curvatura assume il valore del primo raggio dell'orbita accelerata alla minima energia.

Affinché il processo avvenga in modo efficiente, la rigidità magnetica del fascio iniettato deve essere compatibile con il campo magnetico e le dimensioni del polo del ciclotrone: ciò comporta delle restrizioni sui fasci accelerabili.

Inoltre, la deflessione del fascio deve essere inferiore a 180° .



Schema di un ciclotrone con sistema di iniezione radiale.

5.3.4 Iniezione nei ciclotroni a settori separati

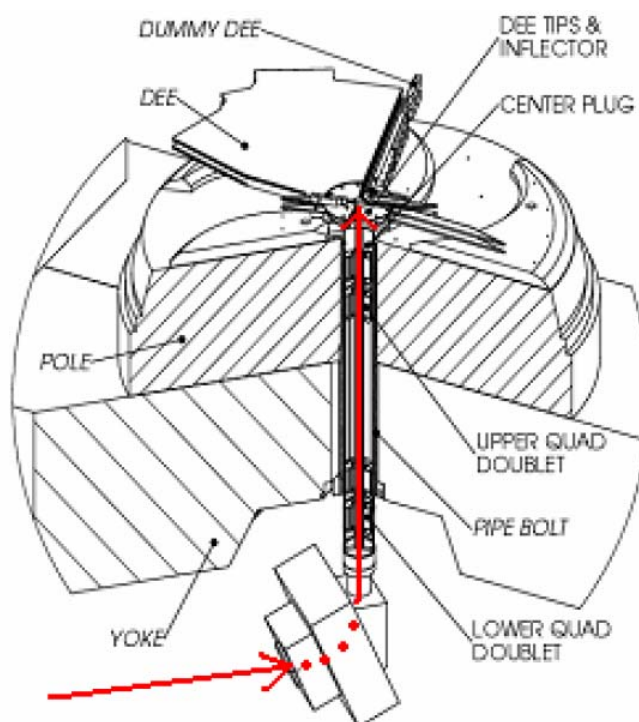
L'iniezione del fascio nei ciclotroni a settori separati è simile a quella dei ciclotroni compatti.

La separazione in settori consente di disporre di più spazio per posizionare gli elementi per la focalizzazione del fascio.

Il campo magnetico nelle valli si può considerare nullo rispetto a quello presente nelle creste ed il fascio è flesso nell'orbita centrale con un sistema di elementi curvanti posti al centro della macchina.

5.4 Iniezione assiale

Il trasporto del fascio prodotto da una sorgente esterna fino al centro del ciclotrone può avvenire mediante linee di iniezione verticali, provenienti sia dall'alto che dal basso.



Schema dell'iniezione assiale in un ciclotrone.

In prossimità del piano mediano la traiettoria del fascio deve curvare di 90° , in modo da raggiungere la posizione di inizio della fase di accelerazione.

Questa tipologia di sistemi di iniezione è oggi la più utilizzata.

5.4.1 Inflettore a specchio elettrostatico

Il primo sistema di iniezione assiale fu installato nel ciclotrone di Birmingham nel 1962: era costituito da un sistema di lenti per la focalizzazione del fascio lungo la linea di iniezione e da un inflettore elettrostatico a specchio per la deflessione sul piano mediano dell'acceleratore.

L'inflettore è costituito da una coppia di elettrodi planari posizionati con un'inclinazione di 45° rispetto alla direzione di ingresso del fascio; uno dei due elettrodi è una griglia che consente l'ingresso del fascio nel gap in cui è presente il campo elettrico che produce la deviazione del fascio.

La forma parametrica della traiettoria centrale si ricava integrando le componenti dell'equazione di Lorentz e considerando il campo magnetico B e le componenti del campo elettrico E_y e E_z costanti:

$$\begin{aligned}x &= \frac{E_y}{B\omega(\omega t - \sin \omega t)} \\y &= \frac{E_y}{B\omega(1 - \cos \omega t)} \\z &= \left(\frac{\omega}{2B}\right) E_z t^2 - v_0 t + z_0\end{aligned}$$

$$\text{con } \omega = \frac{qB}{m}.$$

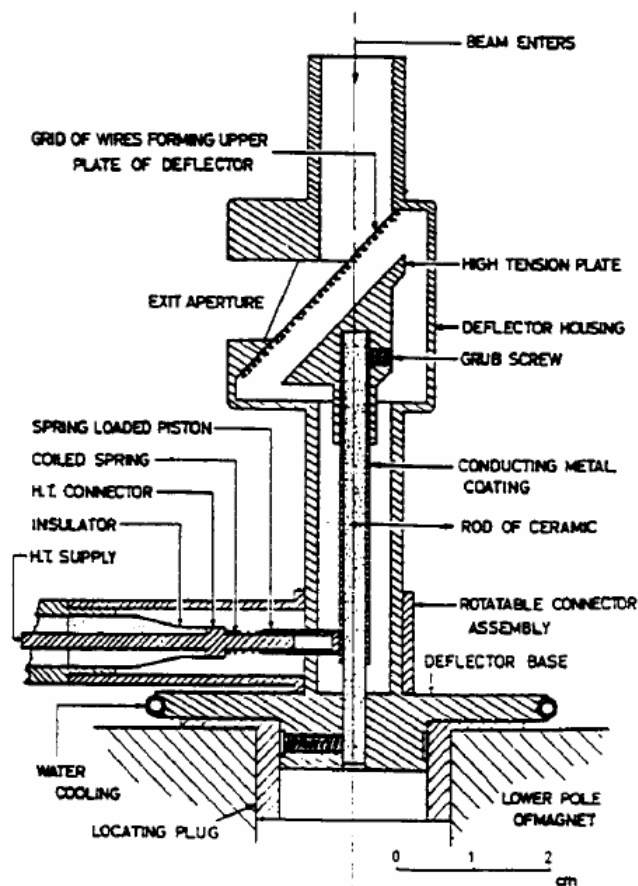
La proiezione della traiettoria centrale sul piano mediano è parte del cicloide generato dal cerchio di raggio $\frac{E_y}{\omega B}$. All'uscita dall'inflettore, dopo una deflessione di 90° , la geometria è fissata dall'angolo α formato dalla traiettoria con il piano mediano e dalla quota del punto d'ingresso h :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_y}{E_z} = \frac{\sin \frac{\tau}{2}}{\frac{\tau}{2}}$$

$$h = \frac{\rho \tau}{2}$$

Questo sistema è semplice da realizzare e ha delle dimensioni minori rispetto agli altri dispositivi di iniezione assiale, ma richiede alti valori di tensione.

Il coefficiente di trasmissione del fascio è di circa il 65%: le perdite sono dovute soprattutto alla griglia di ingresso; inoltre, si osserva un aumento dell'emittanza del fascio, dovuta a dispersione in posizione, angolo, energia e tempo.



Sezione dell'inflettore a specchio del ciclotrone di Birmingham.

5.4.2 Inflettore iperbolico

Gli elettrodi di questo tipo di inflettore si ritagliano da una superficie di rivoluzione, cioè da un iperboloide.

Tale scelta è motivata dal fatto che un potenziale iperbolico della forma:

$$V_p = \frac{1}{2}Kz^2 - \frac{1}{4}Kr^2 + C$$

con K e C costanti e z ed r coordinate spaziali cilindriche, è a simmetria radiale e soddisfa l'equazione di Laplace nello stesso tempo.

Più esattamente, gli elettrodi si costruiscono come superfici di rivoluzione intorno all'asse z .

Si supponga che il campo magnetico sia costante lungo l'asse z . Sotto questa condizione, la traiettoria di riferimento è descritta dalle equazioni parametriche:

$$x = \frac{r_0}{2} \{ -b \cos(akt) + a \cos(bkt) \}$$

$$y = \frac{r_0}{2} \{ -b \sin(akt) + a \sin(bkt) \}$$

$$z = \frac{r_0}{2} \sin(kt)$$

con $a = \frac{\sqrt{6}}{2} + 1$ e $b = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$. I parametri k e r_0 dipendono dalla massa m e dalla

carica q dello ione e dal raggio di iniezione $\rho = \frac{mv_0}{qB}$:

$$k^2 = \frac{qK}{m}$$

$$r_0 = (2\sqrt{6})\rho$$

Le coordinate della traiettoria centrale soddisfano la condizione:

$$r^2 - 2z^2 = r_0^2$$

dove non compaiono altri parametri liberi.

La geometria degli elettrodi dipende così solo dal raggio di iniezione ed è espressa dalle equazioni:

$$r^2 - 2z^2 = r_1^2$$

$$r^2 - 2z^2 = r_2^2$$

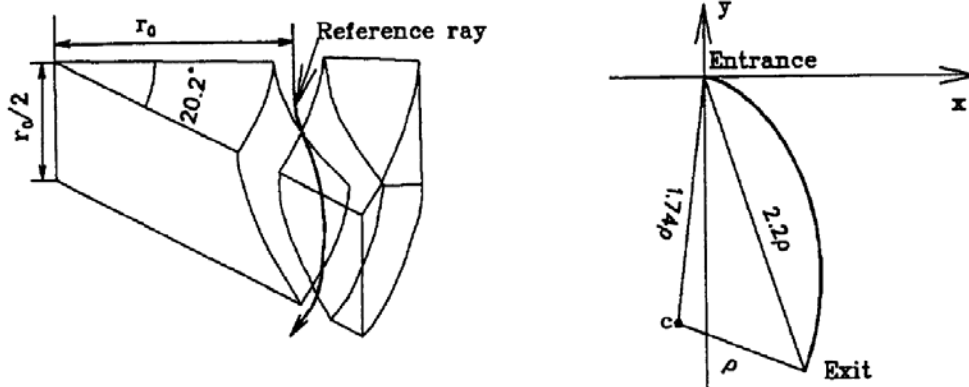
La larghezza del gap è data dalla quantità $r_2 - r_1$, con $r_1 < r_0 < r_2$.

La differenza di potenziale da applicare agli elettrodi è:

$$U = \frac{1}{4} K (r_2^2 - r_1^2) \approx 4U_{inj} \frac{(r_2 - r_1)}{r_0}$$

con U_{inj} tensione di iniezione.

Il vantaggio di questo tipo di inflettore è che nella dinamica del fascio non vi è correlazione tra i sottospazi di fase trasversi: se si trascurano gli effetti di bordo, l'inflettore si può considerare un elemento lineare e risulta più semplice derivare le matrici di trasferimento necessarie per il matching con la traiettoria del fascio nel resto della macchina.



Elettrodi, traiettoria centrale e proiezione della traiettoria centrale sul piano mediano di un inflettore iperbolico.

5.4.3 Inflettore a spirale

L'inflettore a spirale è stato utilizzato per la prima volta a Grenoble.

La traiettoria del fascio è deflessa sul piano mediano da due elettrodi a spirale, costruiti tenendo conto dell'effetto di curvatura prodotto dal campo magnetico sulle particelle.

Questo sistema ha dimensioni comprese tra quelle dei due dispositivi prima illustrati e richiede valori di tensione agli elettrodi più bassi di quelli necessari per l'inflettore a specchio.

La correlazione tra i sottospazi delle fasi non è trascurabile ed è molto complessa, ma è possibile ottenere dei dispositivi con un coefficiente di trasmissione del 100%.

Inoltre, la struttura degli elettrodi dipende da diversi parametri, che possono essere sfruttati per ottimizzare la posizione di uscita del fascio e progettare in modo più flessibile la regione centrale del ciclotrone.

L'iniezione del fascio nel ciclotrone dei LNS avviene con un inflettore a spirale: gli ottimi risultati qui ottenuti hanno determinato la scelta di questo sistema di iniezione anche per il ciclotrone del progetto SCENT.

Nel prossimo paragrafo, si descriveranno in modo accurato le equazioni della traiettoria centrale di questo dispositivo ed i parametri che ne influenzano l'andamento.

5.4.4 Axial hole

In tutti i sistemi di iniezione assiale, il fascio è introdotto nell'acceleratore attraverso un'apertura posizionata lungo l'asse di simmetria del magnete.

Per correggere l'effetto del campo magnetico sulla dinamica del fascio lungo la linea di iniezione, si inseriscono degli elementi focalizzanti, come solenoidi e lenti elettrostatiche: si cerca di limitare sia la dispersione in posizione sia in divergenza.

Questi sistemi sono particolarmente importanti nei ciclotroni superconduttori, dove il campo magnetico assiale risulta molto intenso e può impedire il corretto centraggio del fascio.

Si osserva che le accettanze trasverse all'ingresso dell'inflettore solitamente non coincidono: ciò significa che la distribuzione ottimale del fascio in ingresso non è simmetrica. L'azione del campo magnetico assiale fa ruotare il fascio introducendo una correlazione tra i sottospazi di fase, quindi affinché l'iniezione sia efficiente, è necessario disporre di beam rotator e quadrupoli per il matching del fascio con l'accettanza dell'acceleratore.

5.5 Equazioni e parametri dell'inflettore a spirale

L'inflettore a spirale è stato ideato e studiato da Belmont e Pabot e consiste in due elettrodi con superfici parallele e curve: l'azione combinata del campo elettrico tra i due elettrodi e del campo prodotto dal magnete fa deflettere il fascio di 90° , immettendolo nel piano mediano del ciclotrone.

La forma degli elettrodi dipende dall'intensità del campo magnetico e dalle caratteristiche del fascio che si deve deflettere: se ne determina l'andamento studiando le equazioni parametriche della traiettoria centrale del fascio ricavate da Belmont e Pabot.

Questo studio trascura gli effetti di fringing del campo elettrico all'ingresso dell'inflettore, ma permette di comprendere la dinamica del fascio attraverso gli elettrodi ed i parametri dai quali dipende.

5.5.1 Equazioni parametriche della traiettoria centrale

Si suppone che, lungo la traiettoria centrale, il vettore di campo elettrico $\vec{E}$ sia sempre perpendicolare al vettore velocità $\vec{v}$ della particella di riferimento: ciò significa che la traiettoria di riferimento giace sempre su una superficie equipotenziale e non subisce variazioni di energia; spiega anche perché la differenza di potenziale necessaria al corretto funzionamento del dispositivo è minore di quella richiesta dagli inflettori a specchio [25].

Si introducono due sistemi di riferimento cartesiani: il primo fisso nello spazio, il secondo solidale al punto che rappresenta l'evoluzione della traiettoria.

Si suppone che il fascio di ioni abbia una direzione iniziale verticale e normale al piano d'ingresso dell'inflettore e si fissa l'origine del sistema di riferimento fisso al centro dell'apertura di ingresso. Gli assi di questo sistema di riferimento sono scelti come segue:

- l'asse z è orientato lungo la direzione di arrivo del fascio ma ha verso opposto;
- l'asse x giace parallelamente al piano d'ingresso dell'inflettore e punta nella stessa direzione della forza esercitata dal campo magnetico su uno ione posto nell'origine del sistema di riferimento;
- l'asse y è determinato in modo che con gli altri due formi un sistema di riferimento ortogonale.

Si definiscono anche i tre versori $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ diretti rispettivamente lungo gli assi x , y e z .

Il secondo sistema di riferimento si dice sistema di riferimento ottico: all'istante t l'origine corrisponde al punto occupato dalla particella della traiettoria centrale. Gli assi coordinati del sistema ottico sono u , h e v e sono descrivibili mediante i versori $\hat{u}$, $\hat{h}$ e $\hat{v}$, che sono così definiti:

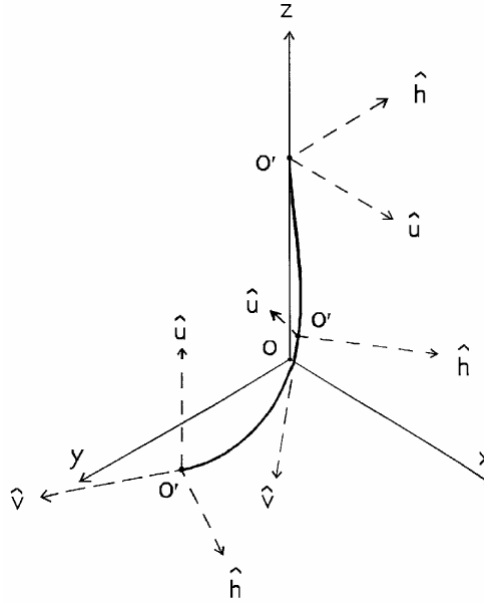
- il versore $\hat{v}$ è lungo la direzione del vettore velocità dello ione della traiettoria centrale;
- il versore $\hat{u}$ è perpendicolare a $\hat{v}$ e giace in un piano verticale con una componente lungo z positiva;
- il versore $\hat{h}$ giace su un piano orizzontale parallelo al piano mediano del ciclotrone ed è scelto in modo che valga la relazione $\hat{h} = \hat{v} \times \hat{u}$.

Di conseguenza deve valere la condizione:

$$\hat{h} \cdot \hat{v} = 0 \quad [5.1]$$

L'espressione dei versori $\hat{h}$ e $\hat{v}$ rispetto al sistema di riferimento fisso è:

$$\hat{h} = h_x \hat{i} + h_y \hat{j} + h_z \hat{k}$$



Schema del sistema di riferimento fisso e del sistema di coordinate ottico dell'iniettore a spirale.

$$\hat{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

Poiché $\hat{h}$ è parallelo al piano mediano, la sua componente lungo l'asse z deve essere nulla, cioè $h_z = 0$ e la [5.1] implica la relazione:

$$h_x v_x = -h_y v_y$$

Questa relazione e le condizioni di partenza portano alle uguaglianze:

$$h_x = v_y$$

$$h_y = -v_x$$

Si possono così esprimere i versori $\hat{h}$ e $\hat{v}$ in funzione delle componenti della velocità della particella di riferimento:

$$\hat{h} = \frac{v_y \hat{i} - v_x \hat{j}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

$$\hat{v} = \frac{v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$$

Si costruisce il versore $\hat{u}$ in modo che sia ortogonale a $\hat{h}$ e $\hat{v}$:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \hat{h} \times \hat{v} = \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & -\frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} & 0 \\ \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Esprimendo la velocità della particella della traiettoria centrale come:

$$v_o = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

ed utilizzando la relazione:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_o^2 - v_z^2}$$

si ottiene per il versore $\hat{u}$ la seguente espressione:

$$\hat{u} = -\frac{v_x v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{i} - \frac{v_y v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{j} + \frac{v_o^2 - v_z^2}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{k}$$

É possibile scrivere i versori $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ in funzione dei versori $\hat{u}$, $\hat{h}$ e $\hat{v}$:

$$\hat{i} = -\frac{v_x v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{u} + \frac{v_y}{\sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{h} + \frac{v_x}{v_o} \hat{v}$$

$$\hat{j} = -\frac{v_y v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{u} - \frac{v_x}{\sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{h} + \frac{v_y}{v_o} \hat{v}$$

$$\hat{u} = \frac{v_o^2 - v_z^2}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{u} + \frac{v_z}{v_o} \hat{v}$$

Si assuma che la particella di riferimento abbia massa m e carica q e sia $\vec{r}$ il suo vettore posizione. L'equazione di Lorentz del moto della particella in presenza dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ è:

$$m\ddot{\vec{r}} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] \quad [5.2]$$

Per risolvere questa equazione è necessario fare le seguenti ipotesi:

- il campo magnetico all'interno dell'inflettore a spirale deve essere costante e diretto lungo l'asse z :

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

- la componente lungo la direzione del versore $\hat{u}$ del campo elettrico E_u deve essere costante per tutti i punti lungo la traiettoria di riferimento:

$$E_u = \text{const} = E_0$$

- la componente del campo elettrico lungo la direzione del versore $\hat{u}$ è nulla:

$$E_v = 0$$

cioè il vettore di campo elettrico giace sempre sul piano $\hat{u} - \hat{h}$.

L'espressione del campo elettrico in funzione dei versori del sistema ottico è:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_u \hat{u} + E_h \hat{h} + E_v \hat{v} = \\ &= -E_0 \frac{v_x v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{i} - E_0 \frac{v_y v_z}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{j} + \frac{v_o^2 - v_z^2}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \hat{k} + E_h \left[\frac{v_y \hat{i} - v_x \hat{j}}{\sqrt{v_o^2 - v_z^2}} \right]\end{aligned}$$

e permette di ricavare la componente del campo lungo l'asse z:

$$E_z = \frac{v_o^2 - v_z^2}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} E_0 \quad [5.3]$$

Dall'equazione della forza di Lorentz [5.2] si ricavano le relazioni:

$$m\ddot{x} = qE_x - qv_y B_0 \quad [5.4]$$

$$m\ddot{y} = qE_y + qv_x B_0 \quad [5.5]$$

$$m\ddot{z} = qE_z \quad [5.6]$$

Sostituendo il valore di E_z espresso dalla [5.3] nell'equazione [5.6], si ottiene:

$$m\ddot{z} = q \frac{v_o^2 - v_z^2}{v_o \sqrt{v_o^2 - v_z^2}} E_0$$

che si può riscrivere nella forma:

$$\ddot{z}^2 + \left(\frac{qE_0}{m} \right)^2 \frac{1}{v_o^2} z^2 = \left(\frac{qE_0}{m} \right)^2 \quad [5.7]$$

Si introducono i parametri:

$$A = \frac{mv_o^2}{qE_0} \quad [5.8]$$

$$\omega^2 = \frac{v_o^2}{A^2} \quad [5.9]$$

A è il raggio di curvatura elettrico della traiettoria dello ione in presenza di un campo elettrico radiale di ampiezza E_0 ; A è anche l'altezza dell'inflettore e determina la condizione iniziale:

$$z(t=0) = A \quad [5.10]$$

Sostituendo la [5.8] e la [5.9] nella [5.7] si ha:

$$\ddot{z}^2 + \omega^2 \dot{z}^2 = \frac{v_o^4}{A^2} \quad [5.11]$$

Si definisce il parametro:

$$b = \omega t = \frac{v_o}{A} t \quad [5.12]$$

che non è altro che l'angolo istantaneo tra il vettore velocità e la verticale del sistema di riferimento.

Si determina la soluzione dell'equazione [5.11] con la condizione al contorno [5.10] :

$$z(b) = A - A \sin(b) \quad [5.13]$$

Da questa equazione e dalla [5.12] si ricava la componente:

$$\dot{z}^2 = v_o^2 (1 - \sin^2(b)) \quad [5.14]$$

Poiché la velocità all'interno dell'inflettore è costante, vale la relazione:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = v_o^2 \quad [5.15]$$

che, utilizzando la [5.14], si può riscrivere come:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \frac{v_o^2}{2} [1 - \cos(2b)] \quad [5.16]$$

La quantità $2b$ si può esprimere come:

$$2b = [(2K+1) - (2K-1)]b$$

dove K è un parametro che dipende dal campo magnetico e che può essere variato per ottimizzare la posizione di uscita della particella dall'inflettore: il significato e le proprietà di questo parametro verranno spiegate in seguito.

Utilizzando l'espressione di b della [5.12], la relazione precedente diventa:

$$2b = (2K+1) \frac{v_o}{A} t - (2K-1) \frac{v_o}{A} t$$

Si introducono le quantità:

$$C_+ = (2K+1) \frac{v_o}{A} \quad [5.17]$$

$$C_- = -(2K-1) \frac{v_o}{A} \quad [5.18]$$

con le quali è possibile riscrivere la [5.16] come:

$$\begin{aligned}
\dot{x}^2 + \dot{y}^2 &= -\frac{v_o^2}{2} [\cos(C_+ t + C_- t) - 1] = \\
&= \frac{v_o^2}{2} [1 + \sin(C_+ t) \sin(C_- t) - \cos(C_+ t) \cos(C_- t)] = \\
&= \frac{v_o^2}{4} [1 + 1 + 2 \sin(C_+ t) \sin(C_- t) - 2 \cos(C_+ t) \cos(C_- t)] \quad [5.19]
\end{aligned}$$

Con le identità:

$$1 = \sin^2(C_- t) + \cos^2(C_- t) \quad 1 = \sin^2(C_+ t) + \cos^2(C_+ t)$$

l'equazione [5.19] diventa:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \frac{v_o^2}{4} \left\{ [\sin(C_+ t) + \sin(C_- t)]^2 + [\cos(C_+ t) - \cos(C_- t)]^2 \right\}$$

ed in particolare:

$$\dot{x}^2 = \frac{v_o^2}{4} [\sin(C_+ t) + \sin(C_- t)]^2$$

$$\dot{y}^2 = \frac{v_o^2}{4} [\cos(C_+ t) - \cos(C_- t)]^2$$

Si ottengono le relazioni:

$$\dot{x} = \frac{v_o}{2} [\sin(C_+ t) + \sin(C_- t)]$$

$$\dot{y} = \frac{v_o}{2} [\cos(C_+ t) - \cos(C_- t)]$$

L'integrazione di queste relazioni ha come risultato:

$$x(t) = \frac{v_o}{2} \left[-\frac{1}{C_+} \cos(C_+ t) - \frac{1}{C_-} \cos(C_- t) \right] + const_x$$

$$y(t) = \frac{v_o}{2} \left[\frac{1}{C_+} \sin(C_+ t) - \frac{1}{C_-} \sin(C_- t) \right] + const_y$$

Con le condizioni iniziali $x(t=0)=0$ e $y(t=0)=0$, si ricavano le soluzioni:

$$x(t) = \frac{v_o}{2} \left[-\frac{1}{C_+} \cos(C_+ t) - \frac{1}{C_-} \cos(C_- t) \right] + \frac{v_o}{2} \left[\frac{1}{C_+} + \frac{1}{C_-} \right]$$

$$y(t) = \frac{v_o}{2} \left[\frac{1}{C_+} \sin(C_+ t) - \frac{1}{C_-} \sin(C_- t) \right]$$

Sostituendo in queste espressioni il valore di C_+ e di C_- ([5.17] e [5.18]) e la definizione di b della [5.12], si ottengono le equazioni parametriche dell'inflettore a spirale:

$$x(b) = \frac{A}{2} \left[\frac{2}{1-4K^2} + \frac{\cos[(2K-1)b]}{2K-1} - \frac{\cos[(2K+1)b]}{2K+1} \right] \quad [5.20]$$

$$y(b) = \frac{A}{2} \left[\frac{\sin[(2K+1)b]}{2K+1} - \frac{\sin[(2K-1)b]}{2K-1} \right] \quad [5.21]$$

$$z(b) = A - A \sin(b) \quad [5.22]$$

con $0 \leq b \leq \frac{\pi}{2}$. L'intervallo di definizione di b è determinato dalle condizioni

iniziali:

$$z(b_{entrance}) = A \qquad z(b_{exit}) = 0$$

ricavate dall'equazione parametrica della coordinata z della traiettoria [5.22].

All'uscita dall'inflettore, la particella di riferimento si trova sul piano mediano nel punto individuato dalle equazioni parametriche della traiettoria [5.20] e [5.21]

calcolate per $b = \frac{\pi}{2}$:

$$x\left(\frac{\pi}{2}\right) = A \frac{1 - 2K \sin(K\pi)}{1 - 4K^2} \qquad [5.23]$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -A \frac{2K \cos(K\pi)}{1 - 4K^2} \qquad [5.24]$$

Si osserva che le espressioni delle coordinate x e y , cioè la [5.20] e la [5.21], sono state calcolate supponendo che l'energia dello ione della traiettoria centrale si conservi durante il passaggio attraverso l'inflettore, come fissato dalla [5.15]. Ciò implica che non è necessario conoscere le componenti del campo elettrico E_x e E_y lungo gli assi x e y , ma basta solo la componente lungo l'asse z , E_z .

5.5.2 Forma degli elettrodi

La forma degli elettrodi dipende dall'andamento della traiettoria centrale: in particolare, le coordinate della superficie degli elettrodi si possono determinare come semplici funzioni delle coordinate della traiettoria centrale.

Infatti, le superfici degli elettrodi si costruiscono seguendo punto per punto la traiettoria centrale, in modo tale che le intersezioni con il piano individuato dai versori $\hat{u}$ e $\hat{h}$ siano delle linee rette.

Un importante grado di libertà che caratterizza l'inflettore è l'inclinazione delle superfici rispetto alle direzioni dei versori $\hat{u}$ e $\hat{h}$, definita dall'angolo θ . Si

pone:

$$\tan[\theta(b)] = k' \frac{A - z(b)}{A} \quad [5.25]$$

che, utilizzando l'espressione parametrica [5.22] della coordinata z , equivale a:

$$\tan[\theta(b)] = k' \sin(b)$$

e quindi a:

$$k' = \frac{\tan[\theta(b)]}{\sin(b)} \quad [5.26]$$

Il parametro k' si dice “tilt” ed è fissato al valore della tangente dell'angolo di inclinazione θ degli elettrodi all'uscita dell'inflettore, cioè in corrispondenza di $b = \frac{\pi}{2}$.

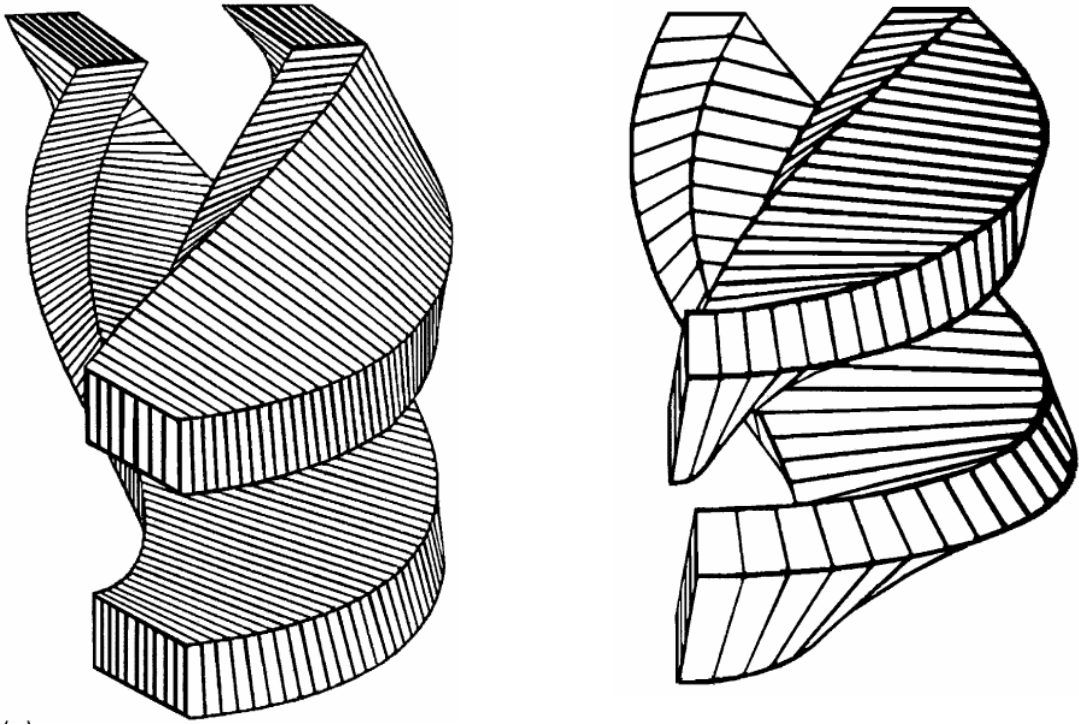
Per descrivere l'inflettore con superfici inclinate, si utilizza il sistema di coordinate ottiche ruotato: si ruotano i versori $\hat{u}$ e $\hat{h}$ del sistema ottico rispetto al versore $\hat{v}$ di un angolo θ , che corrisponde proprio alla pendenza delle superfici.

$$\hat{u}_r = \cos(\theta) \cdot \hat{u} + \sin(\theta) \cdot \hat{h} \quad [5.27]$$

$$\hat{h}_r = \cos(\theta) \cdot \hat{h} - \sin(\theta) \cdot \hat{u} \quad [5.28]$$

Il sistema $(\hat{u}_r, \hat{h}_r, \hat{v})$ è ancora un sistema di coordinate ortonormale destrogiro.

Utilizzando la definizione del parametro k' [5.26], si ottengono le relazioni:



Rappresentazione schematica dell'inflettore a spirale: si osserva l'andamento delle superfici e la differenza tra gli elettrodi non inclinati (a sinistra) e quelli ruotati di un certo angolo.

$$\sin(\theta) = \frac{k' \sin(b)}{\sqrt{1 + k'^2 \sin^2(b)}} \quad [5.29]$$

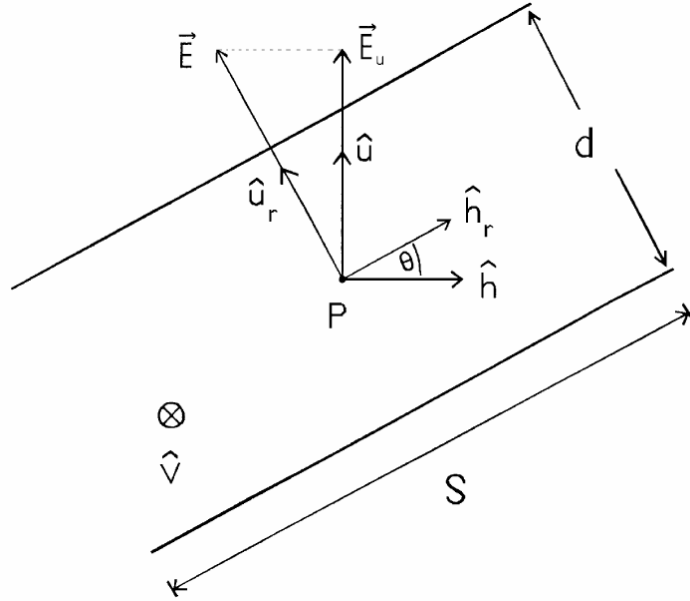
$$\cos(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + k'^2 \sin^2(b)}} \quad [5.30]$$

La struttura degli elettrodi ed il campo elettrico sono strettamente correlati.

Nel sistema ottico, il vettore di campo elettrico è:

$$\vec{E} = \vec{E}_u + \vec{E}_h = |\vec{E}| \cos(\theta) \cdot \hat{u} + |\vec{E}| \sin(\theta) \cdot \hat{h} \quad [5.31]$$

Si osserva che l'intensità del campo elettrico si può esprimere in funzione della componente lungo il versore $\hat{u}$:



Geometria dell'inflettore a spirale in un piano perpendicolare alla traiettoria centrale.
 d e S sono rispettivamente la distanza e la larghezza degli elettrodi.

$$|\vec{E}| = \frac{E_u}{\cos \theta} \quad [5.32]$$

e poiché E_u , per le condizioni fissate inizialmente, è costante per tutti i punti della traiettoria centrale e pari ad un certo valore E_0 :

$$|\vec{E}| = \frac{E_0}{\cos \theta} = E_0 \sqrt{1 + k'^2 \sin^2(b)} \quad [5.33]$$

dove si è fatto anche uso dell'uguaglianza [5.30].

Si considera l'intensità del campo elettrico inversamente proporzionale alla distanza tra gli elettrodi d :

$$|\vec{E}| = E_0 \frac{d_0}{d} \quad [5.34]$$

d_0 è il gap tra gli elettrodi all'ingresso dell'inflettore; utilizzando le relazioni [5.33] e [5.34] si ricava la variazione del gap tra gli elettrodi dovuta all'inclinazione delle superfici:

$$d = \frac{d_0}{\sqrt{1 + k'^2 \sin^2(b)}} \quad [5.35]$$

Affinché la componente del campo elettrico lungo il versore $\hat{u}$ si mantenga costante, è necessario che la distanza tra gli elettrodi diminuisca quando $k' \neq 0$.

5.5.3 Il parametro K

Per comprendere il significato del parametro K si studia il vettore tangente alla traiettoria di riferimento $\hat{t}$, che ha componenti:

$$t_x = \frac{dx}{ds} \quad t_y = \frac{dy}{ds} \quad t_z = \frac{dz}{ds} \quad [5.36]$$

In queste espressioni, s è la lunghezza d'arco della traiettoria centrale dell'inflettore ed è legata al parametro b dalla relazione:

$$s = A \cdot b \quad [5.37]$$

dove A è il raggio elettrico definito dall'equazione [5.8]. Si ha anche:

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial b} \quad [5.38]$$

Le componenti del vettore tangente si possono riscrivere come:

$$t_x = \frac{1}{2} \left[\sin[(2K+1)b] - \sin[(2K-1)b] \right]$$

$$t_y = \frac{1}{2} \left[\cos[(2K+1)b] - \cos[(2K-1)b] \right]$$

$$t_z = -\cos b$$

e si utilizzano per costruire le componenti del vettore normale alla traiettoria di riferimento $\vec{k}$:

$$k_x = \frac{dt_x}{ds} = \frac{1}{2A} \left[(2K+1) \cos[(2K+1)b] - (2K-1) \cos[(2K-1)b] \right] \quad [5.39]$$

$$k_y = \frac{dt_y}{ds} = \frac{1}{2A} \left[(2K-1) \sin[(2K-1)b] - (2K+1) \sin[(2K+1)b] \right] \quad [5.40]$$

$$k_z = \frac{dt_z}{ds} = \frac{1}{A} \sin(b) \quad [5.41]$$

In particolare, la proiezione del vettore normale $\vec{k}$ sul piano xy è:

$$\begin{aligned} k_{xy} &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \\ &= \frac{\sqrt{8K^2 + 2 - (8K^2 - 2) \cos(2b)}}{2A} \end{aligned} \quad [5.42]$$

ed all'uscita dall'inflettore vale:

$$k_{xy} \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{2K}{A} \quad [5.43]$$

Indicando con R il raggio della proiezione della traiettoria di riferimento sul piano xy all'uscita dall'inflettore:

$$\frac{1}{k_{xy}} = R = \frac{A}{2K} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{A}{2R} \quad [5.42]$$

che è la definizione del parametro K .

Se gli elettrodi sono ruotati di un certo angolo θ , il valore del parametro K cambia. Per $k' \neq 0$, è necessario introdurre la componente radiale del campo elettrico nella direzione della forza magnetica E_h e studiare l'equazione:

$$\frac{mv_o^2}{r} = qvB + qE_h \quad [5.43]$$

con r raggio della traiettoria di riferimento sul piano xy .

L'espressione della componente E_h si ricava dalle equazioni [5.31] e [5.26], che sono rispettivamente le definizioni del campo elettrico e del parametro di tilt k' :

$$\begin{aligned} E_h &= |\vec{E}| \sin \theta = \frac{E_0}{\cos \theta} \sin \theta = E_0 \tan \theta = \\ &= E_0 k' \sin b \end{aligned} \quad [5.44]$$

Sostituendo questa relazione nella [5.43], si trova la forma esplicita di r :

$$r = \frac{mv_o^2}{q[v_o B + E_0 k' \sin b]} \quad [5.45]$$

Per $b = \frac{\pi}{2}$, $r = R$ e si può riscrivere la definizione di K [5.42] come:

$$\begin{aligned} K &= \frac{A}{2R} = \frac{A}{2 \left\{ \frac{mv_o^2}{q[v_o B + E_0 k']} \right\}} \\ &= \frac{A}{\frac{2mv_o^2}{qB}} + \frac{qAE_0}{2mv_o^2} k' \end{aligned} \quad [5.46]$$

ed introducendo i parametri A e ω definiti dalle relazioni [5.8] e [5.9], si ottiene la definizione:

$$K = \frac{A}{2R_m} + \frac{k'}{2} \quad [5.47]$$

R_m è il raggio della traiettoria della particella di riferimento sottoposta alla forza del campo magnetico ed è pari a:

$$R_m = \frac{mv_o}{qB} \quad [5.48]$$

dove B è il campo magnetico presente all'interno del ciclotrone e che determina la dinamica in fase di accelerazione; m , q e v_o sono rispettivamente massa, carica e velocità della particella di riferimento.

La definizione di K nella [5.47] mette in evidenza la dipendenza della traiettoria centrale dall'ampiezza del campo elettrico e da quella del campo magnetico: A e k' sono i parametri che esprimono questi legami ed i loro valori devono essere scelti in modo da ottimizzare la dinamica del fascio all'interno dell'inflettore.

Mentre l'entrata dell'inflettore a spirale è posizionata lungo l'asse del magnete, l'uscita dell'inflettore deve essere situata tra i dee del ciclotrone in modo che la particella esca in corrispondenza della prima orbita di accelerazione con un'opportuna direzione della velocità.

L'inflettore a spirale è studiato in modo tale che all'uscita la particella si trovi sul piano mediano con velocità nulla lungo l'asse z ; la posizione sul piano mediano è invece determinata dai parametri liberi A e k' : per determinare queste grandezze si studiano le caratteristiche della traiettoria centrale.

Le coordinate del centro di curvatura della traiettoria all'uscita dell'inflettore sono:

$$x_c = \frac{A(1 - 2K \sin(K\pi))}{1 - 4K^2} - R \sin(K\pi) \quad [5.49]$$

$$y_c = -A \frac{2K \cos(K\pi)}{1-4K^2} - R \cos(K\pi) \quad [5.50]$$

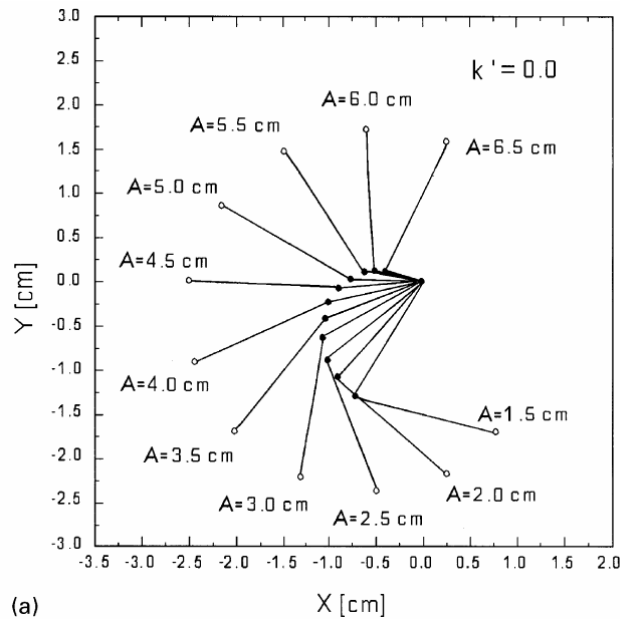
In questo punto il raggio della traiettoria R corrisponde al raggio magnetico R_m , quindi nella [5.49] e nella [5.50] si può sostituire R con l'espressione di R_m in funzione di K ricavata dalla relazione [5.47] ottenendo:

$$x_c = A \left[\frac{1-2K \sin(K\pi)}{1-4K^2} - \frac{\sin(K\pi)}{2K-k'} \right] \quad [5.51]$$

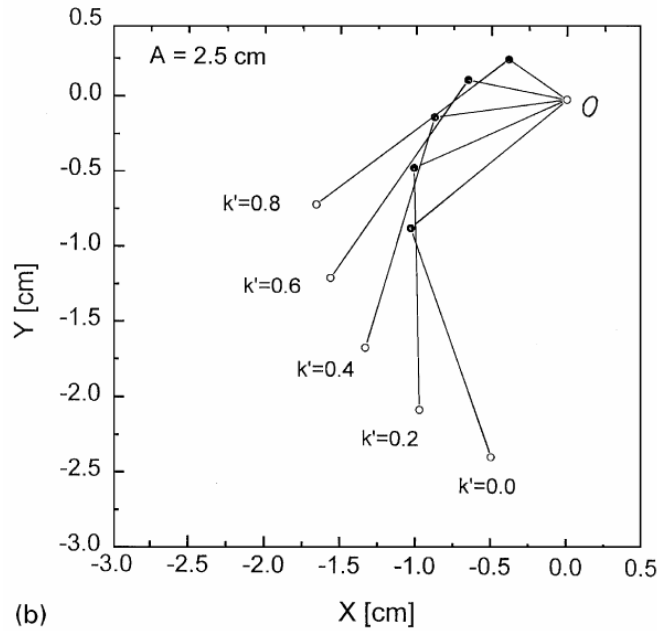
$$y_c = -A \left[\frac{2K}{1-4K^2} + \frac{1}{2K-k'} \right] \cos(K\pi) \quad [5.52]$$

La distanza tra il centro di curvatura della particella all'uscita dall'inflettore ed il centro del ciclotrone si chiama off-centering ed è pari a:

$$\rho_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$$



Distanza del centro di curvatura della traiettoria dal centro del ciclotrone O calcolata per $k'=0$ al variare del raggio elettrico A . I puntini bianchi indicano la posizione di uscita della particella di riferimento, quelli neri il centro di curvatura: si osserva che l'off-centering cresce al diminuire di A .



Distanza del centro di curvatura della traiettoria dal centro del ciclotrone O calcolata per $A=0$ al variare del parametro di tilt k' . I puntini bianchi indicano la posizione di uscita della particella di riferimento, quelli neri il centro di curvatura: si osserva che l'off-centering aumenta al diminuire di k' .

Ovviamente anche questa grandezza dipende dai parametri A e k' : in particolare si osserva che la stessa posizione del centro di curvatura e quindi lo stesso valore di off-centering si possono ottenere con un aumento dell'altezza dell'inflettore, che corrisponde ad A , o con l'aumento dell'angolo di tilt, cioè del parametro k' . Ad esempio, un inflettore con $A=6.6$ cm e $k'=0$ ed uno con $A=2.5$ cm e $k'=0.83$ hanno lo stesso centro di curvatura dell'orbita di riferimento.

Tra le due configurazioni è però preferibile la prima, quella con un tilt piccolo ed un raggio elettrico maggiore, cioè un'altezza dell'inflettore più grande.

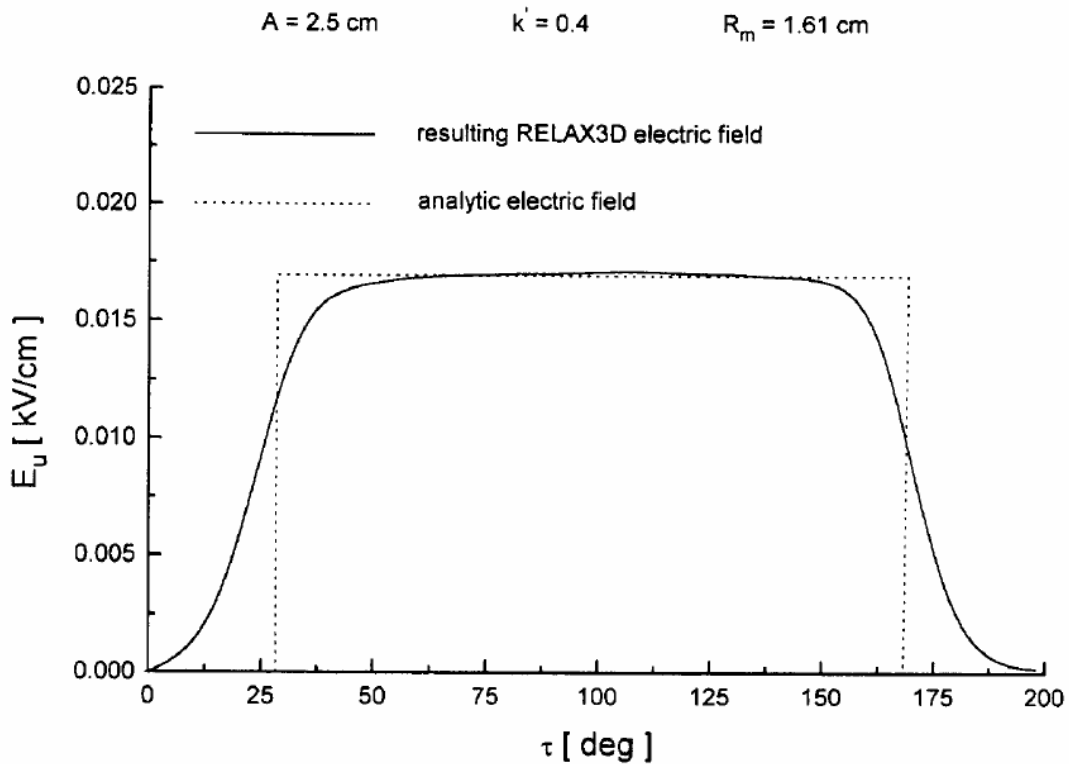
Infatti, i parametri A e k' determinano le proprietà ottiche dell'inflettore e gli effetti di focalizzazione: per valori piccoli di k' il fascio risulta più convergente in $\hat{h}_r$ e leggermente più divergente in $\hat{u}_r$.

La presenza di più parametri per ottimizzare la posizione di uscita delle particelle e la buona trasmissione ottenibile sono i vantaggi più importanti di questo tipo di inflettore: infatti, è più semplice il matching della traiettoria con le orbite di accelerazione del ciclotrone.

5.5.4 L'effetto di fringing del campo elettrico

Lo studio della traiettoria centrale e le formule analitiche ottenute sono state calcolate considerando un campo elettrico ideale, non presente all'esterno dell'inflettore. Per la componente del campo elettrico lungo il versore $\hat{u}$, si è utilizzata un'approssimazione hard edge, cioè un andamento a gradino.

In realtà, il campo elettrico ha una distribuzione differente: presenta degli effetti di fringing che aumentano la sua lunghezza effettiva [26].



Studio di Toprek et al. dell'andamento del campo elettrico all'interno dell'inflettore a spirale con il programma di simulazione RELAX3D. Si confronta l'ampiezza della componente E_u del campo elettrico del modello teorico con quella calcolata dal programma di simulazione, che invece evidenzia l'effetto di fringing. T è il tempo espresso in gradi RF.

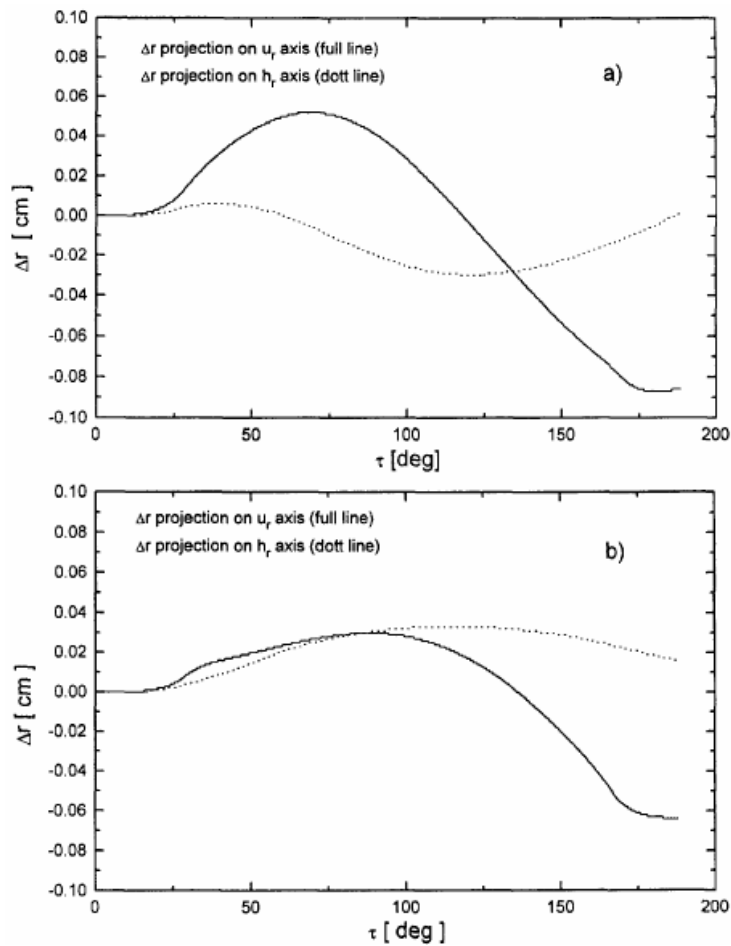
Le proprietà reali dell'inflettore si discostano dal modello analitico, perché la presenza del fringing cambia la dinamica del fascio e spinge le particelle a compiere delle oscillazioni lungo la traiettoria ideale. In particolare, all'uscita dall'inflettore, la traiettoria del fascio si allontana ulteriormente da quella ideale verso l'elettrodo che esercita un'azione attrattiva.

Questo effetto è tanto più grande quanto è più piccola l'altezza dell'inflettore e spiega quanto è stato osservato per i valori dei parametri A e k' nel sottoparagrafo 5.5.3.

È possibile compensare gli effetti del fringing effettuando delle modifiche al dispositivo in due modi:

- riducendo la lunghezza dell'inflettore;
- variando il campo elettrico tra gli elettrodi.

Lo stesso risultato è ottenibile in entrambi i modi.



Studio di Toprek et al. delle variazioni nelle coordinate u_r e h_r della traiettoria delle particelle simulata con il programma RELAX3D da quella analitica all'interno dell'inflettore a spirale. Nel caso a, la traiettoria è calcolata con una riduzione della tensione del 5%; nel caso b, la traiettoria è calcolata con un inflettore accorciato di 1 mm. T è il tempo espresso in gradi RF.

Nel primo caso, bisogna misurare la reale distribuzione del campo elettrico, calcolare la lunghezza effettiva dell'inflettore e confrontarla con quella fisica.

Quindi si accorciano gli elettrodi in modo che la lunghezza effettiva dell'inflettore ottenuto corrisponda a quella ottimale prevista dal modello analitico.

Un'alternativa molto più semplice da realizzare è quella di variare il campo elettrico. Infatti, per compensare gli effetti di fringing è necessario ridurre il campo elettrico, cioè la differenza di potenziale tra gli elettrodi, e si può realizzare senza modificare la geometria degli elettrodi.

Si supponga di voler deflettere una particella con carica specifica η ed energia cinetica T ; il potenziale analitico agli elettrodi si deduce dalla relazione [5.34] ed è pari a:

$$V_{nom} = \pm d_0 E_0 \quad [5.53]$$

dove il valore ottimale di E_0 dipende dalle caratteristiche della particella da accelerare e si può scrivere come:

$$E_0 = \frac{T}{\eta A} \quad [5.54]$$

La differenza di potenziale che dovrà essere realmente applicata agli elettrodi è espressa dalla relazione:

$$V_{inf} = V_{nom} \chi_r = \pm d_0 \frac{T}{\eta A} \chi_r \quad 0 \leq \chi_r \leq 1 \quad [5.55]$$

Il valore del parametro χ_r rappresenta la variazione della tensione da applicare agli elettrodi rispetto al valore analitico e si deve scegliere in modo da ottimizzare la traiettoria in presenza dell'effetto di fringing. Si può utilizzare anche la notazione:

$$\chi = (1 - \chi_r) \cdot 100\%$$

Un altro metodo che permette di ridurre gli effetti del fringing sulla traiettoria del fascio è l'inserimento di collimatori a poca distanza dall'ingresso e dall'uscita dell'inflettore.

I collimatori sono posti a massa e permettono di limitare la lunghezza effettiva dell'inflettore, ovvero riducono la grandezza della regione in cui è presente l'effetto di fringing che modifica le traiettorie e le allontana da quella ideale.

Il comportamento del fascio cambia a seconda della distanza dei collimatori dall'inflettore e della dimensione dell'apertura per il passaggio del fascio: costruito il modello dell'inflettore basato sulle formule analitiche, se ne può migliorare il funzionamento introducendo questi elementi.

Nel complesso, la configurazione dell'inflettore deve assolvere le seguenti funzioni:

- garantire una buona trasmissione del fascio alterando al minimo le sue proprietà;
- permettere di ottenere la posizione di uscita del fascio più adatta per l'inizio della fase di accelerazione.

Lo scopo di questa tesi è la realizzazione di una procedura che consenta di costruire il modello dell' inflettore a spirale a partire dalle caratteristiche del fascio da accelerare e del ciclotrone in cui deve essere inserito.

Capitolo 6

ELABORAZIONE DELL'INFLETTORE

6.1 Descrizione della procedura

Nel capitolo precedente sono state descritte le formule ed i parametri che determinano il funzionamento dell'inflettore a spirale; qui di seguito si descrivono le procedure per costruire e simulare un modello tridimensionale del sistema di iniezione.

L'elaborazione del modello consiste nel determinare il valore dei parametri liberi per tracciare la traiettoria e quindi le superfici dell'inflettore che più si adattano alle condizioni iniziali introdotte, e nello studio della dinamica del fascio all'interno dell'inflettore ottenuto.

Le condizioni di partenza dipendono sia dalle particelle da deflettere sia dalla struttura del ciclotrone. Si devono pertanto conoscere:

- carica, massa ed energia delle particelle da iniettare;
- l'intensità del campo magnetico al centro della macchina, dove si deve posizionare l'inflettore;
- la posizione che le particelle devono avere all'uscita dell'inflettore per consentire il matching con le orbite della regione centrale.

La procedura è valida e ripetibile al variare delle condizioni iniziali e si divide

nelle seguenti fasi:

- studio della traiettoria centrale e determinazione dei parametri liberi;
- calcolo delle superfici dell'inflettore;
- costruzione del modello tridimensionale;
- simulazioni con esempi di fasci.

Le prime due fasi sono realizzate con un insieme di programmi in MATLAB appositamente elaborati e basati sulle formule analitiche; la costruzione e parte dello studio del modello 3D avviene con programmi di disegno e progettazione tecnica e con un programma di simulazione. Infine, il calcolo delle traiettorie delle particelle all'interno dell'inflettore si effettua con programma di simulazione OPERA ed i dati ottenuti si analizzano con un altro gruppo di programmi in MATLAB.

6.2 Studio della traiettoria centrale

Il primo passo della procedura è determinare i parametri liberi A e k' , cioè il raggio di curvatura elettrico e l'angolo di tilt.

Fissati l'intensità del campo magnetico e le caratteristiche delle particelle e scelto un valore per la distanza tra gli elettrodi, si studiano le traiettorie centrali al variare di questi parametri: si deve trovare la combinazione di valori per la quale il punto di uscita delle particelle si avvicina maggiormente all'orbita della regione centrale.

Il programma in MATLAB "parametri.m" consente di tracciare più traiettorie analitiche al variare della tensione e dell'inclinazione degli elettrodi dell'inflettore.

Introdotti i valori del campo magnetico e delle caratteristiche delle particelle, si impostano gli intervalli di valori nei quali devono essere compresi la tensione e l'angolo di tilt e gli step di variazione.

Per ogni coppia di valori di tensione ed angolo di tilt, il programma calcola i corrispondenti:

- intensità del campo elettrico E ;
- raggio di curvatura A ;
- parametro di tilt k' ;

- parametro K .

Questi sono i valori necessari per calcolare le traiettorie centrali; in particolare, si utilizzano le equazioni parametriche:

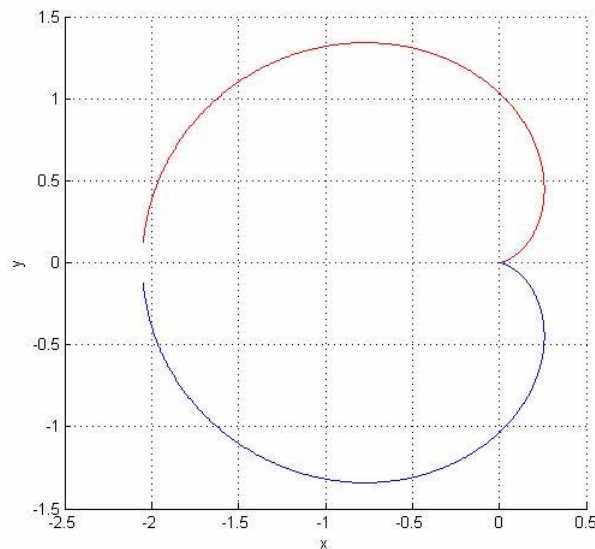
$$x(\theta) = \frac{A}{2} \left[\frac{2}{1-4K^2} + \frac{\cos[(2K-1)\theta]}{2K-1} - \frac{\cos[(2K+1)\theta]}{2K+1} \right] \quad [6.1]$$

$$y(\theta) = \frac{A}{2} \left[-\frac{\sin[(2K+1)\theta]}{2K+1} + \frac{\sin[(2K-1)\theta]}{2K-1} \right] \quad [6.2]$$

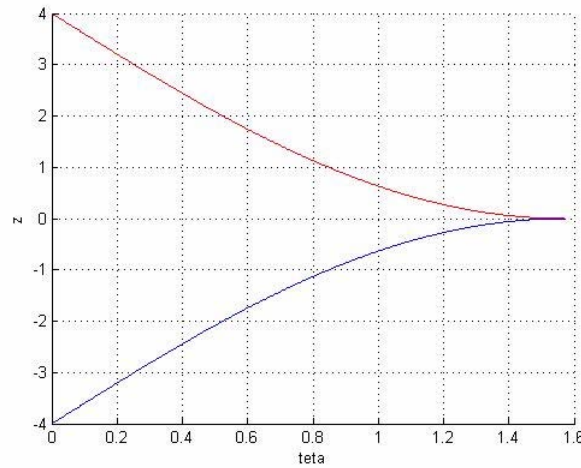
$$z(\theta) = -A(1 - \sin(\theta)) \quad [6.3]$$

con $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Si osserva che le equazioni delle coordinate y e z ([6.2] e [6.3]) hanno segno opposto a quelle riportate nel paragrafo 5.5.1, cioè le espressioni [5.20] e [5.21]: ciò dipende dal verso scelto per la traiettoria all'interno dell'inflettore.



Confronto delle proiezioni sul piano mediano di due traiettorie calcolate con gli stessi parametri ma con verso opposto: si ha simmetria speculare rispetto all'asse x .



Iniezione assiale dall'alto e dal basso: le coordinate z relative ai due casi e calcolate con gli stessi parametri sono simmetriche rispetto al piano mediano

Infatti, nell'iniezione assiale, il fascio può essere iniettato dall'alto o dal basso e la proiezione della traiettoria sul piano mediano può avere verso orario o antiorario. Mentre le formule analitiche del capitolo 5 si riferiscono ad una particella proveniente dall'alto e con verso orario della proiezione sul piano mediano, il programma è impostato per calcolare traiettorie provenienti dal basso e che hanno una proiezione sul piano mediano con verso antiorario.

Ai fini della caratterizzazione del sistema, le due rappresentazioni sono equivalenti: infatti sono legate da simmetria speculare, perché l'inflettore è posizionato lungo l'asse del magnete in modo che il punto d'uscita delle particelle si trovi sul piano $z = 0$, ovvero dove la regione centrale è altamente simmetrica nei quattro quadranti.

Le distanze all'interno della macchina sono quindi le stesse e comunque il passaggio da una rappresentazione all'altra è molto semplice.

Per ciascuna traiettoria si calcola la distanza della posizione finale dal centro dell'acceleratore:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad [6.4]$$

con x e y coordinate sul piano mediano espresse dalle relazioni [6.1] e [6.2].

Si calcolano anche le coordinate del centro di curvatura delle traiettorie con le relazioni:

$$x_c = A \left[\frac{1 - 2K \sin(K\pi)}{1 - 4K^2} - \frac{\sin(K\pi)}{2K - k'} \right] \quad [6.5]$$

$$y_c = A \left[\frac{2K}{1 - 4K^2} + \frac{1}{2K - k'} \right] \cos(K\pi) \quad [6.6]$$

e l'off-centering:

$$\rho_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad [6.7]$$

Anche in queste espressioni, il cambiamento del segno implica una diversa evoluzione della traiettoria.

Il programma calcola il valore massimo e quello minimo sia della distanza di uscita della particella dall'origine sia dell'off-centering e costruisce delle tabelle che mettono in relazione la posizione finale ed il centro di curvatura della traiettoria con i valori di tensione e di angolo di tilt che li determinano.

Come già osservato nello studio analitico della traiettoria, lo stesso valore di off-centering si può ottenere da due diverse coppie di valori di A e k' .

T=25.00*keV		5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000	8500
0		1,6527	1,6767	1,6678	1,6388	1,5981	1,5509	1,5008	1,4498
0,5		1,6461	1,6707	1,6625	1,634	1,5938	1,5471	1,4973	1,4467
1		1,6395	1,6648	1,6572	1,6293	1,5895	1,5433	1,4939	1,4436
1,5		1,6329	1,6588	1,6518	1,6245	1,5853	1,5394	1,4904	1,4404
2		1,6263	1,6529	1,6465	1,6197	1,581	1,5356	1,487	1,4373
2,5		1,6197	1,6469	1,6411	1,6149	1,5767	1,5317	1,4835	1,4342
3		1,613	1,6409	1,6358	1,6101	1,5724	1,5278	1,48	1,431
3,5		1,6064	1,635	1,6304	1,6053	1,568	1,5239	1,4765	1,4278
4		1,5998	1,629	1,625	1,6005	1,5637	1,52	1,4729	1,4246
4,5		1,5932	1,623	1,6196	1,5956	1,5593	1,5161	1,4694	1,4214
5		1,5866	1,6169	1,6142	1,5908	1,555	1,5122	1,4658	1,4182
5,5		1,5799	1,6109	1,6088	1,5859	1,5506	1,5082	1,4623	1,4149
6		1,5733	1,6049	1,6033	1,581	1,5462	1,5042	1,4587	1,4117
6,5		1,5666	1,5988	1,5979	1,5761	1,5418	1,5003	1,4551	1,4084
7		1,5599	1,5928	1,5924	1,5712	1,5373	1,4963	1,4514	1,4051
7,5		1,5533	1,5867	1,5869	1,5662	1,5329	1,4922	1,4478	1,4018
8		1,5466	1,5806	1,5814	1,5612	1,5284	1,4882	1,4441	1,3985
8,5		1,5398	1,5745	1,5759	1,5563	1,5239	1,4841	1,4404	1,3951
9		1,5331	1,5683	1,5703	1,5513	1,5194	1,48	1,4367	1,3917
9,5		1,5264	1,5622	1,5647	1,5462	1,5148	1,4759	1,433	1,3883
10		1,5196	1,556	1,5592	1,5412	1,5103	1,4718	1,4293	1,3849

Distanza della posizione di uscita dall'origine di una particella con energia cinetica di 25 keV e rapporto $q/m = 0.5$ al variare dell'angolo di tilt e della tensione agli elettrodi.

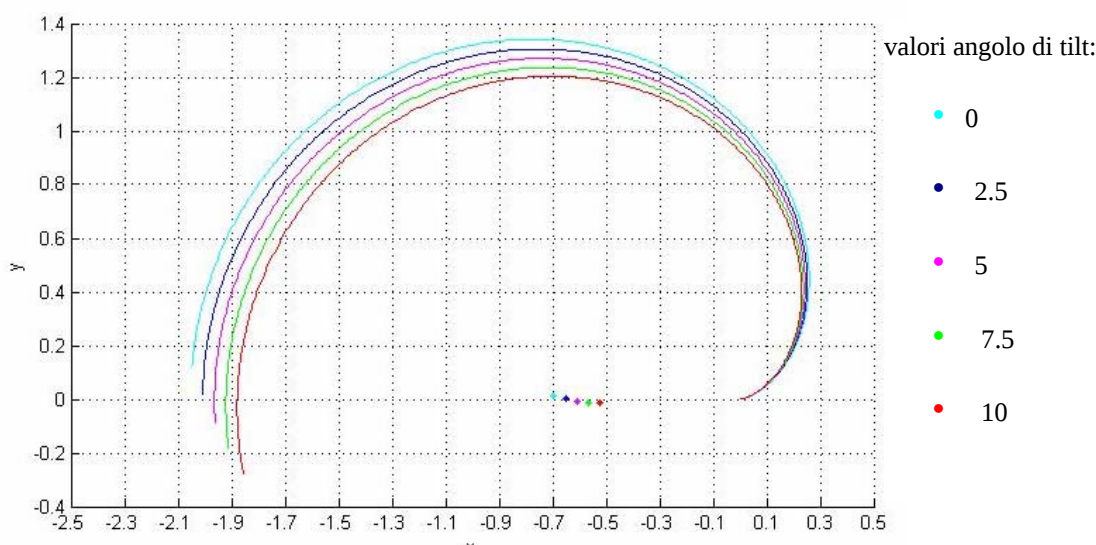
T=25*keV	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000	8500
0	0,59076	0,65928	0,71541	0,76155	0,79974	0,83158	0,85835	0,88102
0,5	0,58332	0,65151	0,70753	0,75371	0,79204	0,82407	0,85104	0,87393
1	0,57591	0,64375	0,69966	0,74589	0,78434	0,81655	0,84374	0,86686
1,5	0,56854	0,63601	0,69181	0,73807	0,77665	0,80904	0,83643	0,85977
2	0,56119	0,62829	0,68396	0,73026	0,76896	0,80153	0,82913	0,85269
2,5	0,55387	0,62058	0,67613	0,72245	0,76128	0,79402	0,82183	0,84561
3	0,54659	0,6129	0,66831	0,71465	0,75359	0,78651	0,81452	0,83852
3,5	0,53933	0,60523	0,6605	0,70686	0,74591	0,779	0,80721	0,83143
4	0,5321	0,59758	0,65269	0,69907	0,73823	0,77149	0,7999	0,82434
4,5	0,5249	0,58994	0,64489	0,69127	0,73055	0,76397	0,79259	0,81724
5	0,51772	0,58232	0,6371	0,68349	0,72286	0,75645	0,78527	0,81014
5,5	0,51057	0,57471	0,62932	0,6757	0,71517	0,74893	0,77794	0,80303
6	0,50345	0,56711	0,62153	0,66791	0,70748	0,7414	0,77061	0,79591
6,5	0,49636	0,55952	0,61375	0,66011	0,69979	0,73386	0,76327	0,78879
7	0,48929	0,55195	0,60598	0,65232	0,69208	0,72631	0,75592	0,78165
7,5	0,48225	0,54439	0,5982	0,64452	0,68437	0,71876	0,74856	0,77451
8	0,47524	0,53684	0,59043	0,63671	0,67666	0,7112	0,74119	0,76735
8,5	0,46825	0,52929	0,58265	0,62891	0,66893	0,70362	0,73381	0,76018
9	0,46129	0,52176	0,57488	0,62109	0,66119	0,69604	0,72641	0,753
9,5	0,45436	0,51424	0,5671	0,61327	0,65344	0,68844	0,71901	0,74581
10	0,44745	0,50672	0,55932	0,60543	0,64568	0,68083	0,71158	0,7386

Valore dell'off-centering per le traiettorie di una particella con energia cinetica di 25 keV e rapporto $q/m=0.5$ calcolate al variare dell'angolo di tilt e della tensione agli elettrodi.

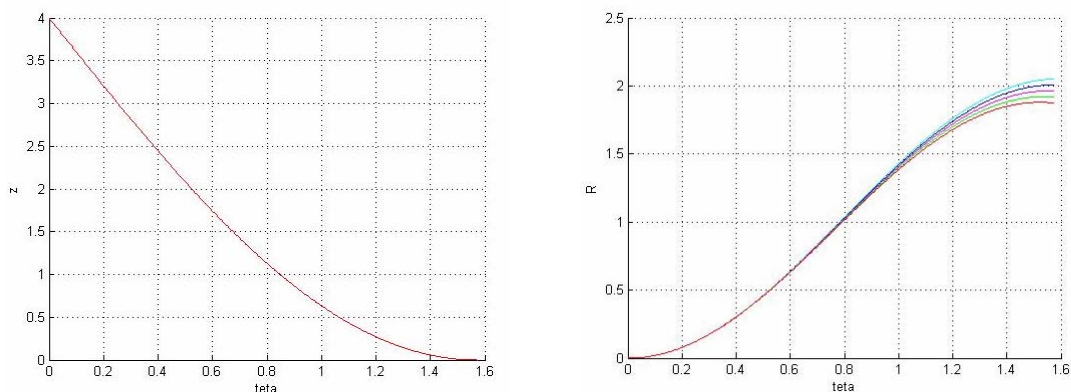
Consultando le tabelle calcolate dal programma si possono scegliere i valori di tensione ed angolo di tilt più adatti alla costruzione dell'inflettore e fissare i parametri A e k' .

Il programma si può anche eseguire più volte variando le condizioni iniziali, per ottenere uno studio accurato delle traiettorie.

Inoltre, è possibile visualizzare i grafici relativi alle traiettorie analitiche

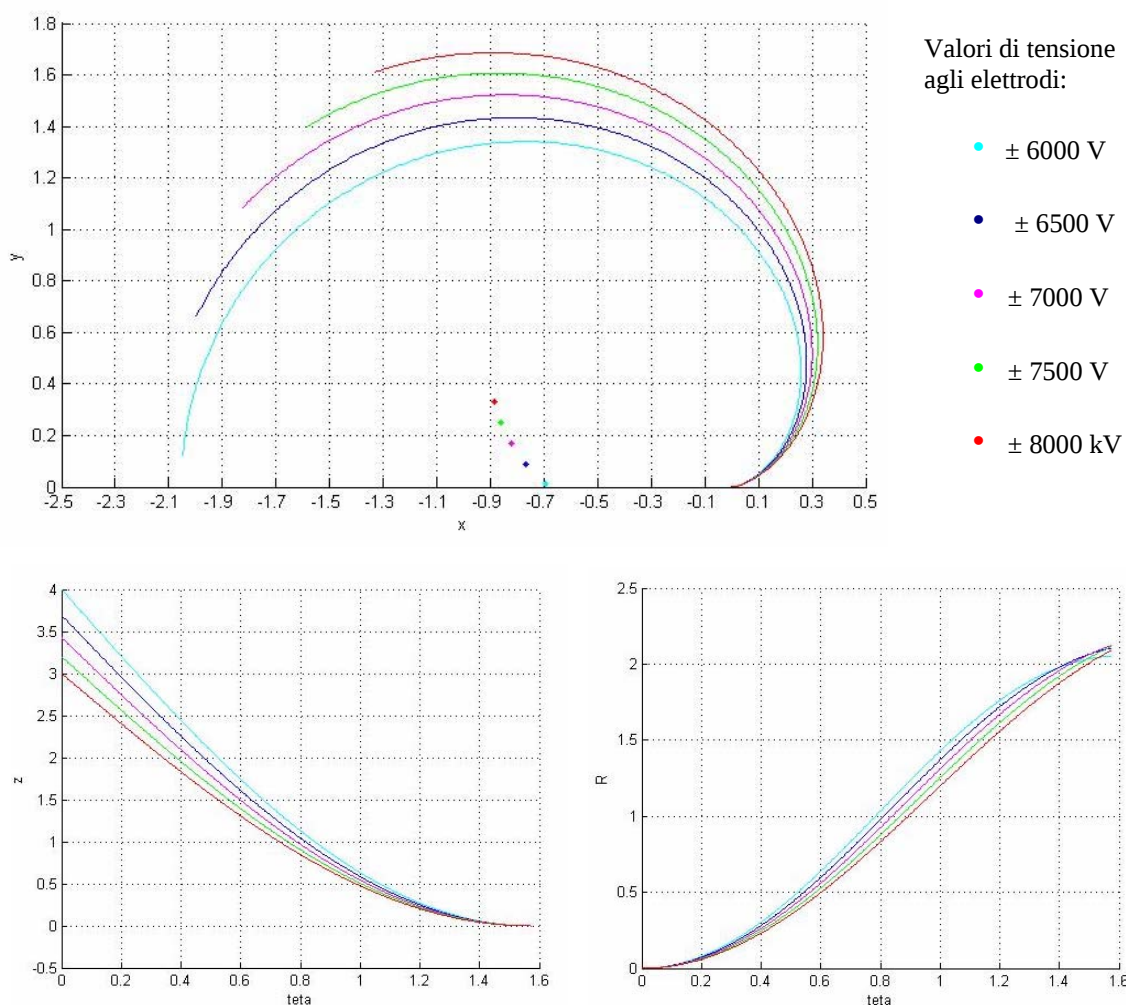


Proiezioni sul piano mediano delle traiettorie centrali di una particella con rapporto $q/m = 0.5$ ed energia cinetica di 40 KeV calcolate con una tensione di ± 6000 V al variare dell'inclinazione delle superfici degli elettrodi: maggiore è l'angolo di tilt minore è il valore dell'off-centering.



Coordinate z e distanza della traiettoria dall'origine delle traiettorie descritte nella figura precedente: la coordinata z è indipendente dall'angolo di tilt.

calcolate per le diverse condizioni iniziali ed osservare così come cambiano la proiezione sul piano mediano, la quota z e la distanza dall'origine della traiettoria.



Traiettorie di una particella con rapporto $q/m = 0.5$ ed energia cinetica pari a 40 keV calcolate per diversi valori di tensione agli elettrodi e con $k' = 0$. In queste condizioni, la componente z cambia: infatti, variare il campo elettrico significa cambiare il raggio elettrico A che determina l'altezza dell'inflettore.

6.3 Determinazione delle superfici dell'inflettore

Determinata la traiettoria di riferimento più adatta alle condizioni iniziali, si può passare alla creazione dell'inflettore.

“sup_inflector.m” è il programma in MATLAB elaborato per la determinazione delle superfici dell'inflettore: la descrizione analitica degli elettrodi è la stessa di quella utilizzata da L. Milinkovic nel programma di simulazione in FORTRAN-77 “RELAX3D – Spiral inflector” [31].

Introdotti tutti i parametri che caratterizzano l'inflettore, il programma traccia la traiettoria centrale utilizzando le equazioni parametriche [6.1], [6.2] e [6.3] e, per ciascun punto, calcola le componenti della velocità in x e y con le formule:

$$v_x = \frac{v_o}{2} [\sin(C_+\theta) + \sin(C_-\theta)] \quad [6.8]$$

$$v_y = -\frac{v_o}{2} [\cos(C_+\theta) - \cos(C_-\theta)] \quad [6.9]$$

dove $C_+ = (2K+1)$ e $C_- = -(2K-1)$. La componente lungo z è invece:

$$v_z = \left(v_o^2 - (v_x^2 + v_y^2) \right)^{\frac{1}{2}} \quad [6.10]$$

con v_o modulo della velocità totale della particella di riferimento, che è costante per tutta la traiettoria.

Il programma effettua una serie di controlli sulla correttezza dei valori calcolati; si è verificato che i risultati ottenuti con queste formule sono in accordo con quelli determinati dalla differenziazione delle coordinate della traiettoria analitica.

Anche le formule per le componenti della velocità dipendono dalla direzione scelta per la traiettoria di riferimento: bisogna quindi controllare che il segno di ciascuna componente sia in accordo con quello della coordinata corrispondente.

Note le componenti della velocità, si possono costruire i versori del sistema di riferimento ottico, così come sono definiti nel paragrafo 5.5.1:

$$\hat{h} = \frac{v_y \hat{i} - v_x \hat{j}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

$$\hat{v} = \frac{v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$$

$$\hat{u} = \hat{h} \times \hat{v}$$

In presenza dell'angolo di tilt α_{tilt} , si calcolano le componenti del sistema ottico ruotato:

$$\hat{u}_r = \cos(\alpha_{\text{tilt}}) \cdot \hat{u} + \sin(\alpha_{\text{tilt}}) \cdot \hat{h}$$

$$\hat{h}_r = \cos(\alpha_{\text{tilt}}) \cdot \hat{h} - \sin(\alpha_{\text{tilt}}) \cdot \hat{u}$$

Il programma è predisposto per verificare l'ortogonalità e l'unitarietà dei versori.

Le superfici degli elettrodi dell'inflettore si possono costruire come semplici funzioni delle coordinate della traiettoria centrale, dalla quale devono distare di una lunghezza pari a $\frac{d}{2}$; devono anche essere perpendicolari al vettore di campo elettrico $\vec{E}$, che, lungo la traiettoria centrale, è sempre perpendicolare al vettore velocità $\vec{v}$. Le intersezioni degli elettrodi con il piano individuato dai versori $\hat{u}$ e $\hat{h}$ sono delle linee rette: queste informazioni sono sufficienti per determinare l'intera geometria dell'inflettore.

Sia P_1 un punto sulla traiettoria centrale. Il punto Q_1 situato su una retta

diretta lungo il versore $\hat{u}_r$, distante $\frac{d}{2}$ da P_1 , e che soddisfa la condizione:

$$\overrightarrow{P_1 Q_1} = -\frac{d}{2} \hat{u}_r$$

appartiene all'elettrodo inferiore; in modo analogo, si definisce il punto Q_1' :

$$\overrightarrow{P_1 Q_1'} = \frac{d}{2} \hat{u}_r$$

che invece appartiene all'elettrodo superiore. I punti centrali delle superfici dell'elettrodo inferiore e di quello superiore sono descrivibili rispettivamente dalle relazioni:

$$\vec{r}_{Q_1'} = \vec{r}_P + \frac{d}{2} \vec{u}_r$$

$$\vec{r}_Q = \vec{r}_P - \frac{d}{2} \vec{u}_r$$

$\vec{r}_P$, $\vec{r}_Q$ e $\vec{r}_{Q_1'}$ sono i vettori posizione dei punti P , Q e Q_1' nel sistema di coordinate fisso. Le superfici degli elettrodi sono allora costituite dai segmenti sulle linee passanti per i punti $Q(P)$ e parallele ai versori $\vec{h}_r(P)$, che sono espresse dalla relazione:

$$(\vec{r} - \vec{r}_Q) \times \vec{h}_r = 0 \quad [6.11]$$

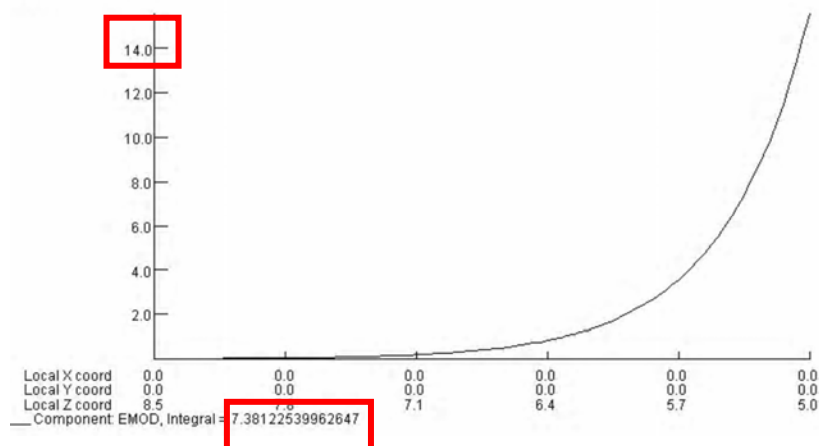
I quattro estremi degli elettrodi sono punti appartenenti alle linee definite dalla relazione [6.11] e sono individuati dalla relazione:

$$\vec{r}_E = \vec{r}_p \pm \frac{d}{2} \hat{u}_r \pm a \cdot \frac{d}{2} \hat{h}_r \quad [6.12]$$

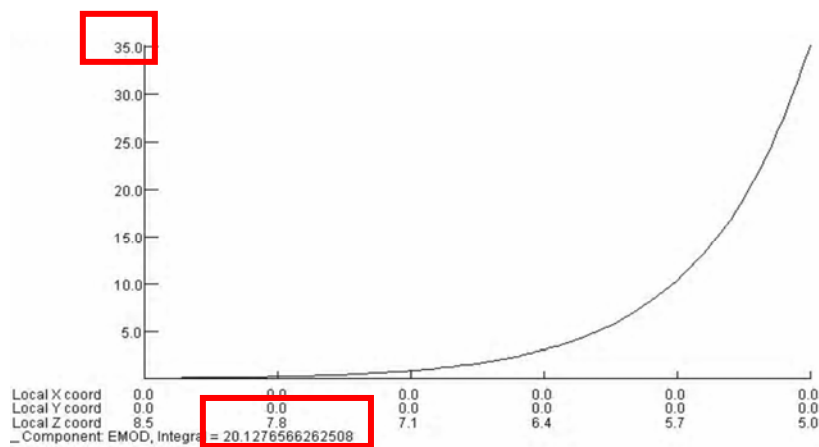
In questa relazione, a indica l'aspect ratio, cioè il rapporto tra la larghezza degli elettrodi s ed il gap tra gli stessi d :

$$a = \frac{s}{d}$$

Questo è un parametro che non compare nello studio della traiettoria analitica: la simulazione di più inflettori, costruiti con lo stesso set di condizioni iniziali e parametri ma con aspect ratio differente, ha rilevato che l'effetto di fringing del campo elettrico cresce con il valore di a .



Aspect ratio
= 2,5

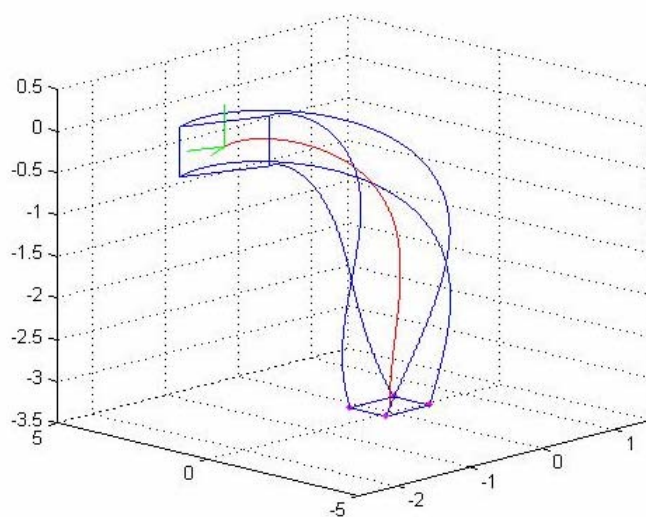
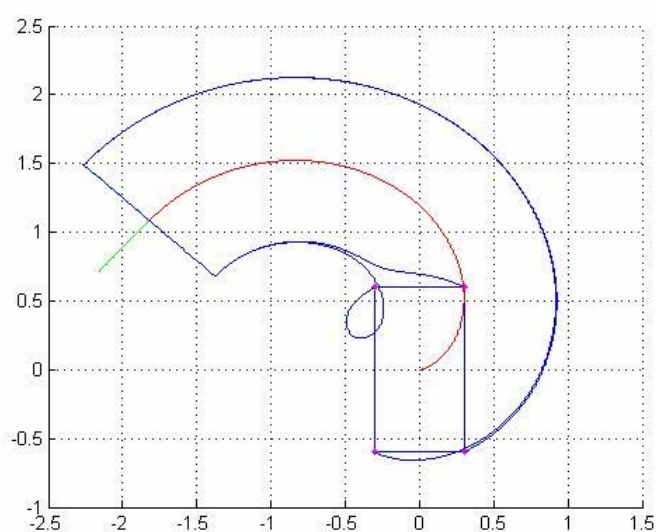


Aspect ratio
= 3

Effetto fringing in due inflettori corrispondenti alla stessa traiettoria centrale ma con una larghezza degli elettrodi differente: l'effetto è maggiore quando gli elettrodi sono più larghi.

Quindi, la relazione tra larghezza degli elettrodi ed ampiezza del gap è un ulteriore fattore da considerare nella realizzazione dell'inflettore.

Il programma “sup_inflector.m”, mediante le equazioni [6.11] e [6.12], determina la struttura delle superfici dell'inflettore e crea quattro files, ciascuno con le coordinate di uno degli estremi degli elettrodi: queste sono le informazioni necessarie per la costruzione del modello tridimensionale.

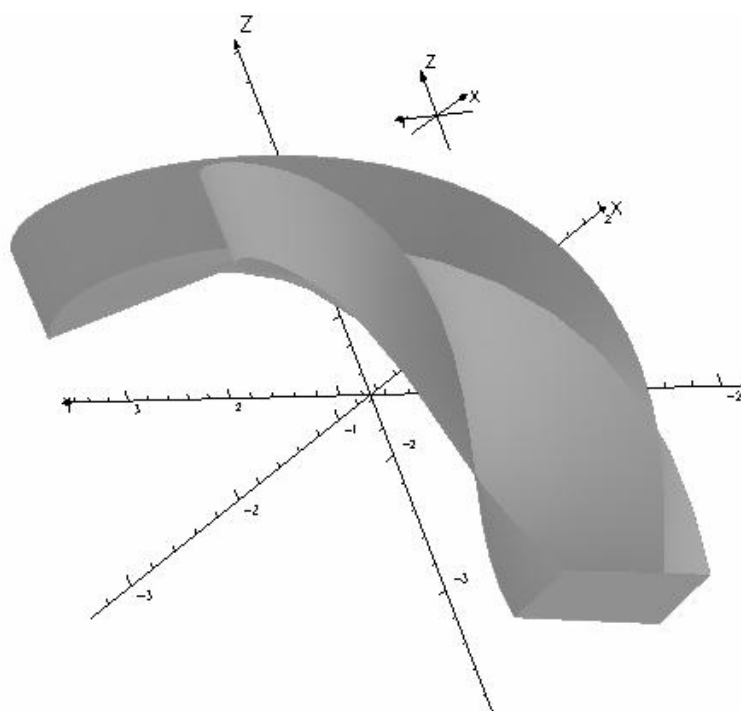


Proiezione sul piano mediano e vista tridimensionale della traiettoria centrale e dell'inflettore costruiti dal programma in MATLAB “sup_inflector.m”. Si possono osservare anche i vettori del sistema ottico corrispondenti al punto finale della traiettoria all'interno dell'inflettore.

6.4 Modello dell'inflettore

Calcolate le curve che limitano le superfici degli elettrodi, si passa alla realizzazione del modello tridimensionale con il programma di disegno tecnico e progettazione MECHANICAL Desktop: si ottiene il modello di un solido tridimensionale, che è il volume compreso tra elettrodi, lo spazio interno all'inflettore.

Il modello del solido è elaborato con il modulo "Modeller" della console Vector-Field OPERA: in questa fase si introducono le caratteristiche elettrostatiche degli elettrodi ed è possibile inserire i collimatori per migliorare il funzionamento dell'inflettore.

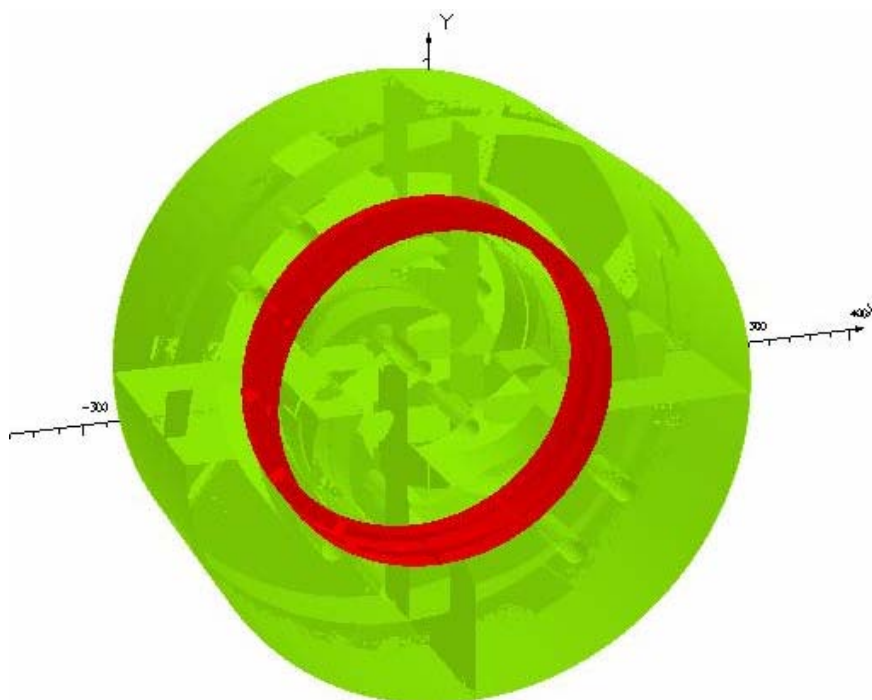


Modello del solido.

La posizione e la dimensione degli anelli di collimazione dipendono da diversi fattori. La posizione del collimatore deve seguire la traiettoria delle particelle, in particolar modo la curvatura dovuta alla forza esercitata dal campo magnetico, e deve tener conto dell'interazione con il campo elettrico tra gli elettrodi: l'anello deve essere abbastanza vicino per troncare il fringing ma non devono verificarsi

scariche elettriche.

Dopo la compilazione del modello con il modulo “Interactive Solution” della console OPERA, si completa l’inflettore con il terzo modulo, il “Post-Processor”, che permette di simulare anche il campo magnetico: infatti, la mappa del campo magnetico all’interno dell’inflettore si calcola dal modello del magnete del ciclotrone creato anch’esso con OPERA.

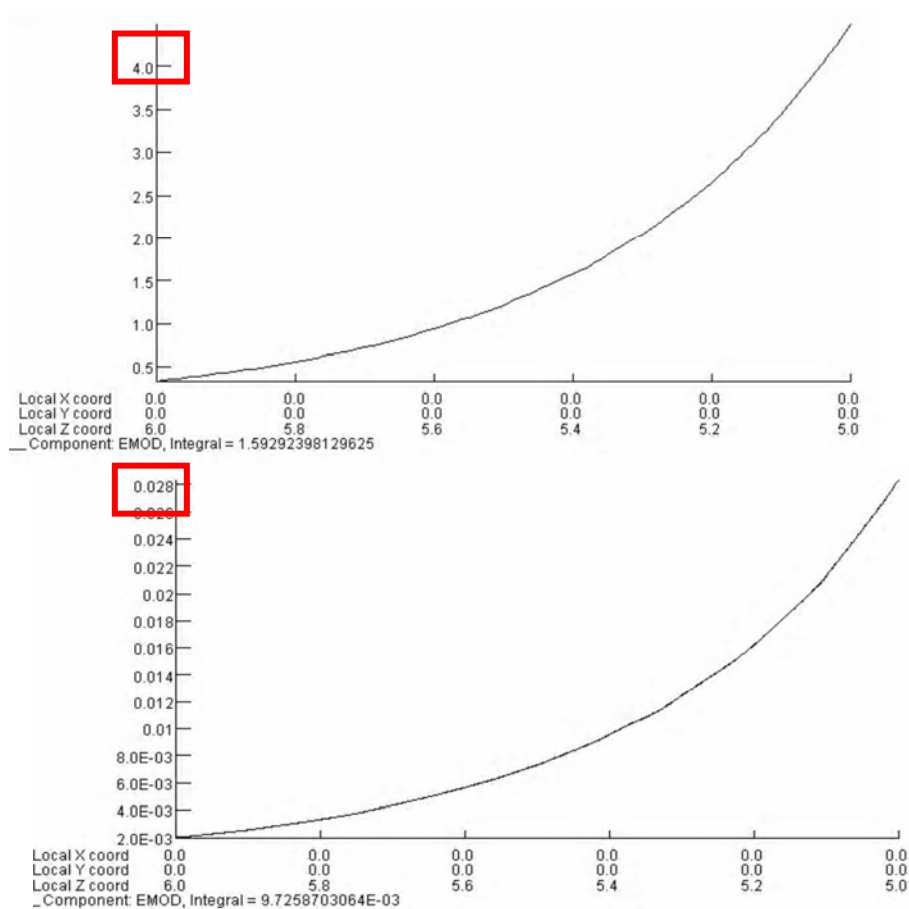


Modello del ciclotrone.

Il “Post-Processor” simula le caratteristiche dell’inflettore e consente di calcolare le traiettorie delle particelle del fascio al suo interno ed attraverso la regione occupata dagli elementi del sistema di iniezione.

Si può osservare l’effetto di fringing del campo elettrico, come cambia con l’inserimento dei collimatori e con la variazione della tensione agli elettrodi, quale influenza ha sulle traiettorie delle particelle.

Lo studio del modello dell’inflettore punta alla determinazione della configurazione che permette di deflettere il fascio sul piano mediano, con un fattore di trasmissione alto ed in modo che la componente della velocità lungo l’asse z sia la



Sistema con
collimatore

Confronto tra il fringing dello stesso inflettore con e senza anello di collimazione.

più piccola possibile. In particolare, si cerca di ottimizzare l'emittanza $z-z'$ in corrispondenza del matching con le orbite di accelerazione

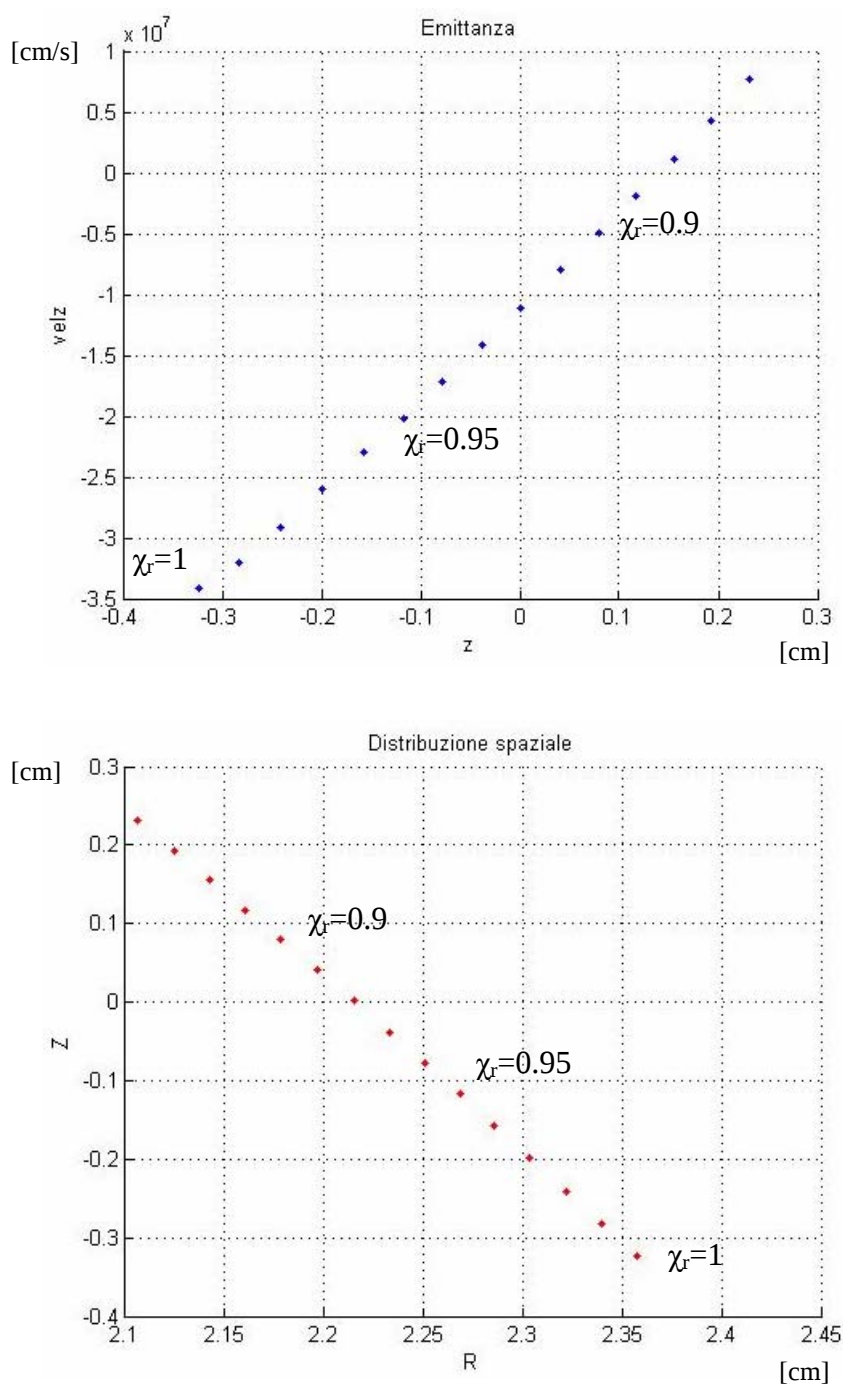
6.5 Le simulazioni

La simulazione delle traiettorie delle particelle attraverso l'inflettore consente di verificare e migliorare le proprietà del dispositivo.

Osservando l'andamento delle traiettorie, si determina anzitutto l'intensità del campo elettrico tra gli elettrodi per migliorare la posizione e la direzione della velocità di uscita.

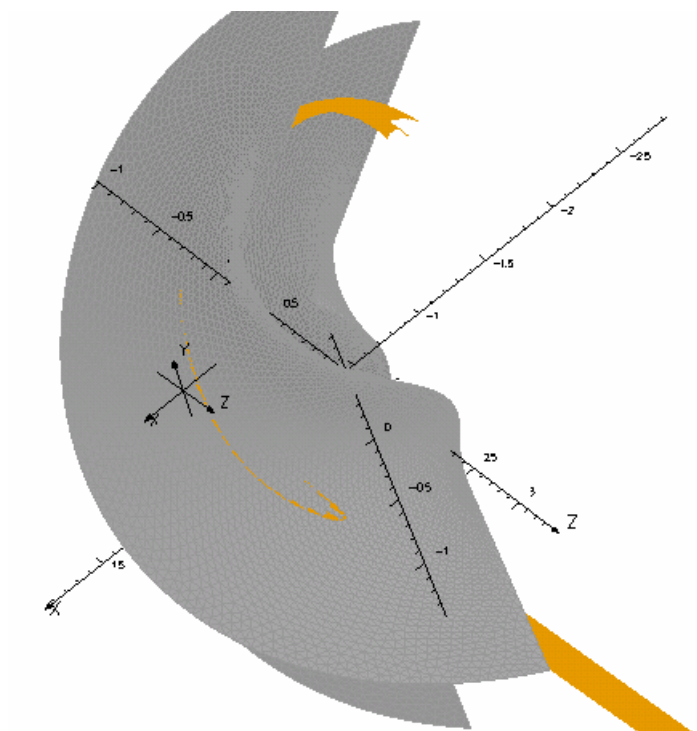
Infatti, diminuire la differenza di potenziale agli elettrodi permette di ridurre l'effetto del fringing e quindi lo spostamento delle traiettorie delle particelle da

quella di riferimento: la variazione apportata si indica con il fattore χ_r descritto nella relazione [5.5].



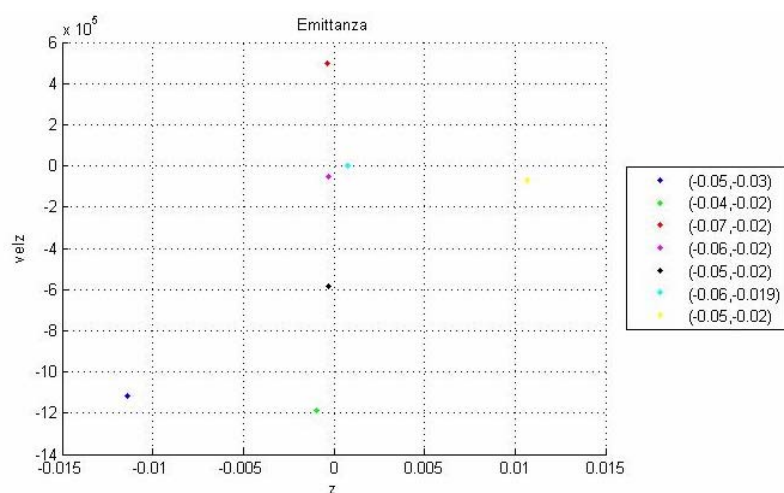
Influenza della variazione del campo elettrico sulla posizione e sulla velocità di una particella all'uscita del sistema di iniezione

Con una riduzione eccessiva però la forza esercitata dal campo elettrico può diventare insufficiente per la corretta deflessione: in tal caso, alcune particelle arrivano a colpire l'elettrodo che, invece, le dovrebbe respingere.



Collisione del fascio con la superficie di un elettrodo.

Un ulteriore parametro per l'ottimizzazione del funzionamento dell'inflettore è la posizione di ingresso delle particelle. All'inizio dell'inflettore, il fascio non deve necessariamente essere centrato: piccole variazioni della sua posizione lungo



Coordinata z e componente della velocità lungo z all'uscita dal sistema di iniezione di una particella al variare del punto di ingresso.

entrambe le direzioni x e y possono essere utili per migliorare il risultato finale della deflessione.

Per costruire i fasci per le simulazioni ed analizzare i risultati ottenuti si utilizzano dei programmi in MATLAB.

6.5.1 Costruzione del “fascio”

Per costruzione del fascio si intende il calcolo di una distribuzione di punti nello spazio delle coordinate e negli spazi delle fasi, che corrispondono alle coordinate iniziali delle traiettorie da simulare attraverso il sistema di iniezione.

Sono state effettuate prove con tre tipi di distribuzioni: un contorno circolare, una distribuzione gaussiana ed una distribuzione uniforme.

Il contorno circolare è utilizzato in una prima analisi dell'inflettore: serve per determinare il valore del campo elettrico per il quale, alla fine dell'iniezione, l'emittanza z - z' ha le caratteristiche migliori; permette anche di osservare in modo semplice gli effetti della variazione della posizione d'ingresso del fascio.

La distribuzione gaussiana sia nello spazio delle coordinate sia in quello delle fasi, è quella che si avvicina maggiormente alla distribuzione reale di un fascio di particelle, ma la distribuzione uniforme dà delle informazioni più evidenti sul funzionamento dell'inflettore.

Impostati il raggio della distribuzione spaziale ed il valore massimo delle componenti della velocità v_x e v_y , il programma “creafascio.m” calcola delle distribuzioni uniformi di punti sia per la distribuzione spaziale x - y , sia per le emittanze di partenza negli spazi x - x' e y - y' .

Nel modulo “Post-Processor” le velocità delle particelle devono essere introdotte in funzione degli angoli di Eulero: il programma calcola quindi per ogni terna di componenti della velocità la corrispondente terna di angoli.

Entrambi i programmi creano dei file contenenti tutti i parametri necessari al calcolo delle traiettorie.

6.5.2 Analisi dei risultati delle simulazioni

Con le simulazioni eseguite con il “Post-Processor” si calcolano le traiettorie

attraverso il sistema formato dall'inflettore e dagli anelli di collimazione.

Per analizzare i risultati ottenuti si studiano le intersezioni delle traiettorie con i piani situati in diversi punti del sistema di iniezione: si studiano le variazioni delle emittanze e delle distribuzioni spaziali per effetto del fringing in ingresso e quelle delle emittanze e delle distribuzioni che si rilevano all'uscita del sistema.

In particolare, OPERA fornisce le coordinate e le componenti delle velocità delle intersezioni, il programma in MATLAB calcola i valori numerici utili e dà una rappresentazione grafica dei risultati ottenuti.

Capitolo 7

L'INFLETTORE A SPIRALE PER IL CICLOTRONE DEL PROGETTO SCENT

7.1 Le caratteristiche

Il ciclotrone del progetto SCENT è ideato per accelerare ioni con rapporto $\frac{Q}{A} = 0.5$, in particolare ioni carbonio e le molecole H_2^+ .

L'energia cinetica delle particelle è di 20 A keV ed il campo magnetico nella zona occupata dall'inflettore è di circa 3 T: ciò implica un raggio di curvatura della traiettoria di 1,35 cm.

Per consentire il matching con le orbite della regione centrale, le particelle devono avere all'uscita dall'inflettore una distanza dall'origine maggiore di 2 cm: si devono determinare i parametri per la costruzione dell'inflettore in modo da soddisfare questa condizione.

La procedura descritta in precedenza crea un disegno meccanico utilizzabile contemporaneamente sia per la costruzione dell'inflettore sia per la simulazione delle traiettorie delle particelle con il programma OPERA. Pertanto si è ragionevolmente certi della corrispondenza funzionale tra l'inflettore simulato e l'inflettore costruito.

7.2 Calcolo dei parametri liberi e della traiettoria di riferimento

L'ampiezza del gap tra gli elettrodi è pari a 6 mm, come quella dell'inflettore del ciclotrone dei LNS; la larghezza degli elettrodi è scelta pari a 12 mm, in modo che l'aspect ratio valga 2.

Con le simulazioni effettuate, si è infatti osservato che, negli inflettori dove il rapporto tra la larghezza e la distanza degli elettrodi è più piccolo, gli effetti di fringing sono minori.

Ovviamente la scelta delle dimensioni dell'inflettore deve garantire un campo elettrico interno sufficientemente uniforme e deve essere compatibile con lo spazio disponibile nella regione centrale.

Si tracciano le traiettorie analitiche con i parametri fissati al variare dell'angolo di tilt e della tensione applicata agli elettrodi: si cerca la combinazione dei parametri liberi A e k' per la quale la posizione di uscita della particella dista circa 2.2 cm dal centro dell'acceleratore.

Dalle traiettorie e dalle tabelle calcolate dal programma "parametri.m", si osserva che, con un angolo di tilt nullo ed una tensione agli elettrodi di ± 7000 V, il raggio della posizione di uscita della particella è di 2.12 cm.

I parametri liberi sono quindi fissati come segue:

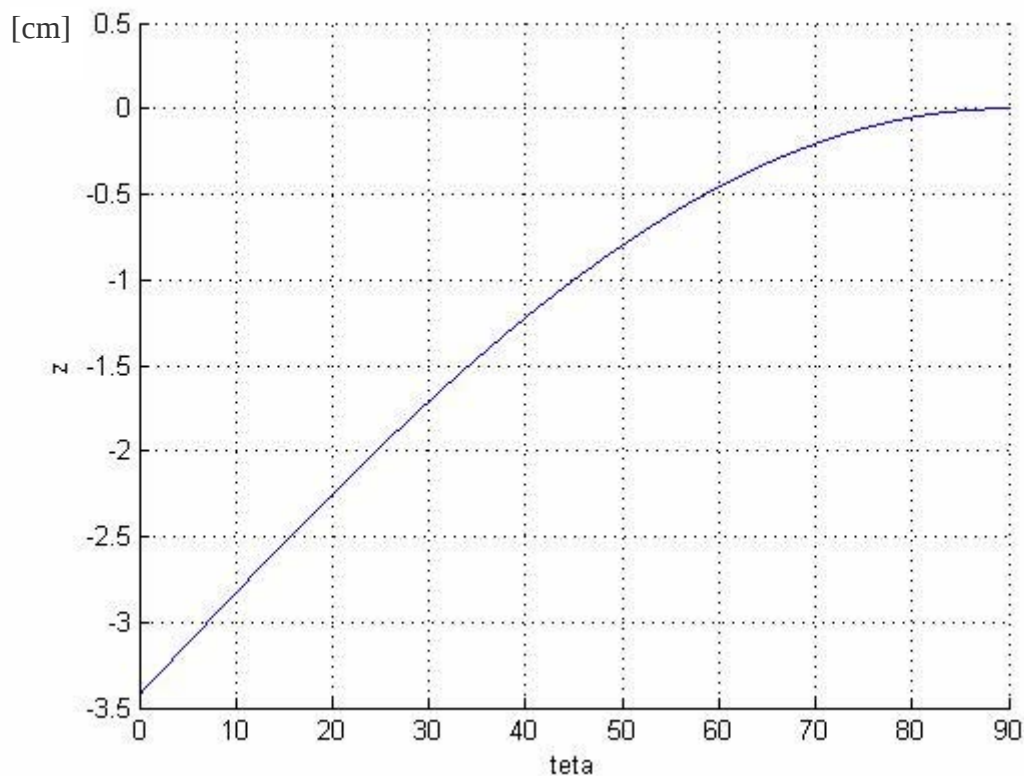
Tensione agli elettrodi V	± 7000 V
Raggio elettrico A	3.42 cm
Angolo di tilt α_{tilt}	0
Parametro di tilt k'	0
Raggio di uscita R	2.12 cm
Valore dell'off-centering ρ_c	0.84 cm

Tabella. Distanza dal centro del ciclotrone della posizione di uscita delle traiettorie di riferimento di particelle con rapporto carica-massa di 0.5 ed energia cinetica iniziale di 20 A keV in presenza di un campo magnetico di 3 T. Il raggio è calcolato al variare della tensione e dell'angolo di tilt; le lunghezze sono espresse in centimetri, la tensione in volt.

	V	6000	6200	6400	6600	6800	7000	7200	7400	7600	7800	8000
	A	4	3,871	3,75	3,6364	3,5294	3,4286	3,3333	3,2432	3,1579	3,0769	3
α_{tilt}												
0		2,0513	2,0777	2,097	2,1102	2,118	2,1212	2,1204	2,1163	2,1092	2,0996	2,088
0,5		2,0425	2,0691	2,0887	2,1022	2,1103	2,1137	2,1132	2,1093	2,1025	2,0931	2,0817
1		2,0338	2,0606	2,0805	2,0942	2,1025	2,1063	2,106	2,1023	2,0957	2,0866	2,0754
1,5		2,025	2,0521	2,0722	2,0862	2,0948	2,0988	2,0988	2,0954	2,089	2,0801	2,0692
2		2,0163	2,0436	2,064	2,0782	2,0871	2,0913	2,0916	2,0884	2,0823	2,0736	2,0629
2,5		2,0075	2,0351	2,0557	2,0702	2,0793	2,0838	2,0843	2,0814	2,0755	2,0671	2,0566
3		1,9988	2,0266	2,0475	2,0622	2,0716	2,0763	2,0771	2,0744	2,0687	2,0606	2,0502
3,5		1,99	2,0181	2,0392	2,0542	2,0638	2,0688	2,0698	2,0673	2,0619	2,054	2,0439
4		1,9813	2,0096	2,0309	2,0461	2,056	2,0613	2,0625	2,0603	2,0551	2,0474	2,0376
4,5		1,9725	2,001	2,0226	2,0381	2,0482	2,0537	2,0552	2,0533	2,0483	2,0408	2,0312
5		1,9637	1,9925	2,0143	2,03	2,0404	2,0462	2,0479	2,0462	2,0415	2,0342	2,0248
5,5		1,955	1,984	2,006	2,022	2,0326	2,0386	2,0406	2,0391	2,0346	2,0276	2,0184
6		1,9462	1,9754	1,9977	2,0139	2,0248	2,031	2,0332	2,032	2,0278	2,021	2,012
6,5		1,9374	1,9668	1,9894	2,0058	2,0169	2,0234	2,0259	2,0249	2,0209	2,0143	2,0055
7		1,9286	1,9583	1,981	1,9977	2,0091	2,0158	2,0185	2,0177	2,014	2,0076	1,9991
7,5		1,9198	1,9497	1,9726	1,9896	2,0012	2,0081	2,0111	2,0106	2,007	2,0009	1,9926
8		1,911	1,9411	1,9643	1,9814	1,9933	2,0005	2,0037	2,0034	2,0001	1,9942	1,9861
8,5		1,9021	1,9324	1,9559	1,9733	1,9853	1,9928	1,9962	1,9962	1,9931	1,9874	1,9795
9		1,8933	1,9238	1,9475	1,9651	1,9774	1,9851	1,9888	1,9889	1,9861	1,9806	1,973
9,5		1,8844	1,9151	1,939	1,9569	1,9694	1,9774	1,9813	1,9817	1,9791	1,9738	1,9664
10		1,8755	1,9065	1,9306	1,9486	1,9614	1,9696	1,9738	1,9744	1,972	1,967	1,9598

La traiettoria di riferimento relativa alla configurazione scelta è descritta dalle figure che seguono: l'iniezione del fascio avviene dal basso e la proiezione della traiettoria sul piano mediano ha verso antiorario.

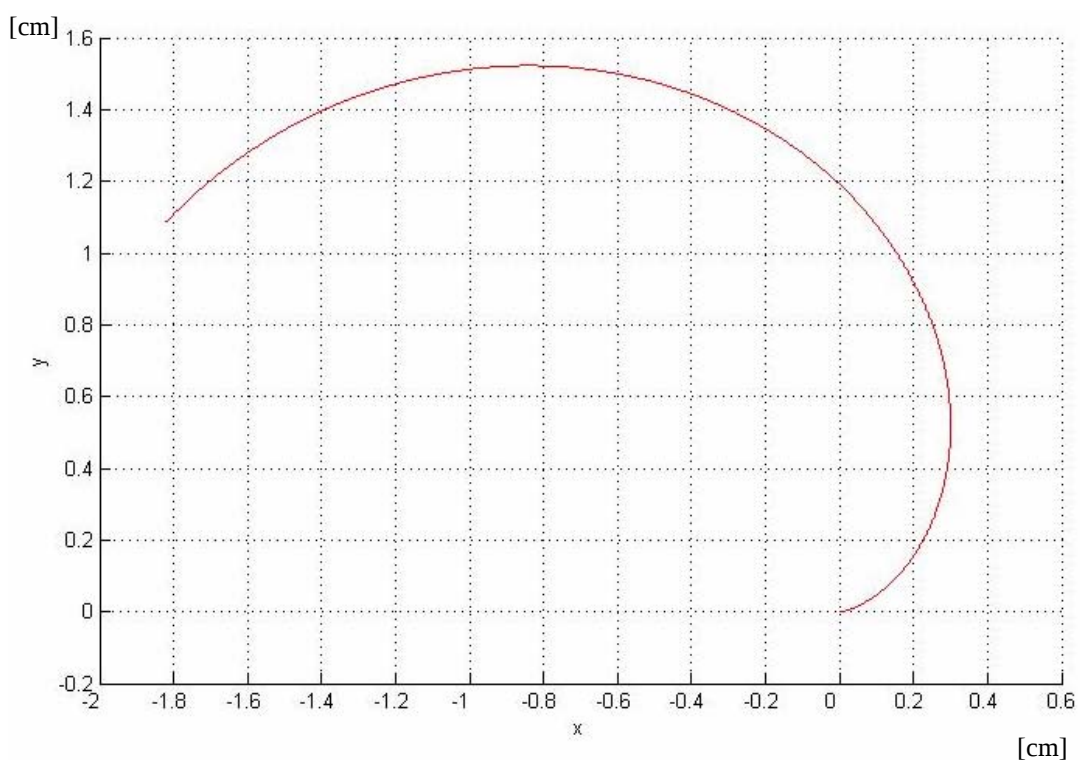
La coordinata z varia nell'intervallo $[-A, 0]$: l'ingresso dell'inflettore è situato a -3.428 cm dal piano mediano, cioè ad una distanza pari al raggio elettrico, che è il parametro che determina l'altezza dell'inflettore. L'uscita dell'inflettore è invece perfettamente posizionata sul piano mediano.



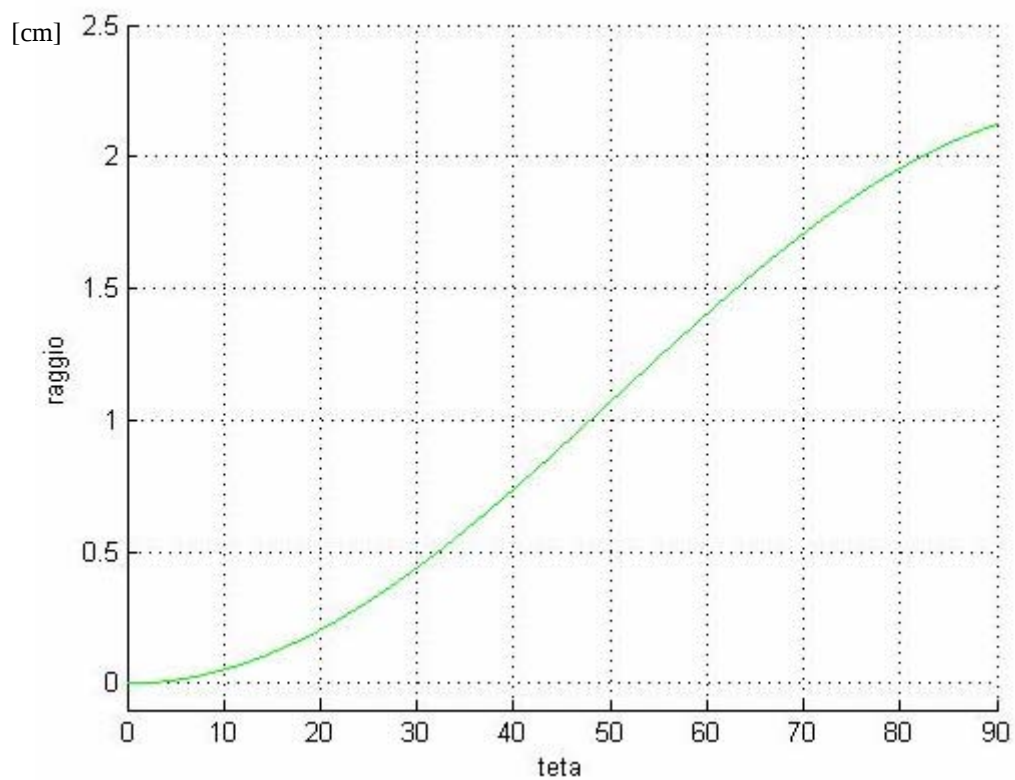
Coordinata z della traiettoria analitica di riferimento dell'inflettore.

Il punto iniziale della traiettoria di riferimento si trova sull'asse z : si può osservare come la traiettoria si allontana dal centro del ciclotrone, seguendo la caratteristica curva a spirale determinata dalle forze esercitate dal campo elettrico e dal campo magnetico.

Si ricavano le informazioni utili alla costruzione delle superfici degli elettrodi dell'inflettore.



Proiezione sul piano mediano della traiettoria analitica di riferimento.



Variazione della distanza della traiettoria analitica di riferimento dall'asse del ciclotrone.

Le caratteristiche della traiettoria analitica di riferimento all'uscita dell'inflettore sono descritte nella tabella seguente.

Coordinate della posizione	$x = -1.82$ $y = 1.08$ $z = 0$
Distanza dall'origine del piano mediano	$R = 2.12$
Coordinate del centro di curvatura	$x_c = -0.82$ $y_c = 0.17$
Valore dell'off-centering	$\rho_c = 0.83$
Componenti della velocità	$v_x = -1.32 \cdot 10^8$ $v_y = -1.44 \cdot 10^8$ $v_z = 0$

Lunghezze in [cm], velocità in [cm/s].

Si costruiscono quindi le curve che descrivono gli estremi degli elettrodi dell'inflettore con il programma "sup_inflector.m"; da queste, utilizzando il MECHANICAL Desktop si ricava il modello del solido che rappresenta l'inflettore.

7.3 Modello dell'inflettore

Con il Modeller della consolle OPERA si introducono due collimatori alle estremità dell'inflettore, per limitare gli effetti di fringing del campo elettrico.

Il primo collimatore è posto in prossimità dell'ingresso dell'inflettore: consiste in un supporto rettangolare con al centro un'apertura circolare che ha un raggio di 3 mm. Viene posizionato parallelamente al piano mediano, ad una distanza di 5 mm dall'ingresso dell'inflettore ed in modo che il centro dell'apertura circolare si trovi sull'asse z.

Il secondo collimatore è posizionato parallelamente al piano di uscita

dell'inflettore, ad una distanza di 5 mm, ed è perpendicolare e simmetrico rispetto al piano mediano del ciclotrone. L'apertura circolare è leggermente più grande: ha un raggio di 4 mm e non è situata al centro del supporto, ma in una posizione più interna che tiene conto della curvatura del fascio; il centro dell'apertura si trova sul piano mediano.

La distanza inflettore-collimatori è un compromesso tra lo spazio disponibile nella regione centrale ed il controllo dei fenomeni dovuti al campo elettrico: si è già osservato che la vicinanza dell'anello riduce l'effetto di fringing, ma bisogna evitare che si verifichino scariche tra il collimatore a massa e gli elettrodi dell'inflettore.

Da un primo studio del modello, si è osservato che la traslazione lungo l'asse z dell'inflettore e del collimatore di ingresso consentono di migliorare il centraggio delle particelle in uscita.

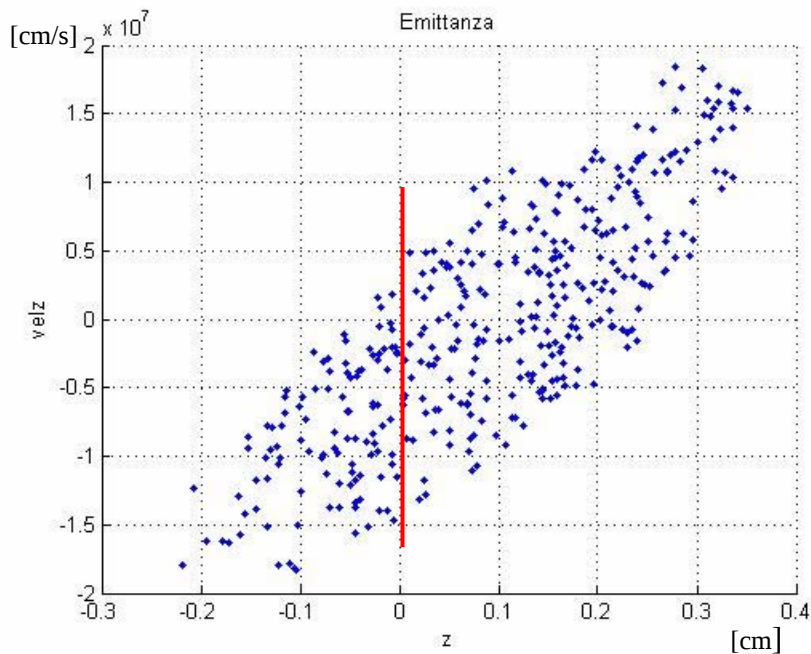
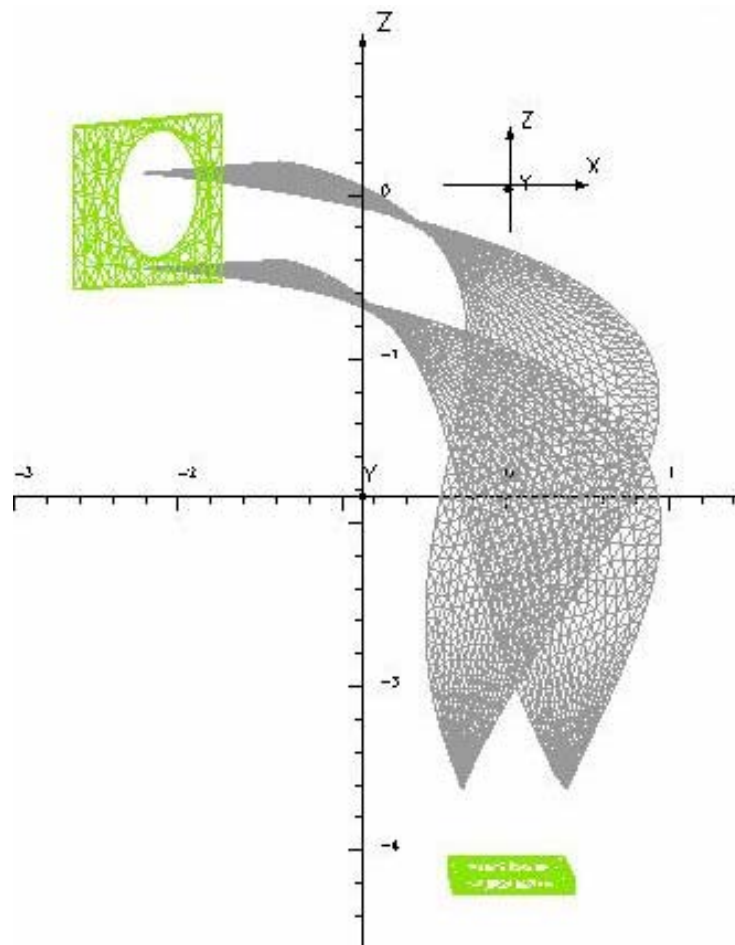


Grafico z - z' all'uscita del sistema di iniezione. La distribuzione è centrata rispetto all'asse z' , ma non rispetto all'asse z : si può risolvere questo problema traslando l'inflettore lungo l'asse del ciclotrone.

Nel modello finale del sistema di iniezione, l'inflettore, rispetto al modello tracciato con le formule analitiche; è traslato di 1 mm verso il basso lungo l'asse z ; la posizione del collimatore di ingresso segue la traslazione dell'inflettore, mentre quella del collimatore di uscita resta invariata e centrata sul piano mediano.



Rappresentazione schematica del sistema di (iniezione): si osserva l'andamento delle superfici degli elettrodi (in grigio) e la posizione degli anelli di collimazione (in verde).

7.4 Risultati

Per verificare ed ottimizzare il funzionamento dell'inflettore a spirale così ottenuto, si sono simulati diversi esempi di traiettorie di particelle con energia cinetica di 40 keV e rapporto carica-massa pari a 0.5.

Si sono anzitutto fissate le condizioni di lavoro dell'inflettore.

I risultati migliori si ottengono riducendo la tensione agli elettrodi dell'inflettore con un fattore:

$$\chi_r = 0.885$$

e spostando leggermente la posizione di ingresso del fascio; in particolare, l'ingresso del fascio essere traslato di:

$$\Delta x = -0.04 \text{ cm}$$

$$\Delta y = -0.01 \text{ cm}$$

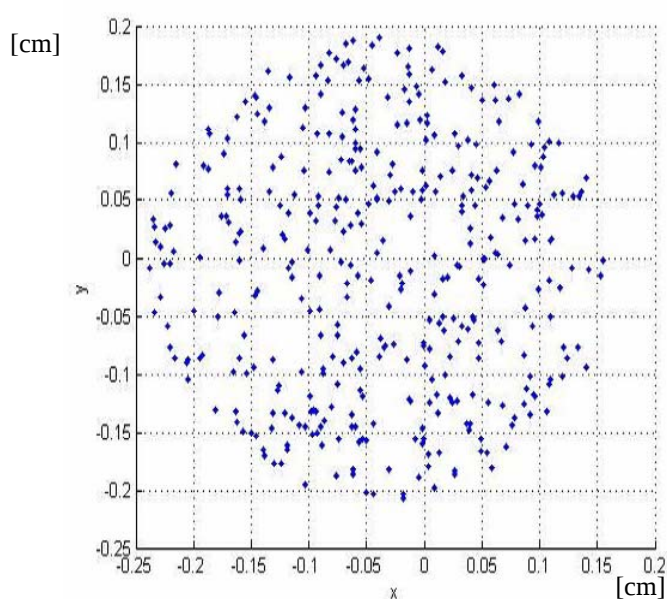
rispetto all'asse del ciclotrone.

Queste variazioni possono essere realizzate con gli elementi di collimazione e focalizzazione che fanno parte della linea di trasporto ed iniezione del fascio.

Di seguito si riportano i dati di una delle simulazioni effettuate per verificare la correttezza del modello realizzato.

Il fascio è stato costruito con il programma in MATLAB “creafascio.m”, che consente di calcolare una distribuzione uniforme di punti nello spazio; a ciascun punto è associata una velocità, scelta in modo casuale dai valori di un'altra distribuzione uniforme.

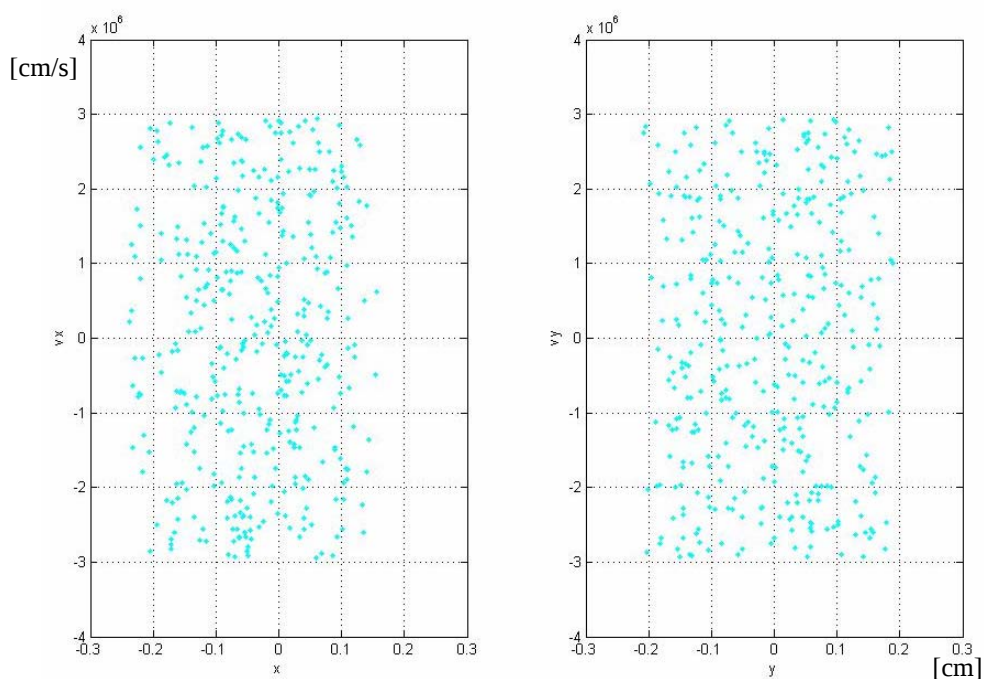
Si impone che il fascio abbia un raggio di 2 mm, che l'energia cinetica delle particelle sia di 40 keV, che corrisponde ad una velocità di $1.9645 \cdot 10^8$ cm/s, e che le componenti della velocità in x e y non siano maggiori dell'1.5% del modulo della



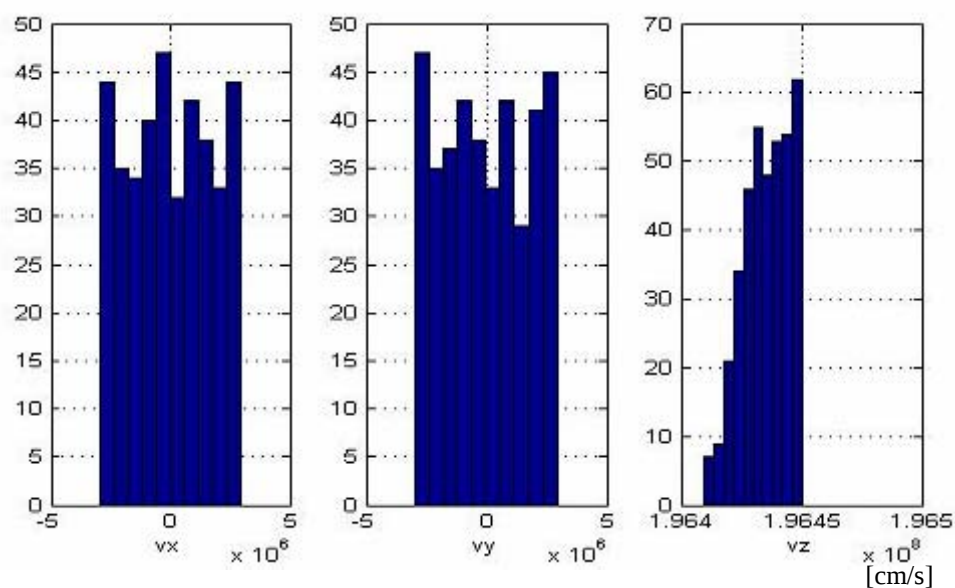
Distribuzione spaziale di prova.

velocità totale; si sceglie la coordinata z uguale per tutte le particelle e pari a -6 cm.

La distribuzione calcolata comprende 389 particelle.

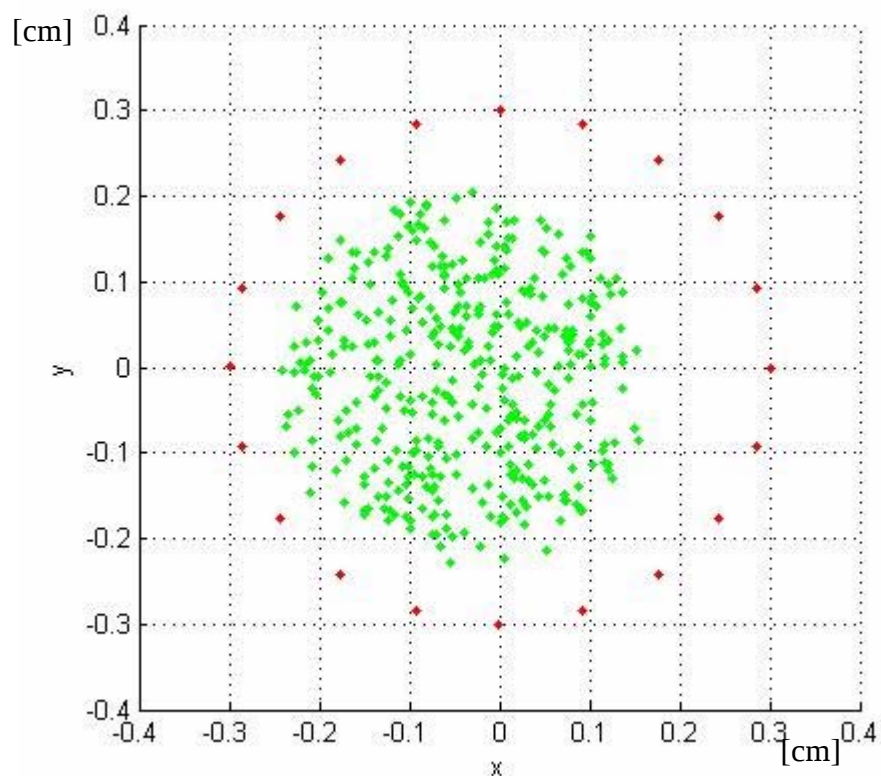


Emittanze di prova.

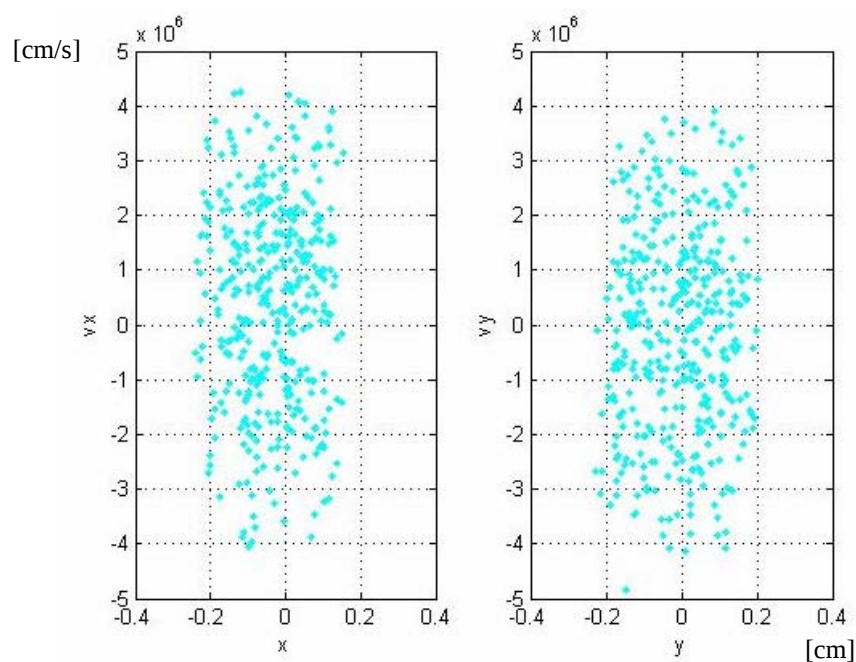


Distribuzioni delle velocità di prova.

In corrispondenza del primo collimatore si può osservare che le caratteristiche del fascio non sono mutate di molto: le particelle attraversano l'anello senza alcuna perdita.



Distribuzione spaziale in corrispondenza del primo collimatore: i puntini rossi rappresentano l'apertura circolare.



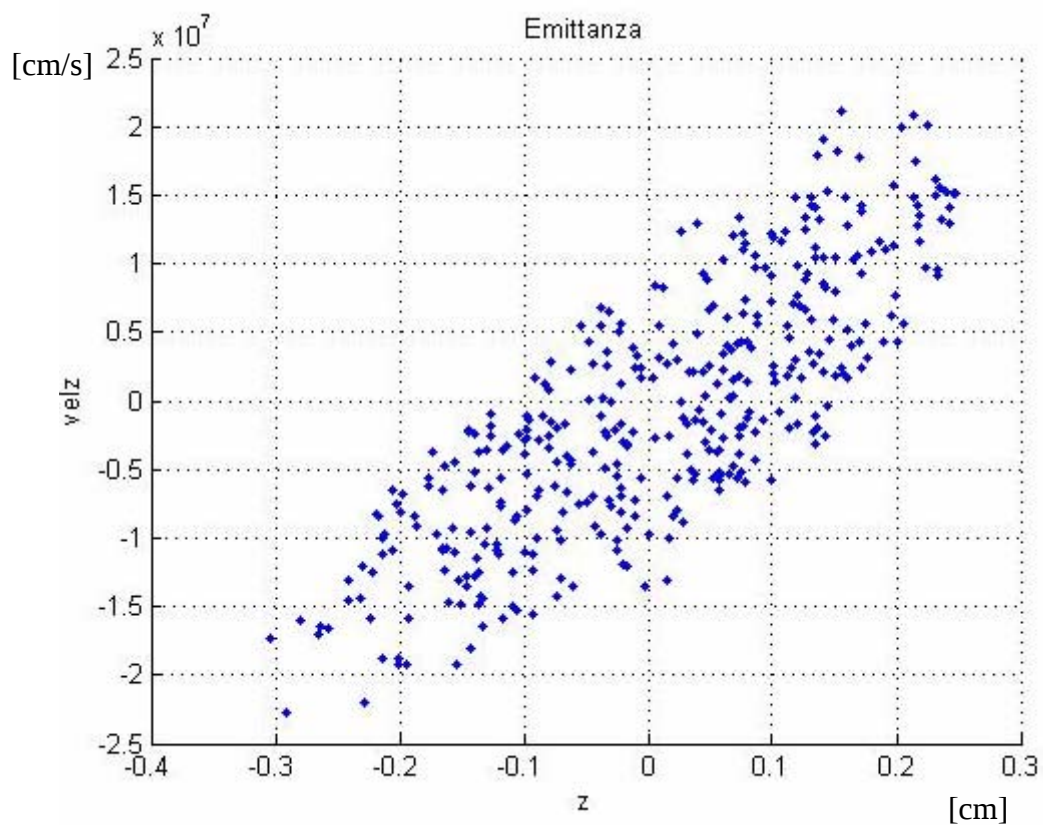
Emittanze in corrispondenza del primo collimatore.

All'uscita del sistema e sul piano mediano il fascio ha le seguenti caratteristiche:

Coordinata z	$-0.304 < z < 0.247$ $\langle z \rangle = 0.0086$
Componente della velocità lungo l'asse z	$-2.27 \cdot 10^7 < v_z < 2.11 \cdot 10^7$ $\langle v_z \rangle = -6.51 \cdot 10^5$
Distanza dal centro del ciclotrone	$1.98 < R < 2.39$ $\langle R \rangle = 2.19$
Componente trasversa della velocità	$-1.21 \cdot 10^8 < v_h < -6.78 \cdot 10^7$ $\langle v_h \rangle = -9.34 \cdot 10^7$

con le lunghezze espresse in centimetri e le velocità in centimetri al secondo.

Inoltre, le particelle che passano attraverso l'inflettore sono 383: la trasmissione del fascio è avvenuta con una perdita dell'1.5%.

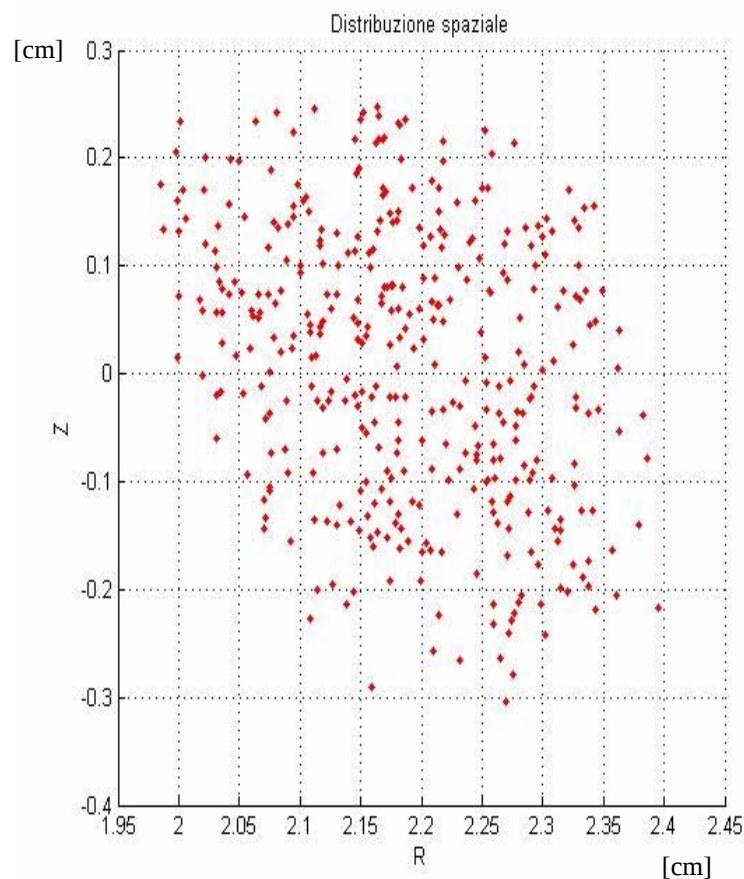


Emittanza z - z' all'uscita del sistema di deflessione sul piano mediano del ciclotrone.

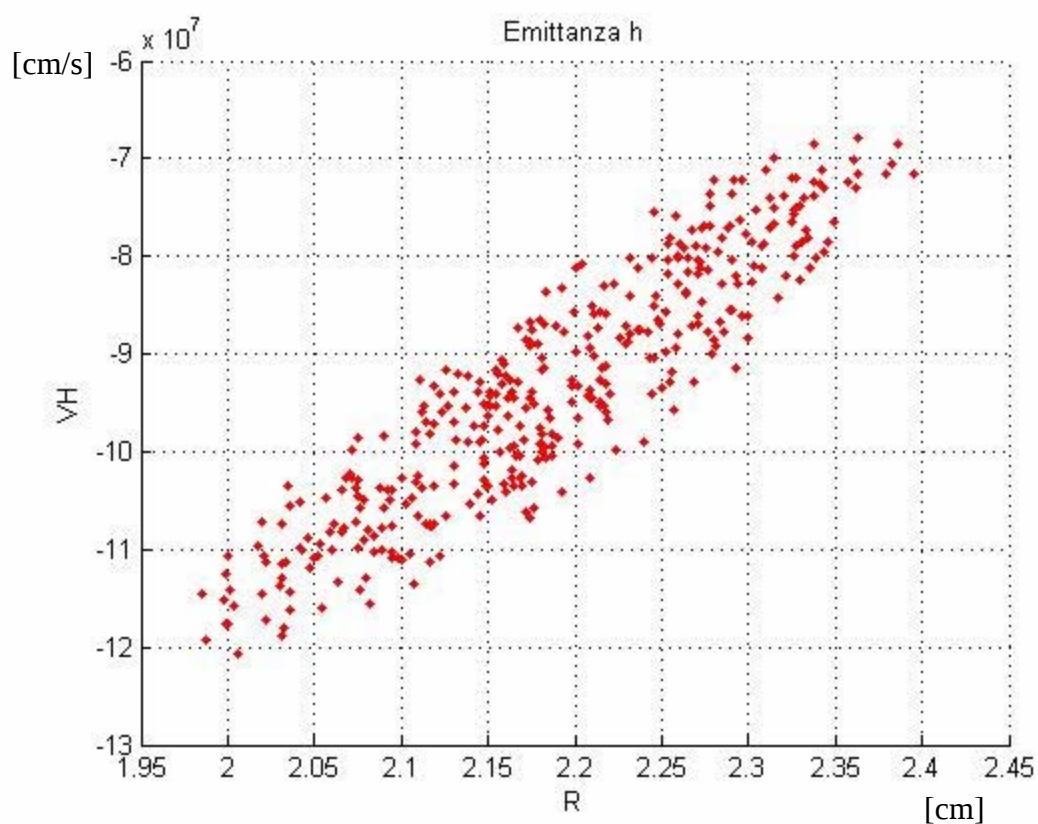
Il fascio è sufficientemente centrato sul piano mediano e non ha subito uno sparpagliamento eccessivo né nelle coordinate spaziali né nelle velocità.

Soprattutto, i valori osservati sono compatibili con quelli relativi alle traiettorie delle particelle nella regione centrale, cioè è possibile effettuare il matching.

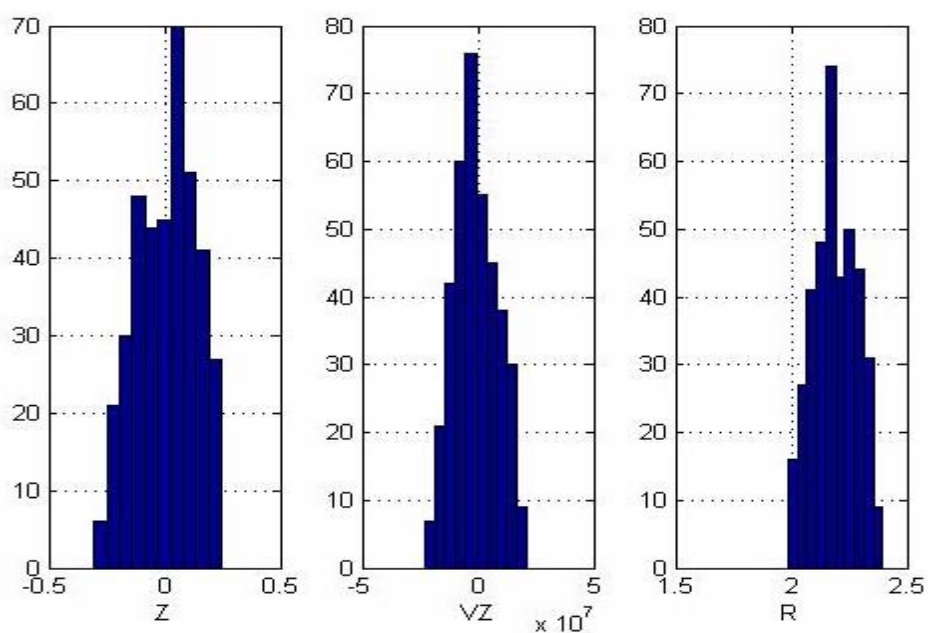
Risultati analoghi si sono ottenuti con altre simulazioni, effettuate con distribuzioni differenti: il modello realizzato può allora essere utilizzato effettivamente nel ciclotrone del progetto SCENT.



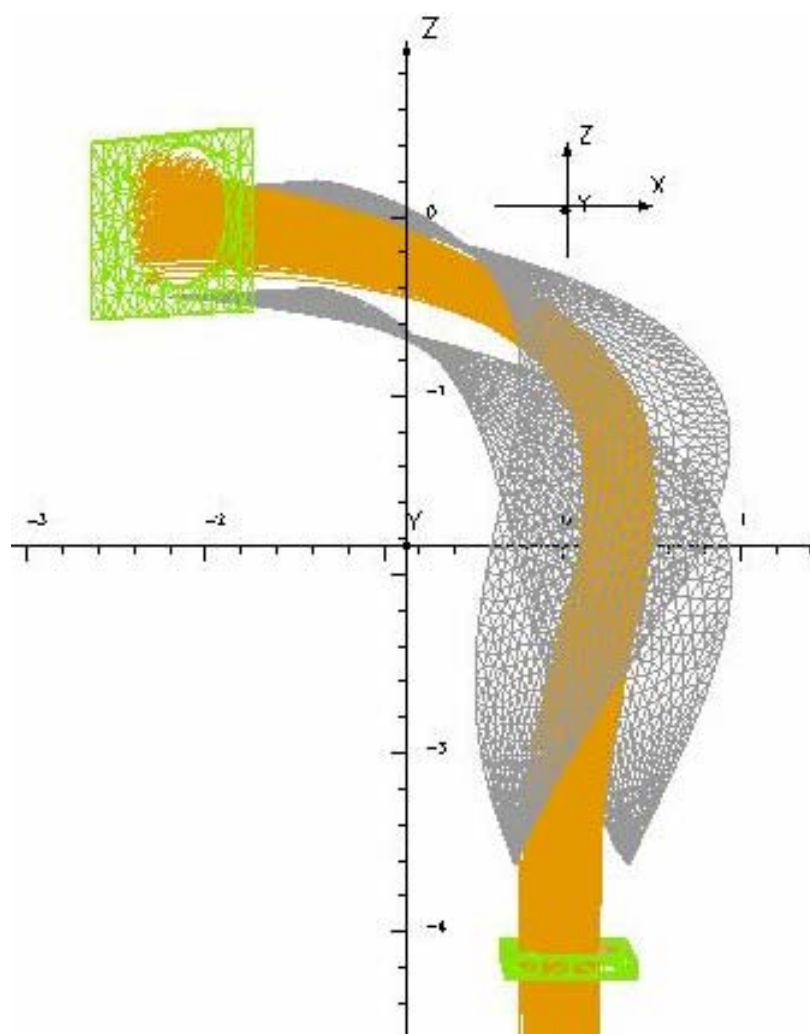
Distribuzione spaziale all'uscita del sistema di deflessione sul piano mediano del ciclotrone.



Emittanza trasversa all'uscita del sistema di deflessione sul piano mediano del ciclotrone.



Istogrammi delle caratteristiche del fascio all'uscita del sistema di deflessione sul piano mediano del ciclotrone. Le lunghezze sono espresse in centimetri, le velocità in centimetri al secondo.



Passaggio del fascio all'interno dell'inflettore.

Conclusioni

L'obiettivo del lavoro svolto è stato quello di definire una procedura per la costruzione di parte del sistema di iniezione del ciclotrone, cioè l'inflettore a spirale.

Questa procedura consente anzitutto di effettuare l'analisi dei fattori che caratterizzano l'inflettore con un programma in MATLAB creato ad hoc e di scegliere i valori più adatti dei parametri che definiscono l'inflettore.

Un secondo programma in MATLAB definisce la geometria delle superfici degli elettrodi, in modo da poter creare un modello tridimensionale dell'oggetto.

L'utilizzo dei moduli di simulazione consente lo studio delle caratteristiche dell'inflettore e la verifica del suo funzionamento.

In particolare, la procedura è stata utilizzata per determinare il modello di un inflettore per il sistema di iniezione del ciclotrone del progetto SCENT, che consente di accelerare ioni carbonio e molecole H_2^+ .

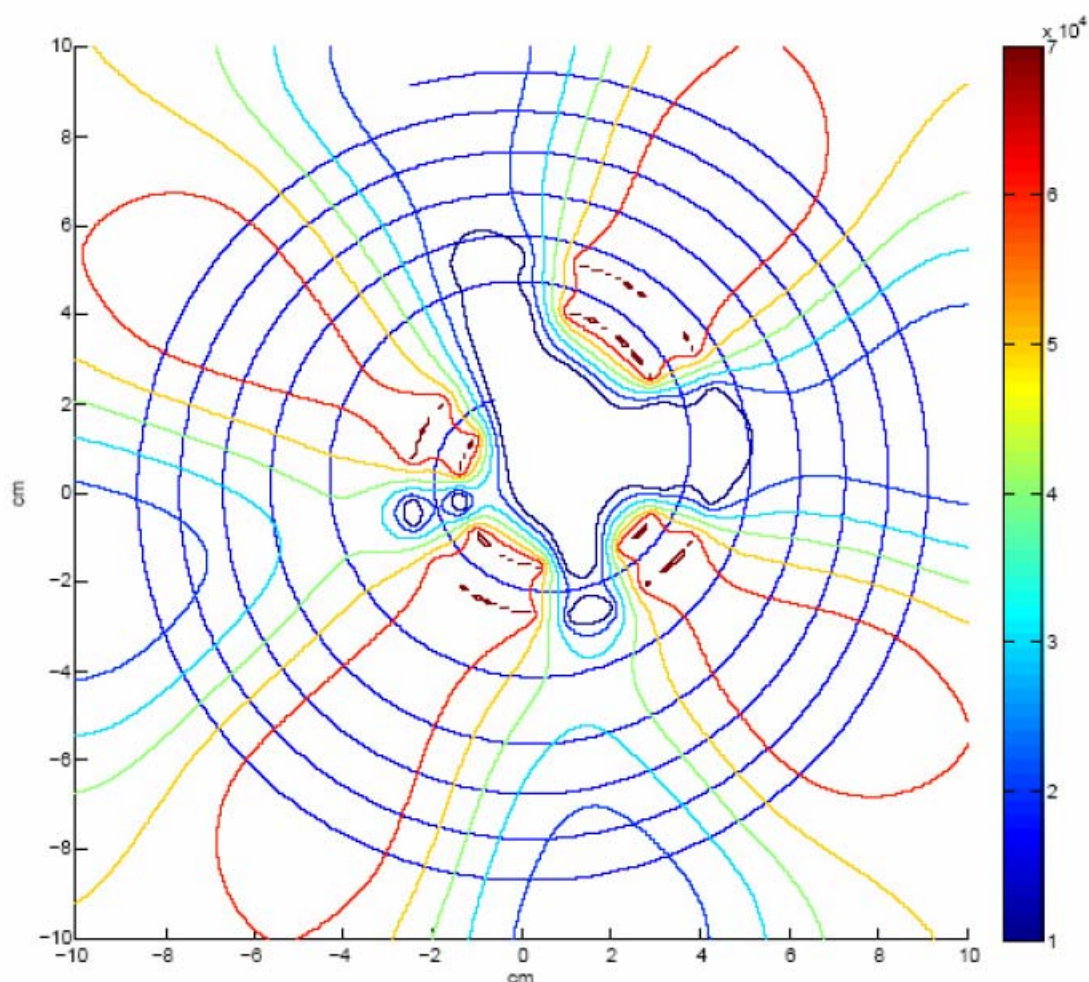
Il modello è stato creato appositamente per l'iniezione di particelle con un rapporto carica-massa di 0.5 ed un'energia cinetica iniziale di 40 keV: la valutazione dei numerosi parametri, che influenzano il funzionamento dell'inflettore, ha permesso di determinare un modello compatibile con la regione centrale del ciclotrone.

Tra l'altro, la configurazione scelta è solo una delle tante studiate durante il periodo di tesi: proprio grazie all'analisi dei vari modelli realizzati è stato possibile conoscere a fondo le problematiche del dispositivo.

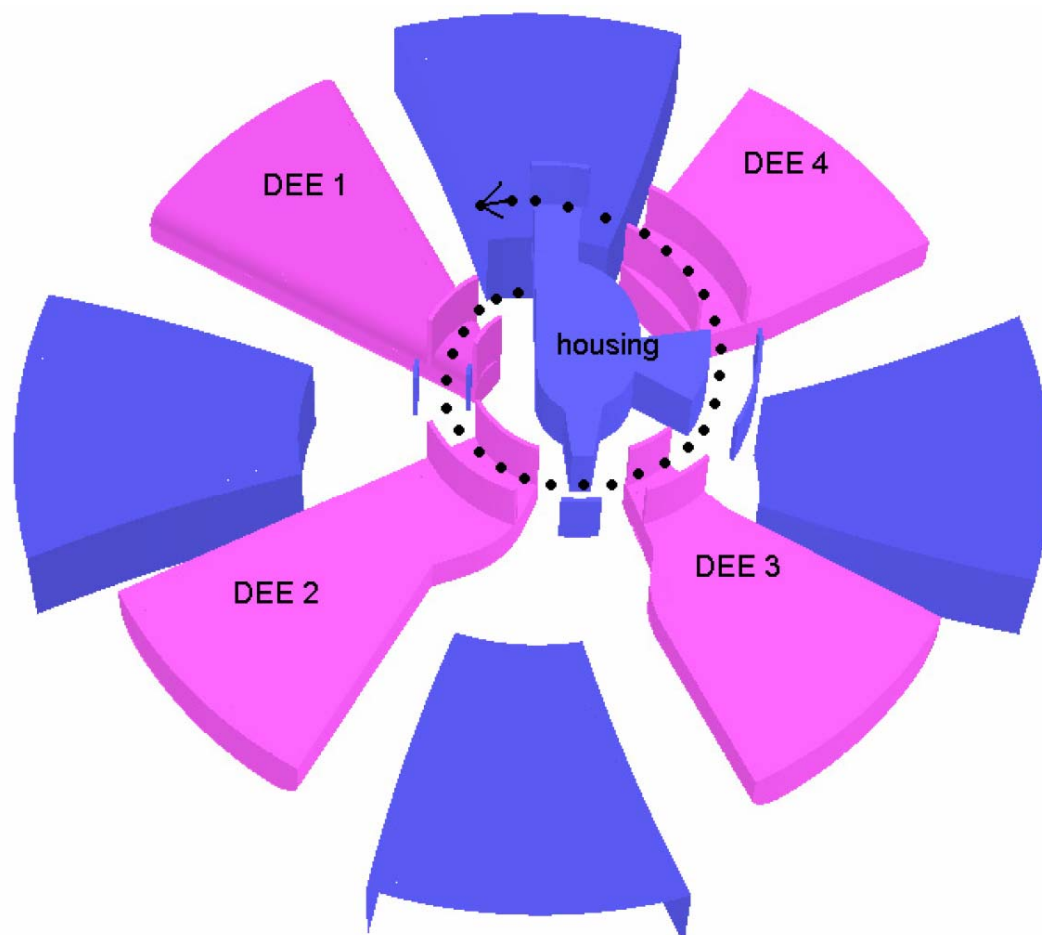
La procedura elaborata si può utilizzare sia per determinare nuove configurazioni per il progetto SCENT sia per l'elaborazione dell'inflettore a spirale più adatto ad altri ciclotroni.

Un ulteriore passo verso il perfezionamento dell'elaborazione dell'inflettore potrebbe essere lo studio delle proprietà ottiche: ciò consentirebbe di effettuare un'analisi più precisa del dispositivo e di semplificare il matching delle traiettorie delle particelle attraverso l'acceleratore.

Si potrebbe anche pensare di collegare le varie parti della procedura ed automatizzare la costruzione del modello.



Regione centrale del ciclotrone del progetto SCENT. L'inflettore a spirale messo punto ha i requisiti necessari per essere utilizzato per l'iniezione del fascio all'interno del ciclotrone.



Rappresentazione schematica degli elementi del ciclotrone superconduttore del progetto SCENT. L'inflettore è situato all'interno dell'housing.

Appendice A

I PROGRAMMI IN MATLAB

Nel formato elettronico della tesi sono riportati i programmi elaborati ed utilizzati per la realizzazione di questo lavoro di tesi.

A.1 parametri.m

Analisi delle traiettorie analitiche al variare dei principali fattori che caratterizzano l'inflettore a spirale.

A.2 sup_inflector.m

Determinazione delle superfici dell'inflettore a spirale.

A.3 creafascio.m

Calcolo delle distribuzioni di punti da utilizzare per le simulazioni.

A.4 analisi.m

Analisi dei risultati ottenuti con le simulazioni.

Bibliografia

- [1] U. Linz: *Ion Beams in Tumor Therapy*, Chapman & Hall (1995).
- [2] U. Amaldi. *Cancer Therapy with Particle Accelerators*. Nuclear Physics A654, 1999 375c-379c.
- [3] U. Amaldi. *The Italian hadrontherapy project CNAO*. International Workshop on Space Radiation Research.
- [4] U. Amaldi. *Radiotherapy with beams of carbon ions*. Rep. Prog. Phys. **68** (2005) 1861–1882.
- [5] U. Amaldi. *Recent applications of Synchrotrons in cancer therapy with Carbon Ions*. Europhysics News, july/august 2005.
- [6] D. E. Bonnett. *Current developments in proton therapy: a review*. Phys. Med. Biol. 38 (1993) 1371.
- [7] U. Amaldi. *The Italian hadrontherapy project CNAO*. Phys. Med, VOL XVII, Supplement 1, 2001.
- [8] K. Prelec. *Ions and ion accelerators for cancer treatment*. FIZIKA B 6 (1997) 4, 177–206.
- [9] J. Alonso. *Review of ion beam therapy: present and future*. Proceedings of EPAC 2000, Vienna, Austria.
- [10] J. Alonso. *Medical Applications of Nuclear Physics and Heavy-Ion Beams*. 7th International Conference on Nucleus-Nucleus Collisions. July 2000. .

- [11] Y. Futami. *Broad-beam three-dimensional irradiation system for heavy-ion radiotherapy at HIMAC*. NIM A 430 (1999) 143-153.
- [12] K. Noda et al. *Performance of a Respiration-Gated Beam Control System for Patient Treatment*.
- [13] M. Benedikit. *'Riesenrad' ion gantry for hadrontherapy Part III*. NIM A 430 (1999) 534-541
- [14] S. Yamada. *Commissioning and performance of the HIMAC medical accelerator*.
- [15] K. Noda. *HIMAC and New Facility Design for Wide Use of Carbon Therapy*.
- [16] Th. Haberer. *Magnetic scanning system for heavy ion therapy*. NIM A330 (1993) 296-305.
- [17] M. Kramer et al. *Treatment planning for heavy-ion radiotherapy: physical beam model and dose optimization*. Phys. Med. Biol. **45** (2000) 3299–3317.
- [18] G. Cuttone. *Protoni per radioterapia delle patologie oculari*.
- [19] L. Biagioni, L. Calabretta, G. Cuttone, S. Lo Nigro. *Proposta di realizzazione di un centro di adroterapia a Catania*.
- [20] Livingood. *Principles of cyclic particle accelerators*. D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey.
- [21] M. Maggiore. *Corso Introduttivo alla Fisica degli acceleratori*. Dicembre 2004.
- [22] P. Heikkinen. *Injection and Extration for cyclotrons*. University of Jyväskylä, Finlandia.
- [23] P. Heikkinen. *Cyclotrons*. University of Jyväskylä, Finlandia.
- [24] P. Mandrillon. *Injection into cyclotrons*.
- [25] D. Toprek. *Theory of the central ion trajectory in the spiral inflector*. NIM A 440 (2000) 285-295.
- [26] L. Milinkovic. *Design of the central region for axial injection in the VINCY cyclotron*. NIM A 370 (1996) 287-296.
- [27] D. Toprek. *Some optical properties of the spiral inflector*. NIM A 431 (1999) 38-45.
- [28] D. Toprek. *Comment on "Theory of the central ion trajectory in the spiral inflector"*. NIM A 510 (2003) 399-400.

- [29] D. Toprek. *Design of the central region in Gustaf Werner cyclotron at the Uppsala university*. NIM A 486 (2002) 539-544.
- [30] D. Toprek. *Beam orbit simulation in the central region of the RIKEN AVF cyclotron*. NIM A 425 (1999) 409-414.
- [31] L. Milinkovic. *RELAX3D Spiral Inflector*. TRI-DN-89-21.
- [32] Y. Zhang, D. Alton. *Electric field distribution in a spiral inflector for Cyclotron injection applications*. Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference.